

Prof. Dr. Alfred Toth

**Logik der qualitativen
Mathematik**

Vorwort

Bekanntlich verbürgt die klassische, zweiwertige aristotelische Logik der Form $L = (0, 1)$ die absolute Quantität der auf dieser Logik basierenden Mathematik (sowie aller Wissenschaften und anderen Aktivitäten). Das Problem bei L beruht, wie zuerst Gotthard Günther erkannt hatte, darin, daß die Werte austauschbar sind, d.h. es gilt $L = L^{-1}$. Die beiden Werte von L sind somit bloße Spiegelbilder voneinander, da der eine Wert nichts haben kann, was der andere Wert nicht hat, denn das Grundgesetz des Tertium non datur verbietet eine Vermittlung von 0 und 1 durch einen dritten Wert.

Günthers Vorschlag bestand nun darin, eine Logik zu konstruieren, die nicht nur aus der einen Kontextur L besteht, die für alle Subjekte verbindlich ist, sondern eine Logik, welche jedem Subjekt seine eigene Logik L zugestand, so daß ein sog. disseminiertes Verbundsystem theoretisch unendlich vieler Logiken entstand, zwischen denen Transgressionswerte vermitteln, d.h. es sind in dieser sog. polykontexturalen Logik die n Logiken, die paarweise miteinander vermittelt sind. Somit bleibt für jedes Subjekt die 2-Wertigkeit der aristotelischen Basis unangetastet, nicht aber für das Gesamtsystem der n Logiken. Auf dieser Basis baute Engelbert Kronthaler seine „Mathematik der Qualitäten“ auf.

Ganz anders gehe ich in den im vorliegenden Bande versammelten, chronologisch geordneten Aufsätzen vor: Ich führe einen Einbettungsoperator ein, der als nicht-materiales „Tertium“ zwischen den Werten von L vermittelt. Damit bekommen wir also statt des Paares $L = (0, 1)$ ein Quadrupel $L^* = (0, (1), (1, (0), (0), 1, (1), 0)$, d.h. für beiden Werte von L gilt nun $0 = f(1)$ und $1 = f(0)$. Es gibt in L^* also, erkenntnistheoretisch gesprochen, keine absoluten Objekte und Subjekte mehr, sondern objektive und subjektive Objekte und subjektive und objektive Subjekte. Wie man leicht erkennt, bildet diese L^* -Logik, die ebenfalls nicht der 2-wertigen aristotelischen Basis widerspricht, im Gegensatz zur polykontexturalen Logik nicht nur die Möglichkeit der Iteration des Subjektes, sondern auch derjenigen des Objektes und eignet sich daher für eine logische Fundierung von Semiotik und Ontik und damit der qualitativen Mathematik.

Tucson, AZ/Basel, 7.9.2018

Prof. Dr. Alfred Toth

Grundriss einer objektiven Semiotik

1. Wie ich bereits in Toth (2008b, S. 47 ff.) dargestellt hatte, gibt es mehrere sehr gute Gründe für die Nicht-Arbitrarität von Zeichen. Diese sollen hier ausführlich angegeben werden.

Sowohl Erstheit, Zweitheit als auch Drittheit von Zeichen treten als Triaden selber trichotomisch auf, und zwar im Sinne von kartesischen Produkten aus diesen Triaden:

Trichotomie der Erstheit: (1.1), (1.2), (1.3)

Trichotomie der Zweitheit: (2.1), (2.2), (2.3)

Trichotomie der Drittheit: (3.1), (3.2), (3.3)

Bei der Einführung eines Zeichens setzt also ein Jemand ein Mittel (.1.) als Substitut für ein Objekt (.2.), das dann im Bewusstsein dieses Zeichensetzers in einem Bedeutungskonnex (.3.) fungiert. Hier ergibt sich also ein

Erster Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Die kategoriale Reihenfolge bei der Semiose, d.h. der Transformation eines Objektes in ein Meta-Objekt (Bense 1967, S. 8) ist nicht willkürlich, sondern hat die folgende semiosisgenerative Ordnung: (.1.) > (.2.) > (.3.).

Unter Berücksichtigung der obigen Trichotomien folgt hieraus aber bereits ein

Zweiter Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Schon in der ersten Phase der Semiotik, nämlich der thetischen Setzung eines Mittels für ein Objekt, muss der Zeichensetzer sich entscheiden, aus welcher trichotomischen Erstheit er dieses Mittel wählt, d.h. (1.1), (1.2) oder (1.3).

Dasselbe gilt aber natürlich für alle Trichotomien aller Triaden des Zeichens: Es gibt grundsätzlich immer drei Möglichkeiten ((1.1, 1.2, 1.3), (2.1, 2.2, 2.3), (3.1, 3.2, 3.3)) aus denen je ein Subzeichen zur Bildung einer triadisch-trichotomischen Zeichenrelation ausgewählt werden muss:

Dritter Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Sowohl im Mittel-, Objekt als auch im Interpretantenbezug muss sich der Zeichensetzer bei der Semiose für je ein trichotomisches Subzeichen zur Bildung einer triadisch-trichotomischen Zeichenrelation entscheiden. Die angebliche Willkürlichkeit von Zeichen ist hier also zunächst doppelt eingeschränkt: Erstens muss je ein monadisches, ein dyadisches und ein triadisches Subzeichen seligiert werden, und zweitens ist diese Wahl auf ein Repertoire von je drei verfügbaren Subzeichen pro Trichotomie beschränkt. Ferner kommt eine weitere Beschränkung dazu: Bei der Semiose müssen sich die ausgewählten trichotomischen Subzeichen auf die semiosische Inklusionsordnung ((1.a), (2.b), (3.c)) mit $a \geq b \geq c$ beschränken, wodurch also Pseudo-Zeichenklassen wie *(1.1, 2.2, 3.3) ausgeschlossen und damit die Wahlfreiheit weiter eingeschränkt wird.

Sobald also eine reguläre Zeichenklasse, d.h. eine Zeichenklasse, welche die oben dargestellten Restriktionen befolgt, gebildet ist, ist es möglich, ein Objekt dergestalt in ein Meta-Objekt zu transformieren, dass das es substituierende Zeichen im Sinne einer triadisch-trichotomischen Zeichenklasse dieses Objekt unter möglichst geringem Qualitätsverlust repräsentiert:

Vierter Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Wenn ein Objekt durch ein Zeichen substituiert wird, muss verlangt werden, dass die Zeichenklasse, zu welcher das das Objekt repräsentierende Zeichen gehört, die qualitativen Eigenschaften des Objekts bestmöglich erhält.

Wenn also jemand das aktuelle Wetter an einem bestimmten Ort und zu einer bestimmten Zeit durch ein Zeichen repräsentieren möchte, so wird er beispielsweise nicht ein Zeichen wählen, welches die Farbe des Himmels, also eine nicht-repräsentative Qualität, substituiert, sondern einen Wetterhahn aufs Dachs montieren, dessen durch den Wind je verschieden gesteuerte Stellung ein bestmögliches mechanisches Abbild einer augenblicklichen Wetterlage abgibt. Da das erste, rein qualitative Zeichen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.1) angehört, während das zweite Zeichen, der Wetterhahn, der Zeichenklasse (3.2 2.2 1.2) zugehört (Walther 1979, S. 82 f.), folgt also die Zuordnung eines Zeichens zu einer Zeichenklasse aus dem oben erwähnten Prinzip der

maximalen Qualitätserhaltung eines Objekts durch ein Zeichen in der Semiose. Daraus folgt nun ein

Fünfter Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Die Zuordnung von Zeichen zu Objekten ist insofern nicht willkürlich, als der theoretisch unendlichen Menge von Qualitäten der Welt nur 10 Zeichenklassen gegenüberstehen, welche diese Objekte der Welt im Einklang mit dem semiotischen Prinzip der maximalen Qualitätserhaltung von Objekten in Zeichen repräsentieren müssen.

2. Die genannten fünf Gründe für die Nichtarbitrarität von Zeichen könnten nun aber dadurch als sekundär abgetan werden, dass jemand erklärte, immerhin seien Zeichen und ihre Objekte ja zueinander transzendent, und weil zwischen ihnen keine "Brücke hin- und herüberführe" (Hausdorff 1976, S. 27), sei die Entscheidung, welches Zeichen welches Objekt substituieren, primär eben doch arbiträr. Dem widerspricht aber die Möglichkeit, eine Präsemiotik im Sinne einer zwischen ontologischen und semiotischen Räumen (Bense 1975, S. 45, 65 f., Toth 2008a, b) vermittelnden Wissenschaft einzuführen, welche einerseits zwischen Relational- und Kategorialzahlen unterscheidet (Bense 1975, S. 65) und welche andererseits auf dieser Unterscheidung die präsemiotische Trichotomie von "Sekanz, Semanz und Selektanz" (Goetz 1982, S. 28) einführt.

Sehr einfach gesagt, besagt die Unterscheidung von Relational- und Kategorialzahlen, dass ein bei der Zeichensetzung vorgegebenes Objekt zwar noch keine Relationalzahl r , aber bereits die Kategorialzahl $k = 0$ trägt. Daraus folgt, dass in Zeichen bei monadischen Relationen $r = 1$, bei dyadischen Relationen $r = 2$ und bei triadischen Relationen $r = 3$, dass also $r > 0$ und dass daher die zur Kennzeichnung einer Zeichenrelation verwendeten Indizes k und r nur im Falle der triadisch-trichotomischen Semiotik identisch sind. So können also im Anschluss an Bense (1975, S. 65) die drei Trichotomien des Zeichens wie folgt notiert werden:

$ZR_{k=r=1}$, $ZR_{k=1, r=2}$, $ZR_{k=1, r=2}$,
 $ZR_{k=2, r=1}$, $ZR_{k=r=2}$, $ZR_{k=2, r=3}$,

$ZR_{k=3, r=1}$, $ZR_{k=3, r=2}$, $ZR_{k=r=3}$.

Wie man leicht erkennt, kann man mit Hilfe des Benseschen "Tricks" der Zuschreibung einer Kategorialzahl zu einem Objekt dieses Objekt gerade durch diese Kategorialzahl in eine präsemiotische tetradische Relation einführen:

$PZR = (0., .1., .2., .3.)$

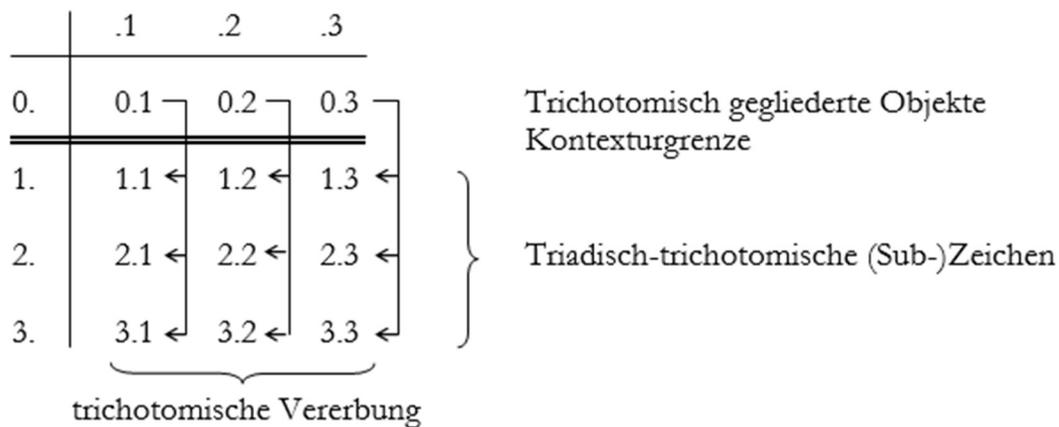
Durch diese Kategorialisierung eines Objekts wird also dieses Objekt zwar nicht zum Zeichen, aber als 0-stellige Relation Teil der tetradischen präsemiotischen Relation, welche das bisher fehlende Verbindungsglied zwischen den Objekten der ontologischen Räume und den Zeichen der semiotischen Räume darstellt, wie Bense im Anschluss an seinen Lehrer Oskar Becker formulierte. Damit ist also kurz gesagt der angeblich transzendente Abgrund zwischen Zeichen und Objekten überbrückbar und im Sinne des Novalis zu einem "sympathischen Abgrund" geworden.

Wenn aber Zeichen und Objekte nicht länger ewig transzendent zueinander sind, folgt automatisch, dass von einer Arbitrarität der Zeichen nicht die Rede sein kann. Bevor wir in einer späteren Arbeit aufzeigen werden, dass der weitaus grösste Teil der Semiotiken vor der Saussureschen linguistischen Semiotik (1916) nicht-arbiträre Zeichentheorien waren und dass die Semiotik hier insofern das Schicksal der Logik teilt, als die nicht-arbiträre Semiotik ebenso wie die qualitativ-quantitative Logik Platons dem Aristotelischen Reduktionismus der Elimination aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität, wie sich Hegel ausgedrückt hatte, zum Opfer fiel, wollen wir noch eine weitere, und zwar die grundlegendste Restriktion der angeblichen Arbitrarität der Zeichen formulieren:

Sechster Grund für die Nichtarbitrarität von Zeichen: Die Einführung der präsemiotischen Trichotomie von Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3) besagt, dass die trichotomische Struktur der monadischen, der dyadischen und der triadischen Zeichenrelation aus der präsemiotischen Phase

zwischen Objekten und ihrer Einbindung in Semiosen in die semiotische Phase der repräsentierenden Substitution von Objekten durch Zeichen vererbt sind.

Das bedeutet also, dass bereits kategoriale Objekte ($O_{k=0}$) präsemiotisch "imprägniert" sind, je nachdem, ob sie später durch ein erstheitliches, ein zweitheitliches oder ein drittheitliches Mittel repräsentiert werden. Diese präsemiotische Trichotomie ist also der tiefste Grund dafür, weshalb nach der Entfernung der künstlich eingeführten transzendenten Distanz zwischen Zeichen und Objekten keine Arbitrarität mehr möglich ist:



Nur weil den in eine Semiose einzuführenden vorgegebenen Objekten bereits eine dreifache präsemiotische Kategorisierung eignet, die später auf die semiotischen trichotomischen Triaden weitervererbt wird, ist es unmöglich, etwa in dem weiter oben gegebenen Beispiel das aktuelle Wetter im Einklang mit dem Prinzip der maximalen qualitativen Erhaltung von Objekten durch Zeichen mittels der Zeichenklasse der reinen Qualität und statt dessen mittels der Zeichenklasse des vollständigen Objektes zu repräsentieren. Falls nämlich diese kategoriale Aufsplitterung der Objekte erst semiotisch, d.h. post-objektiv wäre, gäbe es keine Möglichkeit, die angebliche Transzendenz zwischen Objekten und Zeichen kategoriell zu überbrücken, und die trichotomische Zugehörigkeit jeder monadischen, dyadischen und triadischen Zeichenrelation wäre erst post semiosem, also nach der thetischen Einführung von Zeichen eingeführt und damit natürlich arbiträr. Eine solche Arbitrarität würde aber den 5 Gründen für die Nichtarbitrarität von Zeichen widersprechen, die unabhängig von der präsemiotischen Ebene und erst auf semiotischer Ebene

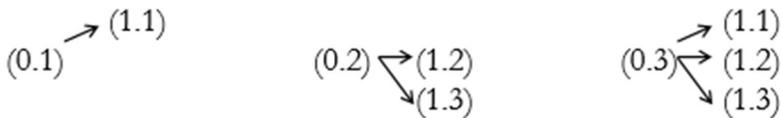
fungieren. Würde man also die trichotomische Aufsplitterung erst für die semiotischen Triaden und damit nach der Einführung eines Zeichens für ein Objekt ansetzen, dann könnte man nicht erklären, warum neben (3.2 2.2 1.2) nicht auch (3.1 2.1 1.1) oder eine beliebige der 10 möglichen Zeichenklassen das aktuelle Wetter repräsentieren kann und generell warum es überhaupt nur 10 Zeichenklassen gibt, warum es überhaupt verschiedene Zeichen gibt (d.h. warum Zeichen verschiedenen Zeichenklassen angehören), etc. Kurz: Die 5 rein semiotischen Gründe wären nicht erklärbar. Mit dem 6. präsemiotischen Grund für die Nicht-Arbitrarität von Zeichen werden sie jedoch in den Rahmen einer konsistenten präsemiotisch-semiotischen Theorie der Semiose eines Zeichens zwischen dem Objekt, das es substituiert und der Zeichenklasse, in der es repräsentierend fungiert, eingebaut, welche mit der natürlichen Vorstellung der Genese eines Zeichens in Einklang steht.

3. Wenn wir uns die 15 präsemiotischen Zeichenklassen anschauen:

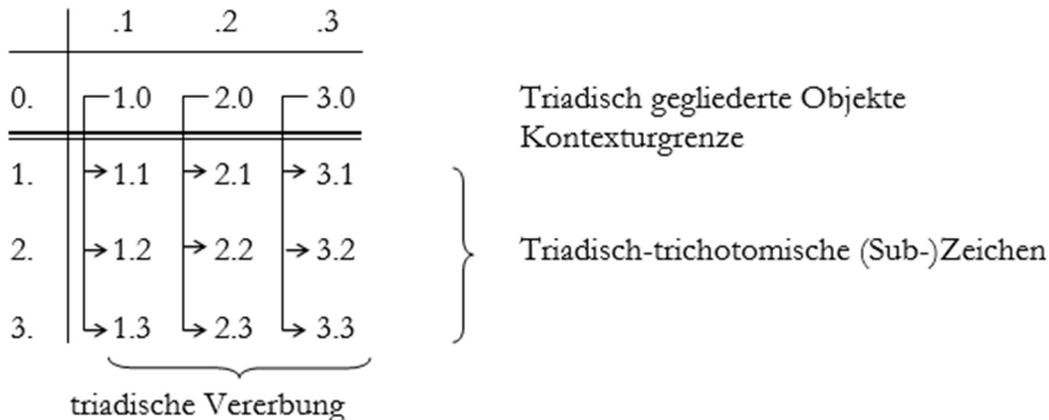
1	(3.1 2.1 1.1	0.1) × (1.0	1.1 1.2 1.3)
2	(3.1 2.1 1.1	0.2) × (2.0	1.1 1.2 1.3)
3	(3.1 2.1 1.1	0.3) × (3.0	1.1 1.2 1.3)
4	(3.1 2.1 1.2	0.2) × (2.0	2.1 1.2 1.3)
5	(3.1 2.1 1.2	0.3) × (3.0	2.1 1.2 1.3)
6	(3.1 2.1 1.3	0.3) × (3.0	3.1 1.2 1.3)
7	(3.1 2.2 1.2	0.2) × (2.0	2.1 2.2 1.3)
8	(3.1 2.2 1.2	0.3) × (3.0	2.1 2.2 1.3)
9	(3.1 2.2 1.3	0.3) × (3.0	3.1 2.2 1.3)
10	(3.1 2.3 1.3	0.3) × (3.0	3.1 3.2 1.3)
11	(3.2 2.2 1.2	0.2) × (2.0	2.1 2.2 2.3)
12	(3.2 2.2 1.2	0.3) × (3.0	2.1 2.2 2.3)
13	(3.2 2.2 1.3	0.3) × (3.0	3.1 2.2 2.3)
14	(3.2 2.3 1.3	0.3) × (3.0	3.1 3.2 2.3)
15	(3.3 2.3 1.3	0.3) × (3.0	3.1 3.2 3.3),

dann sehen wir nicht nur, dass sie eine Faserung der 10 semiotischen Zeichenklassen darstellen (Toth 2008a, S. 202 ff.), sondern auch, dass

innerhalb von SS15 mehrfach auftretende Zeichenklassen aus SS10 durch deren Lokalisierung desambiguiert werden, wobei folgende Regel gilt:



Man sieht hier erneut, dass auch der kontexturale Übergang von der kategorialen Nullheit zur kategorial-relationalen Erstheit nicht willkürlich ist. Innerhalb der Realitätsthematiken treten nun die dualisierten realitätstheoretischen Gegenstücke der präsemiotischen Trichotomien Sekanz, Semanz und Selektanz auf: (1.0), (2.0), (3.0). Die realitätstheoretische Matrix für präsemiotische Zeichenklassen sieht also wie folgt aus:



Man kann nun unschwer in den dualisierten realitätsthematischen Gegenstücken zur Sekanz, Semanz und Selektanz vor-semiotische trichotomische Schemata wie "Form, Eigenschaft, Essenz", "Form, Gestalt, Funktion" oder sogar die paracelsische Trias von Leib, Seele und Geist sehen (Böhme 1988). Diese trichotomischen Klassifikationen inhärieren den Objekten, denn sie müssen der Zeichensetzung primordial sein, da man sonst die 5 von der Präsemiotik unabgängigen semiotischen Gründe für die Nicht-Arbitrarität der Zeichen nicht erklären kann, und es ist in der Tat nicht schwer, etwa Form, Gestalt und Funktion an einem beliebigen vorgegebenen Objekt zu entdecken. Schwerer ist es allerdings mit der Triade "Leib, Seele, Geist", denn sie setzt in der bekannten neuplatonischen Weise die Präsenz eines Schöpfers in der unbelebten Natur voraus, eine Annahme, welche für eine formale Wissenschaft mindestens unnötig ist. Besser scheint mir jedenfalls der von Heidegger eingeführte Begriff

der "Jemeinigkeit" im Sinne der sowohl vom "Sein" wie vom "Seienden" unterschiedenen "Existenz" eines (belebten oder unbelebten) Objekts zu sein: "Dasein ist Seiendes, das sich in seinem Sein verstehend zu diesem Sein verhält. Damit ist der formale Begriff von Existenz angezeigt. Dasein existiert. Dasein ist ferner Seiendes, das je ich selbst bin. Zum existierenden Dasein gehört die Jemeinigkeit als Bedingung der Möglichkeit von Eigentlichkeit und Uneigentlichkeit. Dasein existiert in je einem dieser Modi, bzw. in der modalen Indifferenz ihrer" (Heidegger 1986, § 12, S. 53).

Davon abgesehen, dass Heidegger hier ebenfalls mit "präsemiotischen" Triaden operiert, trifft die Umschreibung unserer präsemiotischen Trichotomie von Sekanz, Semanz und Selektanz als "Bedingung der Möglichkeit" hervorragend, denn es geht hier auf präsemiotischer Ebene um den Satz vom Grunde, also um die präsemiotische Ermöglichung der semiotischen Möglichkeit im Sinne von repräsentationaler Erstheit, denn bei der Semiose kommt ja das erstheitliche Mittel zuerst. Jedenfalls aber ermöglicht erst unsere hier und vor allem in Toth (2008b) skizzierte Theorie der Präsemiotik eine Annahme der Nicht-Arbitrarität von Zeichen ohne Rekurrerung auf einen wiederum transzendenten Schöpfergott. Eine solche Möglichkeit hatte schon Hartmut Böhme geahnt, wenn er zu Paracelsus nicht-arbiträrer Zeichentheorie oder Signaturenlehre bemerkt: "Die Naturforschung folgt einem grammatologischen Modell. Die Dinge haben eine sprachlose Bedeutung, die sich im Sich-Zeigen des Namens zur Entzifferung anbieten; das sich-zeigende Zeichen ist 'ein Zuwerfen' (Paracelsus, Werke, ed. Peuckert, Bd. II, S. 450) der Bedeutung zum 'Lesen' durch den Menschen 'im Licht der Natur'" (Böhme 1988, S. 13). Noch deutlicher heisst es etwas später: "Das, worin Menschensprache und Dingsignaturen am engsten zusammenhängen, ist das tertium datur einer Zeichenlehre, welche die metaphysische Kluft zwischen Dingen und Menschen durch das Spiel der wesentlichen Ähnlichkeiten überbrückt". Es handelt sich also sowohl bei Paracelsus als auch bei der Präsemiotik um Zeichentheorien, welche eine Logik voraussetzen, in welcher der Drittsatz suspendiert ist, also eine polykontexturale Logik vom Güntherschen Typ. Foucault sprach von der "Zerschlagung der Zusammengehörigkeit von Sprache und Welt in den konventionalistischen Zeichentheorien, die im 17. und 18. Jahrhundert das Wissen als

System nosographischer Repräsentation bestimmten” (Böhme 1988, S. 14 f.). Allerdings braucht man im Rahmen unserer Präsemiotik hierfür nicht eine “adamitische Sprache” im Sinne Walter Benjamins anzunehmen (Benjamin 1977), für die indirekt wieder ein Schöpfergott stipuliert werden muss, welcher dem “ersten Menschen” die “korrekten” Bezeichnungen der Dinge mitgeteilt hat, so dass wir also keineswegs von einer “Sprache” ausgehen müssen, “in der jedes Wort ein Ikon des Dinges ist” (Böhme 1988, S. 16), denn selbstverständlich gelten alle 10 und also nicht nur die iconischen semiotischen Zeichenklassen auch im System der Präsemiotik, sie sind dort nur gleichzeitig ambiguiert, indem sie mehrfach auftreten, und desambiguiert, indem sie in als Lokalisationen fungierende trichotomisch geteilte kategoriale Objektrelationen eingebettet sind.

Literatur

- Benjamin, Walter, Gesammelte Schriften. Hrsg. von Rolf Tiedemann und Hermann Schweppenhäuser. Bd. II/1. Frankfurt am Main 1977
- Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967
- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Böhme, Hartmut, Natur und Subjekt. Frankfurt am Main 1988. Kapitel “Denn nichts ist ohne Zeichen” als Digitalisat:
www.culture.hu-berlin.de/hb/static/archiv/volltexte/texte/natsub/zeichen.html
- Goetz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
- Hausdorff, Felix, Zwischen Chaos und Kosmos. 2. Aufl. hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976
- Heidegger, Martin, Sein und Zeit. 17. Aufl. Tübingen 1986
- Paracelsus, Theophrastus, Werke. Hrsg. von Will-Erich Peuckert. 5 Bde. Darmstadt 1968
- Saussure, Ferdinand de, Cours de linguistique générale. Paris 1916
- Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)
- Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008b)
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Oskar Panizzas Forderung eines Neo-Hegelianismus

Auf den Einzelnen, der die gewohnte Bahn verläßt,
stürzen sich eben die übrigen.

Oskar Panizza, Brief an Anna Croissant-Rust,
29.1.1897 (Panizza 1992: 238)

Und ich glaube, ich kann fast mit Rousseau sagen:
"Je ne suis fait comme aucun de ceux que j'ai vus;
j'ose croire n'être fait comme aucun de ceux
qu'existent. Si je ne vau pas mieux, au moins je suis
autre ...".

Oskar Panizza, Brief an Franziska Gräfin zu
Reventlow, 17.12.1901 (Panizza 1992: 247f.)

1. Oskar Panizza als Philosoph

Mit seiner Schrift "Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Skizze einer Weltanschauung", die er 1895 in Leipzig erscheinen ließ, hatte der deutsche Psychiater und Schriftsteller Dr. med. Oskar Panizza (1853-1921) ein philosophisches Manifest verfaßt, das zugleich den theoretischen Hintergrund seiner Gedichte, Erzählungen, Dramen und Aufsätze bildet. Obwohl dies von den meisten Interpreten von Panizzas Werk erkannt wurde, ist Panizza bisher fast nicht als Philosoph, sondern bloß als Schriftsteller, meistens aber als Kranker, und neuerdings sogar als Vorläufer der Anti-Psychiatrie gewürdigt worden (Müller 1999). Aber auch Jürgen Müller, dem man das bislang jüngste Buch zu Leben und Werk Oskar Panizzas verdankt, übersieht die philosophische Bedeutung Panizzas und erkennt in dessen wichtigster philosophischer Schrift ausschließlich eine Selbstrechtfertigung des späteren Psychiatrie-Patienten: "Mit Hilfe seiner subjektivistischen Weltanschauung warb der von Geisteskrankheit bedrohte Oskar Panizza für sein Selbstkonzept als Psychotiker und versuchte den Wert seiner Persönlichkeit zu retten. Panizza sah für sich nur die Wahl: entweder seine einzigartige Persönlichkeit aufzugeben, sich als Kranken zu akzeptieren und auf seine 'Normalisierung' durch die Fortschritte der psychiatrischen Forschung zu hoffen oder aber Objektivität und Normalität abzuschaffen" (1999: 62).

Während sämtliche bisherigen Arbeiten zu Panizza ohne Berücksichtigung seines letzten Buches, dem zwischen 1901 und 1905 entstandenen, 180 Seiten umfassenden Manuskript "Imperjalja" geschrieben wurden, ist es Müllers Verdienst, dieses Manuskript ediert und kommentiert zu haben (Panizza 1993). Thematisch stellt "Imperjalja" eine Fortsetzung von Panizzas zu dessen Lebzeiten ebenfalls unveröffentlichtem Aufsatz "Laokoon oder über die Grenzen der Mezgerei. Eine Schlangenstudje"¹ (Panizza 1966) dar, der für die von Panizza herausgegebenen "Zürcher Diskußionen" vorgesehen war und dessen Manuskript erst 1966 auf einer Auktion in München wieder auftauchte. Nach Müller "eröffnet gerade 'Imperjalja' den direktesten und unmittelbarsten Zugang zu Oskar Panizzas Wahnggebäude und ist die authentische Entfaltung seines Wahnsystems. Diese Handschrift beantwortet viele der noch offen gebliebenen Fragen zu Oskar Panizzas Geankenwelt und muß unabdingbarer Bestandteil einer jeden Untersuchung werden, die den Anspruch erhebt, Oskar Panizza in seinen Intentionen und Reaktionen zu interpretieren" (Müller ap. Panizza 1993: 15f.).

Neben "Illusionismus" ist der 1896 unter dem Pseudonym "Jules Saint-Froid" erschienene Aufsatz "Neues aus dem Hexenkessel der Wahnsinns-Fanatiker", den Michael Bauer erneut in einem Sammelband herausgab (Panizza 1986) Panizzas wichtigste philosophische Arbeit. Hier fordert Panizza einen Neo-Hegelianismus: "Warum denn einen Mann wie Hegel, oder Schelling, oder Richard Wagner, oder Nietzsche für verrückt erklären? Raum für alle hat die Erde! [...] Oder weshalb Christus oder Luther für geisteskrank erklären? Oder Pudor entmündigen? Wer Gott sein will, sei immerhin Gott. Und wer Sonderling sein will, sei immerhin Sonderling. Im Gegenteil, wir müssen wieder Hegelianer werden und diese diversen Geistes-Äußerungen und psychischen Qualitäten wieder unter einem großen Gesichtspunkt, als Agglomerationen der Genius-Äußerungen und Genius-Bedürfnisse der Menschheit zusammenfassen. Dann werden wir wirklich den Materialismus und seinen kurzsichtigen Standpunkt überwunden haben; den Materialismus, der meinte, Christus totzuschlagen, indem er ihn für pathologisch erklärte. Hegel glaubte so wenig, wie wir, daß Christus Gottes Sohn war. Er glaubte an ihn, wie er an Sokrates, Buddha und

¹ Ich behalte Panizzas eigenständige Orthographie und Zeichensetzung durchwegs bei.

Mahomed glaubte, indem er sie unter einem *Tertium comparationis*, unter einer höheren, geistigen Einheit, der Idee, zusammenfaßte [...]. Mit einem Neo-Hegelianismus werden wir alle die Schwierigkeiten des Theismus, Atheismus, Rationalismus und Ritschlianismus, und wie sie alle heißen, ja sogar die große Krankheit unserer Zeit, die Majestäts-Krankheit, überwinden" (1986: 216).

In der vorliegenden Arbeit möchte ich zeigen, dass die von Müller aus psychiatrischer Sicht interpretierten Arbeiten "Laokoon" und "Imperjalja" die letztmöglichen metaphysischen Konsequenzen aus den bereits in "Der Illusionismus" und "Hexenkessel" sowie in weiteren Arbeiten dargelegten philosophischen Konzeptionen Oskar Panizzas darstellen. Ich versuche dabei vor allem zu zeigen, daß diese Konzeptionen einzig und allein vor dem Hintergrund der polykontexturalen Ontologie und Logik umfassend verständlich sind. Sollte dieser Versuch gelingen, dann gebührt Oskar Panizza die posthume Aufnahme in den Kreis der trans-klassischen Denker, wie dies kürzlich Klaus-Dieter Hohmann für Søren Kierkegaard geglückt ist.

2. Idealismus und Illusionismus

2.1. Das Theorem von der transzendentalen Entstehung des Denkens und der Außenwelt

Philosophiegeschichtlich ist Panizza ein später Vertreter des radikalen subjektivistischen Idealismus, wie er im Werk Stirners wohl seinen Höhepunkt gefunden hat (vgl. Wiener 1978). Als Motivation hinter Panizzas philosophischen Schriften steht seine Ablehnung der Psychophysik sowie der rein anatomisch orientierten psychiatrischen Forschung am Ausgang des 19. Jahrhunderts. Panizzas "Illusionismus" zählt nach Bauer "bis heute zu den heftigsten zeitgenössischen Angriffen gegen das vom naturwissenschaftlichen Experiment geprägte Denken der 1880er und 1890er Jahre, gegen Positivismus und Monismus" (1984: 42f.). Panizzas Anliegen dabei war es nicht nur, der Seele bzw. dem Willen sein Recht gegenüber dem Körper bzw. Denken zurückzugeben, sondern auch den Konflikt zwischen Seele und Leib, zwischen Wille und Denken zu schlichten.

Panizza fragt: "Was ist nun dasjenige persönliche Erlebnis in uns, welches uns am entschiedensten, am direktesten, oft in erschreckender Weise, den Gedanken von der Genuität, von der Ursprünglichkeit des Denkens nahelegt? – Der Zwangsgedanke. Die Inspiration. Die Halluzinazion" (1895: 15), und er erkennt schon sehr früh, daß Kausalität offenbar an den Körper, nicht aber an die Seele gebunden ist: "Woher der plötzlich, wie aus heiterem Himmel, mitten in unsere alltäglichen Vorstellungen hineinplatzende Gedanke, der nichts Ähnliches vor sich noch nach sich hat, wie ein erratischer Block mitten in unserem Denken liegt?" (1895: 15). Doch Panizzas Ideen sollten erst ein halbes Jahrhundert später systematisch entwickelt werden: "Kausalität, so glaubte man, vermittelt absolute Gewißheit. Sie ist das physische Gegenbild der ideellen reinen Wahrheit. Die zweiwertige Logik des Aristoteles, auf der alle klassische Mathematik und die ihr folgende exakte Naturwissenschaft aufgebaut ist, muß als der profundeste Ausdruck dieser Weltauffassung betrachtet werden" (Günther ap. Kotzmann 1999: 197). Günther unterscheidet hernach zwischen kausalen und magischen Ereignisserien. Für ihn "charakterisiert die Überwindung der Dominanz von Kausalserien in unserem Weltbild und die Konstruktion von Serien mit sehr vielen Freiheitsgraden den Aufbruch in eine neue kulturhistorische Epoche, in eine globale, planetarische Weltgesellschaft [...]. Der zu entwickelnde magische Serienbegriff bezieht sich natürlich auf das transklassische Logikkalkül" (Kotzmann 1999: 199). Panizza erkennt also, "daß Ideen, Motive, Impulse, Anregungen, Triebe, ganz und gar nicht in der Außenwelt ihren Nährboden haben, sondern auf unkontrollierbare, unbekannte Weise aus der Psyche selbst aufsteigen" (Panizza 1986: 213f.). Welches ist jedoch die Schwierigkeit, "Geistiges und Körperliches auseinanderzuhalten, sie definitiv zu trennen, wie die einfache Überlegung meines Denkens verlangt? Die Erscheinung. Die Erscheinung ihrer Gleichzeitigkeit, oder doch ihrer Zusammengehörigkeit" (1895: 13). Die Halluzination selbst ist dabei "ein Einbruch in mein Denken, der nicht rein geistige Leistung bleibt, sondern – empirisch gesprochen – mit einer Projektion in die Aussenwelt verknüpft ist, also in den Bereich der Erscheinung fällt" (1895: 18f.).

Damit stellt sich die Frage, ob es nötig ist, an der Hypothese einer Außenwelt festzuhalten: "Aber wo steckt dann der Unterschied zwischen einem wirklichen und einem halluzinierten Baum, da der zentrale Prozess der Wahrnehmung ja für die Halluzination wie für die normale Sinnes-Empfindung der gleiche ist? Wie kommt es, dass ich die Aussenwelt nicht als Innen-Welt empfinde, nachdem die wirkliche Wahrnehmung der Aussen-Welt nur ein in meinem Innern, zentral-verlaufender Prozess ist?" (1895: 19f.). Noch deutlicher heißt es: "Und ist denn ein so großer Unterschied zwischen einem halluzinierten Dampfer und einem veritablen Dampfer? Steken nicht beide in unserem Kopf?" (1992: 90). Panizza folgert: "Demnach bleibt nur die erste Alternative: dass normale Sinnes-Wahrnehmung wie Halluzination in gleicher Weise aus dem Innern in die Aussenwelt projiziert werden. Da aber dann der vorausgehende Weg des Eindringens der Aussenwelt in mein Inneres bei der normalen Sinnes-Wahrnehmung überflüssig wird – auch wenig wahrscheinlich ist, und auch sinnfällig nicht stattfindet; denn der Baum dringt doch nicht in meinen Kopf – so ist die Welt Halluzination" (1895: 20).

Merkwürdigerweise sind sich alle Interpreten Panizzas einig, dieser habe somit die Außenwelt aufgehoben. In Wirklichkeit bleibt diese jedoch auch für Panizza bestehen: "Wenn die Welt für mein Denken eine Halluzination ist, was ist sie dann für mich, den Erfahrungsmenschen, für meine Sinne, ohne die ich nun einmal nicht Haus halten kann? – Eine Illusion" (1895: 21). Gerade der Schritt von der idealistischen zur illusionistischen Konzeption setzt also das Weiterbestehen der Außenwelt voraus, freilich bloß als eine im transklassischen Sinne aufgehobene. Folgerichtig fragt Panizza weiter: "Wie kommt die Welt als Illusion in meinen Kopf?" (1895: 21). Er prüft mit logischen Überlegungen alle kombinatorisch möglichen Antworten auf idealistischer ebenso wie auf materialistischer Basis und kommt zum folgenden Schluß: "Auf die Frage also: was kann hinter meinem Denken für eine Quelle liegen, die nach den angestellten Untersuchungen weder bewusste noch materielle Qualität an sich haben darf, aber die nicht auf assoziativem Wege, sondern durch Einbruch in mein Denken entstanden, und hier angetroffenen Bewusstseins-Inhalte erklären soll – eine Untersuchung, die mein noch innerhalb meines Denkens wirkendes Kausalitäts-Bedürfnis gebieterisch fordert? – kann ich die Antwort geben: Es ist ein transzendentaler Grund. Es ist eine transzendente Ursache"

(1895: 24). Da sich Transzendenz und Immanenz gegenseitig bedingen, geht auch hieraus klar hervor, daß die Außenwelt für Panizza nicht inexistent sein kann. Im Gegenteil ist es gerade die Annahme dieses transzendentalen Grundes, den Panizza in Anlehnung an Sokrates "Dämon" (1895: 25) nennt, mit der er über Stirners Solipsismus hinausgeht: "Der Dämon [ist] etwas Jenseitiges" (1895: 61). Das hieraus resultierende Theorem von der transzendentalen Entstehung des Denkens und der Aussenwelt begründet Panizza wiederum mit dem, was fünfzig Jahre später logisch durch Ereignisseries untermauert werden wird: Panizzas Theorie "postuliert die Entstehung des Innenlebens als kausalllos, d.i. transzendental, als unweigerlich Gegebenes [...] und lässt Denken und Handeln räumlich wie zeitlich in einer Richtung sich vollziehen, um dann, wie geschehen, Ich-Psyche und Aussenwelt in einen halluzinatorischen Wahrnehmungs-Aussenwelt-Prozess zusammenzuziehen" (1895: 45).

2.2. Panizzas Paradox

Vor dem Hintergrund des Theorems von der transzendentalen Entstehung des Denkens und der Außenwelt formuliert Panizza ein semiotisches Paradox:

"Nur der Tod macht dem Spuk ein Ende. Für mich ein Ende. Denn alles spricht dafür, daß ich, mein Denken, nichts weiß, daß mein Leichnam – ein illusionistisches Produkt – stinkend dort liegt, ein Schauspiel der andern. Der Dämon zieht sich zurück. Die kreatorige Tätigkeit stellt er ein. Und die Hülse, die Maske, verfault zusehends im illusorischen Genuß – der andern, Überlebenden. Daß kein Rest, kein Denk-Rest, soweit Menschen-Erfahrung reicht, von mir übrig bleibt, muß uns, so eifrig nach 'Erhaltung der Kraft' Spürende, doch aufmerksam machen, daß hier etwas zum Teufel geht, wie man vulgär sagt – wohin? Etwas, das Denken, wohin? – Und die Maske verfault vor unseren Augen. Sie mischt sich in die Masse der übrigen illusorischen Produkte. Sie geht ohne Rest auf. Für unsere illusorische Anschauung. Wir rechnen sie in Stickstoff und Kohlensäure um. Und die Rechnung stimmt. Innerhalb der Erscheinungswelt gibt es kein Manko. Aber das Denken, wo geht das, Verfechter des Prinzips der Erhaltung der Kraft, hin?" (1895: 50f.).

Vom aristotelischen Standpunkt aus sind die Grenzen zwischen Leben und Tod diskret. So liest man beim Vorsokratiker Parmenides: "Da steht das Tor, wo sich die Pfade des Tages und der Nacht scheiden; Türsturz und steinerne Schwelle hält es auseinander; das Tor selbst, das ätherische, hat eine Füllung von großen Flügeltüren; die wechselnden Schlüssel verwahrt Dike, die gewaltige Rächerin (Diels 1906: 114). Kontinuierlich sind Kontexturgrenzen dagegen aus nicht-aristotelischer Sicht: "For the classic tradition there is a complete break between Life and Death. It is theoretically, although not practically, possible to fix the moment of Death as the time when the soul departs from the body. From the poly-contextural aspect of a living body this is on principle impossible, because Death means only a gradual decrease of the discontextuality of Matter" (Günther 1976-80, II: 304).

Panizzas Paradox resultiert demnach offenbar nicht wie die bekannten logischen Paradoxien aus einem Konflikt *innerhalb* eines logischen Systems, sondern durch die Inkommensurabilität der Panizzas Denken zugrunde liegenden Logik mit der klassisch-aristotelischen Logik, also *zwischen* verschiedenen logischen Systemen. Die von Panizza geforderten qualitativen Erhaltungssätze werden daher von der klassischen Wissenschaft geleugnet. So schrieb etwa der Mathematiker und Philosoph Hausdorff, "daß es derlei vermittelnde Gebiete nicht gibt, daß vom Empirischen zum Absoluten keine Brücke herüber und hinüber führt [...]. Wir werden die völlige Diversität beider Welten und die Unhaltbarkeit jedes Schlusses von empirischen Folgen auf transzendente Gründe (im weitesten Sinne) zu zeigen haben" (1976: 27). Und noch kürzlich behauptete der Kybernetiker Frank: "Unstrittig ist, daß es in der Kybernetik nicht um Substanhaftes (Masse und Energie), sondern um Informationelles geht. Für dieses gelten im Gegensatz zu jenem keine Erhaltungssätze" (1995: 62). Dagegen hatte Gotthard Günther aber richtig festgehalten: "So wie sich der Gesamtbetrag an Materie, resp. Energie, in der Welt weder vermehren noch vermindern kann, ebenso kann die Gesamtinformation, die die Wirklichkeit enthält, sich weder vergrößern noch verringern" (1963: 169). Ferner ist qualitative Erhaltung in Literatur und Mythologie weit verbreitet. Bei Gottfried Keller findet sich der Satz: "Was aus dem Geist kommt, geht nie verloren" (ap. Strich und Hoßfeld 1985: 76). Zu den afrikanischen Xosa bemerkt Witte: "Wenn die Toten den Lebenden erscheinen,

kommen sie in ihrer früheren, körperlichen Gestalt, sogar in den Kleidern, die sie beim Tode trugen" (1929: 9), und zu den Toradja: "Die Toradja auf Celebes meinen, daß ein Mensch, dem ein Kopffäger das Haupt abgeschlagen, auch im Jenseits ohne Kopf herumläuft" (1929: 11). Über einige Naturvölker Südamerikas erfahren wir von Braun: "Tote, mit denen man vor ihrem Sterben in engem persönlichem Kontakt stand, werden gleich erkannt, weil sie sich – wenigstens bei oberflächlicher Betrachtung – nicht verändert haben" (1996: 89). "Die Tatsache, daß [der Tote] ohne weiteres von den Hinterbliebenen erkannt wird, gestattet die Behauptung, daß er immer in der gleichen Gestalt, die er zu Lebzeiten hatte, erscheint" (1996: 91). Dann spielt qualitative Erhaltung besonders in der Theosophie eine bedeutende Rolle: "Der Tod ist Übergang von einer Bewußtseinsform in eine andere, also nicht Vernichtung, sondern Geburt, Durchgang, Durchbruch in eine andere Bewußtseinswelt" (1996: 414). "Die Theosophen wollen zeigen, daß das Ableben am Wesen und Charakter des Verstorbenen nichts verändert. Die Hauptthese lautet: Jeder ist auch nach seinem Tod der, der er vorher war" (1996: 419).

2.3. Panizzas Ringen um eine Überwindung der Monokontextualität

Ausgerüstet mit der Erkenntnis, daß Panizzas Paradox durch die Konfrontation des klassischen mit einem trans-klassischen System der Logik entsteht, wollen wir nun im einzelnen prüfen, welche Hinweise sich in Panizzas theoretischem und literarischem Werk daraufhin finden, was für ein trans-klassisches System Panizza vorschwebte.

In seiner Studie "Christus in psicho-pathologischer Beleuchtung" diagnostiziert Panizza: "Hier zeigt sich aber auch die gänzliche Unabhängigkeit und Intaktheit des Gefühllebens von allen logischen Fehlern und funktionellen Verkehrtheiten des Verstandes, eines Verstandes, der längst bei Jesus, wie sein schroffes Sich-Gegenüberstellen gegen die Staatsraison zeigt, dem Bereiche dessen, was wir heute empirisch 'Geisteskrankheit' nennen, verfallen war: die Primordialität des Gefühllebens vor dem Verstandesleben" (1898b: 3) und kommt zum Schluß, Jesus habe "das System des Selbst-Wahns gegen alle Feinde der Logik und der raison sieghaft ausgebaut" (1898b: 3). In seinen Erzählungen geht Panizza noch einen entscheidenden Schritt weiter. Dort wird nämlich der freie Wille als "dritte Bewegung" verselbständigt: "Wenn wir von einer Summe

gleicher Geräusche affiziert und von einer Menge stets sich wiederholender optischer Eindrücke erregt werden, so dauert es einige Zeit, dann werden die äußeren Sinne stumpf, und es hebt sich aus unserem Innern eine Art 'Kristall-Sehen', eine autochtone Macht, eine dritte Bewegung, die wir nicht mehr komandieren können, die sich als 'freier Wille' selbst auf den Schauplatz stellt" (1992: 84f.). Müller interpretierte die Erzählung "Die gelbe Kröte", aus der dieses Zitat stammt, wie folgt: "Panizza schilderte exakt die einzelnen Stadien eines psychotischen Schubs" (1999: 60). In "Pastor Johannes" wird "Das Thier von Seltsamhausen" als Materialisierung von Träumen dargestellt: "Es war, als wenn es sich bei den Schläfern rekrutierte; als wenn es Glied um Glied aus deren geöffneten Mündern sich ergänzte; als wenn das Thier das Produkt der Seelen der hier Schlafenden sei [...]. Was das für ein Thier sei? – frügen sie. – Ja, das wisse er doch nicht! Sei es vielleicht die *Langeweile*? – Oder das *Nichts*?" (Panizza 1981: 334f.). Aus dem letzten Zitat geht hervor, daß für Panizza die Ontologie des Willens in den Kontextbereich des Nichts gehört. Dies deckt sich mit der Polykontextualitätstheorie Gotthard Günthers: "Das Sein ist der Geburtsort des Denkens; das Nichts aber ist die Heimat des Willens" (Günther 1976-80, III: 288).

In "Eine Mondgeschichte" steht der Ich-Erzähler vor der Frage: Soll er dem Mondmann auf die Leiter zum Mond hinauf folgen oder nicht? "Der Gedanke: steig ihm nach! Ich wußte, die Entscheidung, wie sie auch ausfallen möge, werde, unabhängig von meinem sogenannten Ich, aus einem tieferen Grund heraufkommen, und ich, meine Person, werde der willenlose Zuschauer sein" (1985: 15). Das Besondere ist hier, daß dem rationalen Denken die Autonomie der Entscheidung abgesprochen, dem irrationalen Willen sogar Primordialität zugestanden wird: Der Wille bestimmt hier das Denken, die Volition in Übereinstimmung mit der Polykontextualitätstheorie die Kognition. Für Panizza liegt der Reiz des menschlichen Lebens gerade darin, "daß unser Willens-Impuls das Resultat der gegensätzlichsten Motive und Neigungen ist, heute so, morgen so, und das Zusehen des 'Ich' bei diesem Kampfe ist ja eben das, was wir Leben nennen" (1981: 63). Wiederum ein halbes Jahrhundert nach Panizza hatte Günther aufgezeigt, daß der Bereich des Willens denjenigen des Denkens umfaßt, jener aber viel umfassender als dieser ist, weil nämlich "das System der menschlichen Rationalität keineswegs das System der Rationalität

des Universums ist. Es liefert nur einen infinitesimalen Bruchteil des letzteren" (1976-80, I: xii): "Es kommt diesem Denken nirgends der Gedanke, daß Realität vielleicht nicht mit der objektiv gegebenen, sinnlich und gegenständlich erfahrbaren Welt identisch ist. Daß der objektive Tatbestand der Welt vielleicht nur eine Teilkomponente des gesamten Wirklichkeitszusammenhanges ist. Daß die prinzipielle Sichtbarkeit, d.h. Wahrnehmbarkeit der Welt vielleicht eine metaphysische Eigenschaft ist, die nur einem partiellen Bestande des Daseins zukommt. Es ist in der Tat eine metaphysische Eigenschaft des Seins, daß es sichtbar, also objektiv vor Augen liegt. Sein ist dasjenige, dem man grundsätzlich begegnen kann. Aber das klassische Denken träumt nicht einmal davon, daß die Wirklichkeit Seiten haben könnte, denen man niemals zu begegnen vermag. Man muß die Region des Denkens ganz verlassen haben und sich in die Zauberwelt des Märchens und der Mythologie begeben, um auf dem Boden der zweiwertigen Hochkulturen eine Ahnung davon zu bekommen, daß die uns umgebende Realität prinzipiell un-objektive Aspekte hat, die sich nicht durch die Sesamformel: Sein des Seienden dem Bewußtsein zugänglich machen lassen" (1991: 140). Wenn Günther an anderer Stelle festhält: "Aber die tiefer begreifenden Geister wissen längst, daß es überhaupt nicht mehr um astronomische Räume geht, sondern um die Eroberung dessen, was einstmals als der alleinige Bereich der Seele galt" (1975: 74), so haben wir hier zweifellos das Hauptmotiv für Panizzas "Mondgeschichte" vor uns: Äußerlich eine Reise ins Weltall, innerlich aber eine Reise in die Tiefen der Seele. Wenn Panizza also feststellt: "Ich löse das Mondrätsel nicht, lieber Leser, – und wenn Du es vermagst, so hast Du jetzt das Gesamt-Material meiner Betrachtungen vor Augen" (1985: 112), so muß man sich nach dem bisher Gesagten im Klaren sein, daß das Mondrätsel sich mit den monokontexturalen Mitteln der zweiwertigen Logik eben nicht lösen läßt und daß Panizza dies zweifellos bewußt gewesen ist: "Ich muß dem Leser offen gestehen, ich konnte über die physikalischen, meteorologischen und astronomischen Bedingungen, unter denen unser Erdentrabant steht, hieroben nicht klar werden, und mein Respekt vor den gelehrten Vertretern dieser Disziplinen auf der Erde drunten wuchs auf dem Monde nicht" (1985: 55) – denn die letzteren vertreten ja – bis heute – die monokontexturale Sichtweise der Wissenschaft.

In einer zweiwertigen Logik, die nur die beiden Werte wahr und falsch kennt, "wiederholt die Negation nur die Positivität, die sie angeblich verneint" (Günther 1976-80, III: 284). Allerdings läßt "die ursprüngliche naive Identifikation des Bewußtseins mit seinen Inhalten einen unbewältigten Reflexionsrest in dem durch diesen Identifikationsprozeß erzeugten Weltbild zurück. Und dieser vom Vorstellen und Denken nicht beherrschte Überschuß der Reflexion wirkt 'irgendwie' als Motiv, um das Bewußtsein aus seiner ursprünglichen Verfassung heraus und in eine neue Reflexionssituation hinein zu treiben" (1976-80, III: 15). Als Antizipation von Reflexionsresten finden wir ein besonders eindrückliches Beispiel in Panizzas "Liebeskonzil": Der Teufel, von Gott, Maria und ihrem Sohn mit der Aufgabe betraut, die Menschheit für ihre sexuellen Ausschweifungen mit einem besonderen Gift zu bestrafen, zieht sich in seine Wohnung zurück, versucht nachzudenken, kommt aber zu keinem Resultat und schläft darüber ein. Während er noch schläft, wechselt das Bühnenbild im Hintergrund: "Man erblickt ein ungeheures Totenfeld, auf dem eine schier unfassbare Zahl, wie es scheint lauter Weiber, in Leibesgestalt, mit fahlen Gewändern, die einen hockend, die anderen hingestreckt, teils die Arme aufgestützt, teils das Gesicht in den Armfalten vergraben, wie schlafend dortliegen". Plötzlich erwacht der Teufel: "Ah! – Ihr seid mir vorausgeeilt, Gedanken!" Er betrachtet lange mit Entzücken die Szene: "Ihr habt euch verwirklicht, meine guten Gedanken!" (1991: 75f.). Auch die Erkenntnis, daß die Negation in der aristotelischen Logik die Wiederholung der Position ist, findet sich bereits bei Panizza: In der "Kirche von Zinsblech" feiern "Apostel, Märtyrer und Ortsheilige" nächstens die Kommunion in der Kirche, in der sich auch der Ich-Erzähler aufhält. Dazu gesellen sich zahlreiche verstorbene Personen, wobei die einen vom "weißen" (Christus), die andern vom "schwarzen" Priester (dem Teufel) die Hostie empfangen. Vom schwarzen Priester heißt es: "Eigentümlich war es, daß er fast pendelartig dieselben Bewegungen und Gesten machte, wie sein weißes Gegenüber auf der anderen Altarseite" (1964: 30).

Wie sieht das Nichts in Panizzas Werken aus? In der "Mondgeschichte" vertritt der Mond das Nichts: "Mein erster Gang war zum Fenster: Alles lag in schwindelhafter Ferne; kein Baum, kein Strauch, keine Wolke, nicht einmal ein Nebel, weder Ton noch Geräusch, kein Vogel, kein Sonnenstrahl, nur in weiter

Ferne einige scharf blitzende Gestirne auf einer dunkel-violetten Wand. Gott! sagte ich zu mir – wirklich ein Leichtsinn, sich auf eine so unberechenbare Bahn begeben zu haben" (1985: 38). Uns interessiert hier besonders das spezielle Licht, welches im Dunkeln herrscht. In der Beschreibung der Wohnung des Teufels im "Liebeskonzil" heißt es: "Nach einiger Zeit mündet dieser brunnenartige Gang in einen größeren, finsternen, kellerartigen Raum, der durch ein traniges Öllicht nur teilweise erhellt ist" (1991: 70). Als Helena von Sparta, vom Teufel gerufen, aus dem Gräberfeld aufsteht, liest man von ihr: "den Lichtschimmer, der ihr aus dem Totenreiche anhaftet, beibehaltend" (1991: 76). Helena von Sparta, ebenso wie die anderen Frauen, die der Teufel zur Examination für seine Absichten, die Menschheit zu vergiften, aus dem Jenseits kommen läßt, repräsentieren vom Standpunkt der polykontexturalen Logik Reflexionsreste. In dieser Einsicht mag man das Motiv dafür finden, daß in der Mythologie das Jenseits, das vom Diesseits her gesehen als Nichts fungiert, eben nicht als leeres, unbevölkertes Nichts erscheint: "Daß das Kenoma sein eigenes Licht (gleich pleromatischer Finsternis) besitzt, das ist in der Tradition schüchtern angedeutet; aber selten wird so deutlich ausgesprochen, welche Rolle Gott in der Kenose spielt, als bei Amos 5, 18, wo wir lesen: 'Weh denen, die des Herren Licht begehren! Was soll es euch? Denn des Herren Tag ist Finsternis, und nicht Licht.'" (Günther 1976-80, III: 276). Es gibt viele weitere Zeugen des kenomatischen Lichts durch die Jahrhunderte hindurch. So lesen wir in der negativen Theologie des Dionysios Areopagita (1. Jh. n. Chr.): "Möchten doch – auch wir! – in jenes Dunkel eindringen können, das heller ist als alles Licht" (1956: 165). Meister Eckehart (1260-1327): "Es war ein Zeichen dafür, daß er das wahre Licht sah, das da Nichts ist" (ap. Lanczkowski 1988: 207). Quirinus Kuhlmann (1651-1689, wegen seiner Bücher auf Geheiß des Zaren in Moskau verbrannt): "Je dunkler, je mehr lichter: / Je schwärzer alls, je weißer weißt sein Sam. / Ein himmlisch Aug ist Richter: / Kein Irdscher lebt, der was vernahm; / Es glänzt je mehr, je finster es ankam. / Ach Nacht! Und Nacht, die taget! / O Tag, der Nacht vernünftiger Vernunft! / Ach Licht, das Kaine plaget / Und helle strahlt der Abelzunft! / Ich freue mich ob deiner finstern Kunft" (ap. Staiger und Hürlimann 1948: 87). Georg Heym (1887-1912): "Tief unten brennt ein Licht, ein rotes Mal / Am schwarzen Leib der Nacht, wo bodenlos / Die Tiefe sinkt" (1947: 60). Wenn sich schließlich der

Teufel für sein Vorhaben entscheidet, mit Salome, der Tochter der Herodias, eine Tochter zu zeugen (Panizza 1991: 80ff.), so gibt uns Panizza sogar eine bildliche Darstellung von der erst von Günther beschriebenen "Iterierbarkeit des Negativen" (1976-80, III: 295), die von der klassischen Logik her ebenfalls unverständlich ist.

Gemäß Panizzas Theorie von der qualitativen Erhaltung verbleiben die Seelen der Verstorbenen in dieser Welt. Daß der Mond für das Jenseits, also nach Nichts, steht, geht auch aus dem folgenden Gedanken aus dem "Tagebuch eines Hundes" hervor: "Wenn das Denktier, sagte ich mir, meinen Kameraden verlassen, wo ist es dann hin? Und warum muß der arme Kerl da draußen so lange liegen, und sich die Würmer im Maul herumlaufen lassen? Giebt es einen Platz, wo sich die Denk-Tiere versammeln, vielleicht am Mond, und plauschend sich unterhalten, wie sie jetzt wieder einen Hundekörper gefoppt und dann elend liegen gelassen?" (1977: 239). Nun überschreiten die Seelen bei ihrer Reise vom Sein ins Nichts eine Kontexturgrenze. Daraus folgt aber, daß für Panizza das Jenseits ein Teil des Diesseits sein muß. Daß es sich tatsächlich so verhält, geht aus zahlreichen Beschreibungen des Mondhauses hervor, die man nicht anders erklären kann, als wollte Panizza hier mit dem Zaunpfahl winkend auf eben diesen polykontexturalen Sachverhalt hinweisen: "Es war der gewaltige Nachttopf der Mondfrau; ich drehte ihn um; 'Hazlitt und Söhne, Heilbronn', war unten eingebrannt" (1985: 32). "Wenn ich überlegte, wie dieses Fenster, das ein ganz gewöhnliches Fenster mit bogig glänzenden Scheiben war, wie diese Bettstellen, die paar Möbel hierher an diesen beschränkten Ort kamen, wo doch von einer Industrie nicht entfernt die Rede sein konnte, so war es kein Zweifel, der arme, brave Mondmann hatte die Gegenstände alle auf seinem Buckel heraufgeschleppt" (1985: 29). "Nun, wo kam denn der Mondmann her? – Das weiß ich nicht! – Nun, wo kam die Mondfrau her? – Aus der Gegend zwischen Krefeld und Xanten!" (1985: 86). In seinem Aufsatz über die mittelalterliche Mystikerin Agnes Blannbekin pointiert Panizza schließlich: "Wir glauben heute nicht mehr an den außerweltlichen Gott, wir glauben nur noch an den Gott in uns" (1898c: 2). Er gibt uns ebenfalls eine Idee davon, wie eine – hier freilich ironisch geschilderte – polykontexturale Schöpfungsgeschichte lauten könnte: "Am Anfang war der große Käs, der tief drunten im Nebel hockt, und schnarcht, und in Dampf eingewickelt ist. Aber

noch ehe der große Käs war, war das Mondhaus, das unter dem Gewölbe herrscht. Und das Mondhaus ward erleuchtet und ernährt, von der großen Butterkugel, die am Himmel schwebt. Und ihre fetten Strahlen befruchteten das Mondhaus, und es ward dick davon. Und eines Tages, als der Mond überdick war, sprang er auf und gebar den großen Käs, der hinunterfiel in die Tiefe, wo er in der Finsternis schnarcht" (1985: 67). Die Vorstellung, daß es nur ein – polykontextural strukturiertes – Innen gibt, findet sich bei zahlreichen Völkern, die über den ganzen Erdball verstreut sind. Von den Altvölkern Indonesiens erfahren wir: "Damit erscheint die Jenseitswelt als ein Bestandteil des Diesseits, ja das Diesseits gibt es nur, weil das Jenseits es in seinen Charakteristika, in seinen entscheidenden Strukturen bis in die feinsten Verästelungen hinein konstituiert" (Braun 1996: 29). "Das Land der Toten ist im allgemeinen eine Art idealisiertes Diesseits" (1996: 33f.). Von Australien hören wir: "Der australische Mensch lebte in einer Welt, die Diesseits und Jenseits in fließendem Übergang kennt, doch eigentlich in einer Beziehung zueinander, wo eines ins andere greift. Diesseits gilt nur, weil Jenseits permanent webt und waltet" (1996: 60).

Michael Bauer charakterisierte das literarische Werk Oskar Panizzas wie folgt: "Durch die Verflechtung einer dem Leser vertrauten Realität mit einer ihm durch den Ich-Erzähler vermittelten neuen Wirklichkeitserfahrung wollte Panizza verdeutlichen, daß jeder Mensch, je nach Veranlagung und psychischer Disposition, seine individuelle Realität schaffe und es somit weder eine Objektivität noch eine Normalität des Empfindens und Erlebens geben könne" (Bauer 1984: 74). Dabei fällt auf, daß mehrere Erzählungen Panizzas in der Dämmerung bzw. bei einbrechender Nacht beginnen und am folgenden Morgen bzw. beim Wiederkommen des Lichts enden ("Das Wirtshaus zur Dreifaltigkeit", "Die Kirche von Zinsblech", "Der Stationsberg", "Eine Mondgeschichte", "Die Menschenfabrik"). Nun bildet das Begriffspaar Tag und Nacht eine Dichotomie wie diejenigen von Leben und Tod, Denken und Wille, Körper und Seele, deren Glieder jeweils durch Kontexturgrenzen voneinander getrennt sind. Die nur vor polykontexturalem Hintergrund verständlichen Themen Kontexturen, Kontexturgrenzen und Kontexturüberschreitungen erweisen sich denn auch als die eigentlichen philosophischen Hauptthemen in Panizzas Werken; sie sind Panizzas wichtigste Stilmittel, um die Verflechtungen der

verschiedenen Realitäten darzustellen. In mehreren Erzählungen verlaufen Kontexturgrenzen in Übereinstimmung mit der Polykontextualitätstheorie sogar mitten durch unsere vermeintlich monokontexturale Wirklichkeit. Im "Wirtshaus zur Dreifaltigkeit" lesen wir: "Die Leute benahmen sich, als wären sie unter sich allein. Kein Versuch, mich in's Gespräch zu ziehen [...]. Auch unter sich sagten diese Leute kein Wort" (1992: 101). Ich-Erzähler und Wirtsleute sind aber nicht nur durch eine räumliche, sondern auch eine zeitliche Kontexturgrenze voneinander geschieden. Als der Ich-Erzähler für seine Übernachtung bezahlt, erfahren wir nämlich: "Der Alte gab mir mit Mühe und Noth die paar Batzen heraus, von denen ich erst später zu meiner nicht geringen Verwunderung sah, daß es ausländisches Geld und mit den Bildnißen des Königs Herodes und des römischen Kaisers Augustus geschmückt war" (1992: 115). Als der Ich-Erzähler der "Mondgeschichte" vom Mond zurückkommt, auf dem er doch nur zwei Monate geblieben ist (1985: 56), ist seine vordem noch rüstige Zimmerwirtin "ein altes, greisenhaftes Weib" (1985: 122), von ihm selbst, zum Zeitpunkt des Aufstiegs auf den Mond ein junger Student, sagt er: "Mein Haar war fast vollständig ergraut; mein Gesicht zitronengelb und ledern; meine Augen erloschen" (1985: 123). In der "Kirche von Zinsblech" hält sich der Ich-Erzähler während der Kommunion der Heiligen-Statuen ebenfalls in der Kirche auf: "Niemand wunderte sich über den anderen, keiner sprach mit dem anderen [...]. Was mich am meisten wunderte: Niemand kümmerte sich um mich. Ich blieb völlig unbemerkt. Und selbst der Mann, der mit seinem schiefbalkigen Kreuz an mich angestoßen war, schien davon nichts bemerkt zu haben" (1964: 28). Daß die wahrnehmbare Welt nur scheinbar eine Monokontextur darstellt, zeigt sich eben immer dann, wenn Kontexturgrenzen auftreten, wo sie niemand vermutet hätte. Das wohl bekannteste Beispiel hierfür ist die Begegnung von Alice und dem Roten König in Lewis Carrolls "Through the Looking-Glass". Gotthard Günther hatte diese Szene wie folgt kommentiert: "No matter how loud the discourse between Alice and the Tweedle brothers may get, it will not wake the Red King, because the existence or mode of Reality of Alice and the Twins is discontextural with the physical body of the King who is – or seems at least – to be lying in front of them in the grass" (1976-80, II: 253). Ein graphisches Beispiel für räumliche Diskontextualität findet sich in Maurits Cornelis Eschers bekannter Lithographie "Belvédère" (1958): Offenbar befin-

det sich der Gefangene im linken unteren Bildrand in einer anderen Kontextur als die Personen in dem merkwürdigen Gebäude. Escher selbst kommentierte sein Bild wie folgt: "Auf dem Boden der unteren Etage im Inneren des Hauses steht eine Leiter, auf der zwei Personen soeben nach oben steigen. Aber eine Etage höher angekommen stehen sie wieder im Freien und müssen wiederum in das Gebäude eintreten. Ist es da verwunderlich, daß sich niemand von dieser Gesellschaft um das Schicksal des Gefangenen im Souterrain kümmert, der klagend seinen Kopf durch die Gitter steckt?" (1989: 16).

Panizza provoziert hier und in manchen seiner übrigen Werke ganz bewußt die monokontexturale Weltauffassung, indem er mittels Kontexturenwechsels Paradoxien in seine Erzählungen einbaut, die auf dem Boden der zweiwertigen aristotelischen Logik nicht erklärbar sind. Das wohl schönste Beispiel dafür, wie Panizza polykontexturale Themen mit den Mitteln der monokontexturalen Logik ad absurdum führt, ist "Die unbefleckte Empfängnis der Päpste" (Panizza 1893), worin das Dogma der unbefleckten Empfängnis der Jungfrau Maria auf die Päpste ausgedehnt und auf 101 verschiedene Weisen mit Hilfe der aristotelischen Logik "bewiesen" wird. Vom philosophischen Standpunkt aus hat sich Panizza zum Thema "Paradoxien" wie folgt geäußert: "Gelingt es uns, den 'Systemen' gegenüber, an die Tausende glauben, den richtigen Standpunkt einzunehmen, dann werden wir auch den Paradoxieen gegenüber, an die nur Einzelne, die 'Geisteskranken', oder die 'Genies' glauben, die nötige Nachsicht zu üben imstande sein" (1986: 218). Dies gelingt uns genau dann, wenn wir erkennen, daß die herrschenden Systeme – seien es literarische, philosophische, psychiatrische oder auch politische – auf der Ontologie des Denkens basierte Monokontexturen darstellen und als solche lediglich bruchstückhafte Fragmente polykontexturaler Verbundsysteme darstellen, welche auf einer Ontologie des Willens gegründet sind.

3. Die Aufhebung der Individualität

Zu Panizzas in naturalistischer Weise agierenden Dramenfiguren hielt Schmähling fest, daß sie "weit weniger aus ihrem Sprachgestus heraus aufgebaut [werden]. Sie bleiben, sicher nicht ohne Absicht, viel näher am Typus als die zur vollen Individualität ausgeprägten Hauptmannschen Gestalten". Wenn er schließlich ergänzt, daß diese Figuren "mitunter etwas Marionetten-

haftes bekommen" (1977: 159), so sehen wir wiederum den engen Zusammenhang zwischen Panizzas literarischem und seinem philosophischen Werk, denn im "Illusionismus" heißt es: "Wir sind nur Marionetten, gezogen an fremden uns unbekanntem Schnüren" (Panizza 1895: 50). Der große Puppenspieler ist dabei der Dämon, und dieser trifft sich "von zwei Seiten, maskiert, wie auf einem Maskenball" (1895: 50). Panizzas Logik umfaßt also nicht nur ein Ich und ein Es wie die klassische monokontexturale Logik, sondern hat auch Platz für ein Du und ist somit eine mindestens dreiwertige nicht-klassische polykontexturale Logik. Dieser janusköpfige Dämon ist es nun, der die Individualität einerseits im "Ich" verbürgt, sie aber andererseits im "Du" wieder zurücknimmt. Es ist daher nicht erstaunlich, daß die Aufhebung der Individualität das zentrale Motiv in Panizzas spätem Werk darstellt, ist sie doch eine direkte Konsequenz aus dem Dämonprinzip und tritt daher auch bereits in Panizzas früheren Arbeiten auf. Im "Corsettenfritz" finden wir ein komplexes Beispiel dafür, wie eine Person auf zwei zeitlich und räumlich simultane Personen aufgeteilt ist und diese Person gleichzeitig ihre Identität mit einer anderen Person teilt: "Unwillkürlich schaute ich hinunter auf die Kirchenbänke, und: da saß ich, als Junge, mit gläsernem, starrem Blick: und gleichzeitig hörte ich die breite, wiederhallende Predigerstimme meines Vaters" (1992: 78). Im "Tagebuch eines Hundes" heißt es: "Was kann denn das sein, daß man einem andern Hund gegenüber verspürt, man möchte er sein? Das ist ja ein förmliches Aufgeben der eigenen Persönlichkeit" (1977: 188). Nach Panizzas philosophischem System folgt also die Aufhebung der Individualität aus dem Dämonprinzip und dieses wiederum aus der polykontexturalen Struktur einer auf einer Ontologie des Willens aufgebauten Weltanschauung.

Ein Zusammenhang zwischen polykontexturaler Realitätsauffassung und daraus implizierter Aufhebung der Individualität findet sich in der Mythologie der Germanen: "Weil den Nordmännern unser Persönlichkeitsbegriff fehlt, können zwei Menschen dasselbe Leben haben [...]. Ein Mensch kann zur selben Zeit zwei Individuen und gleichzeitig an zwei Plätzen sein [...]. Für die Nordmänner ist Leben nicht personalistisch – etwa in unserem Sinne, was der Glaube an die spezielle Einheit einer lebendigen mit einer toten Person zeigt. Man kann sie Partizipation nennen [...]. Weil die Nordmänner die griechische Einteilung des Menschen nicht kennen, können sie den Tod nicht als Trennung

der Seele vom Körper auffassen" (Braun 1996: 178f.). Die Konzeption des Individuums ist somit eine direkte Konsequenz aus der zweiwertigen aristotelischen Logik, in welcher die Grundmotive des Denkens, also auch das Prinzip der undifferenzierten Identität des logischen Objekts, unangefochten gültig sind, während sie in einer mehrwertigen nicht-aristotelischen Logik wie derjenigen, die Panizzas System zu Grunde liegt, natürlich aufgehoben sind. Wie schmerzlich Panizza sich bewußt war, daß er mit der Aufhebung der Individualität das Land der zweiwertigen Logik – und damit dasjenige unserer gesamten Zivilisation - endgültig verlassen hatte, zeigt eine Tagebuchnotiz, derzufolge Panizza 1904 an sich selbst eine "Disozjation der Persönlichkeit" diagnostizierte (ap. Bauer 1984: 217). Bauer ergänzt: "Im Herbst 1906 gab der Schriftsteller Oskar Panizza seine Muttersprache, der 'Pazjent' seine einstige Identität auf" (ap. Panizza 1986: 236). Sein in der Klinik "Herzogshöhe" bei Bayreuth abgefaßter Lebenslauf ist dementsprechend bezeichnenderweise in der dritten Person abgefaßt. Noch später zog sich Panizza nach Bauer "in ein Gedankengebäude zurück, dessen innere Struktur der Logik Außenstehender nicht mehr zugänglich war" (1984: 219), und es ist klar, daß diese Logik Außenstehender natürlich die zweiwertige klassische Logik ist.

In Panizzas letztem Buch "Imperjalja" wird nun die Idee der Aufhebung der Individualität konsequent zu Ende gedacht, und zwar in der Möglichkeit der Existenz von Parallel-Personen, Doppelgängern oder "Figuranten": "Der Fall Ziethen, der Fall Bischoff, der Fall Hülsner, der Fall des Gimnasjasten Winter, der Fall Fenayron, der Fall Gabrielle Bompard, der Fall Else Groß, der Fall der Anna Simon (Bulgarjen), der Fall Jack des Aufschlizers und der Fall des Hirten Vacher, die Giftmorde Mary AnsdI (London) und Madame Joniaux (Antwerpen), der Fall Henri Vidal und der Fall der Conteßa Lara (Italien), der Fall Dr. Karl Peters und der Fall Stambulow (bulgarischer Premierminister), der Fall der Madame Kolb und der Fall des Advokaten Bernays, der Fall Claire Bassing und der Fall Brière (Tötung seiner 6 Kinder) und viele, viele andere Fälle, deren Aufzählung ohne das Beweismaterial hier zu weit führen würde, gehören ja sämtlich auf Rechnung Wilhelm's II" (Panizza 1966: 5f.). Müller kommentierte wie folgt: "Unbeirrbar von der Gültigkeit seines Wahngebäudes überzeugt, verstand Panizza jede Nachricht, jede Zeitungsmeldung, jede Äußerung als Mitteilung über Wilhelm II. Sei es Jack the Ripper, Karl May oder

Lord Byron, sei es Baudelaire, Verlaine oder Papst Leo XIII: alle diese Personen seien nichts als 'Parallelpersonen' für Wilhelm II. Wilhelm bediene sich der Identität und der Biographie von bekannten Personen, um zu verbergen, daß er selbst hinter den Taten dieser Personen stehe" (1999: 144). Da ihm die polykontexturale Sichtweise, daß eine Person mehrere Identitäten haben kann, unbekannt ist, muß Müller davon ausgehen, daß Panizza sich "mit dem Scheitern seines Versuchs einer Dämonmanifestierung abzufinden scheint", sich seinen Dämon aber dadurch erhalte, "daß er in seinem Selbst durch Bismarck realisiert werden wird" (Müller ap. Panizza 1993: 32), was Panizza in Wahrheit aber an keiner Stelle der "Imperjalja" noch anderswo behauptet. Allen vor dem Hintergrund der klassischen zweiwertigen Logik argumentierenden Kommentatoren Panizzas ist entgangen, daß bereits eine dreiwertige nicht-klassische Logik drei Identitäten aufweist:

1 \equiv 2: 1. Identität (klassische Logik)

2 \equiv 3: 2. Identität

1 \equiv 3: 3. Identität

Schon in einer vergleichsweise primitiven dreiwertigen Logik kann eine Person also drei Identitäten annehmen. Die Möglichkeit mehrerer Identitäten ist auch der Grund dafür, weshalb sich in den "Imperjalja" zahlreiche Stellen finden, wo Panizza den Tod von Personen leugnet, so etwa denjenigen Bismarcks: "Dies ist der angebliche Kopf Salibury's, der diesen Sommer nach Zeitungsnachrichten, am 22. August 1903 starb. Der Kopf ist aber, besonders das Auge, dasjenige Bismarck's, deßen Tod auf diesem Wege den Wißenden gemeldet wurde. Er wäre also ca. 88 ½ Jahre alt geworden" (1993: 79). Müller vermerkt ferner: "Einmal fiel [Ludwig] Scharf auf, daß Oskar Panizza eine Tote nicht für tot gehalten habe, nämlich die Charlotte Niehsle, die sich zwei Jahre zuvor erschossen hatte" (1999: 166). Wegen des Vorhandenseins mehrerer Identitäten in einer mehrwertigen Logik stellt sich daher berechtigterweise die Frage, ob "das Reich des Todes die Domäne der persönlichen Unsterblichkeit ist" oder ob der Mensch "nur so lange ein einzelnes, für-sich-seiendes Ich [ist], als er in diesem seinem Leibe lebt [...]. Somit ist "erst noch zu untersuchen, ob der Fortfall der ersten Identität im Tode wirklich die ichhafte Identität des

Individuums endgültig auflöst" (Günther 1976-80, III: 2; 11f.). Aus der Sicht der monokontexturalen Psychiatrie wurde Panizza hingegen ganz anders eingeschätzt. Im Gutachten Prof. Hans von Guddens vom 2.2.1905 liest man: "So sind seine [d.i. Panizzas] Bemerkungen über die Nichtexistenz Nietzsches, über das Scheindasein des deutschen Kaisers, über die Tätigkeit der Diplomatie & die Negation des Todes berühmter Persönlichkeiten geradezu als läppisch schwachsinnig zu erachten" (ap. Müller 1999: 171).

4. Panizza und Kierkegaard: Zwei nicht-klassische Denker

Klaus-Dieter Hohmann hat kürzlich in einem Aufsatz den Nachweis erbracht, daß das philosophische System Søren Kierkegaards nicht-klassisch im Sinne der Güntherschen Polykontextualitätstheorie ist (Hohmann 1999). In meinem Aufsatz habe ich dasselbe für Panizzas Werk nachzuweisen versucht. In diesem letzten Kapitel soll nun vor allem exemplarisch aufgezeigt werden, wie sehr sich Schicksale derer gleichen, deren nicht-klassische Systeme aus der monokontexturalen Sichtweise beurteilt bzw. aus Unwissenheit verurteilt werden. Doch gibt es weitere Berührungspunkte zwischen den nicht-klassischen Denkern Kierkegaard und Panizza: Von Kierkegaard, dem tiefgläubigen Kirchenkritiker, hat Hohmann gesagt: "Kierkegaard ist der einzige Heilige, nach dem keine Kirchen benannt werden" (1999: 228). Walter Benjamin hatte Panizza bekanntlich einen "häretischen Heiligenbildmaler" genannt (ap. Bauer 1984: 12). Sowohl Kierkegaard als auch Panizza haben "um eine Überwindung des Ethischen" gerungen, freilich in je verschiedener Weise. Hohmann charakterisierte Kierkegaard als einen "Menschen, der die Sonne haßte und für den Schreiben Lebensersatz war" (1999: 229). Panizza schrieb im "Wirtshaus zur Dreifaltigkeit": "Ich selbst reise nur in der Dämmerung und zur Nachtzeit, weil meine Augen das Sonnenlicht nicht vertragen" (1964: 6), und Max Halbe konstatierte: "In Panizzas Schaffen war nichts von dem göttlichen Licht, das dem Schöpfungsprozeß innewohnt, nichts Befreiendes, Erhebendes, Erleuchtendes, Erlösendes. Es war vielmehr ein Ringen mit allen Dämonen der Besessenheit, mit den Fratzen und Gespenstern der Unterwelt" (ap. Boeser 1989: 128). Zum Thema Schreiben als Lebensersatz finden wir schließlich in Panizzas Notizbüchern die vielzitierte Stelle: "*Ich bin kein Künstler*, ich bin Psychopate, und benutze nur hier und da die künstlerische Form,

um mich zum Ausdruck zu bringen. Mir ist es durchaus nicht um ein Spiel von Form und Farbe zu tun, oder, daß sich das Publikum amüsiert, oder, daß es gruselt – ich will nur meine Seele offenbaren, dieses jammernde Tier, welches nach Hilfe schreit" (ap. Bauer 1984: 58).

Nun ist es bekannt, daß nicht nur Panizza, sondern auch Kierkegaard von seinen Zeitgenossen als geisteskrank eingestuft wurde. Hohmann spricht von "jenen Kopenhagenern [...], die ernsthaft über Kierkegaards Wahnsinn geredet haben. Doch Kierkegaard reflektiert eben doch nach Regeln, wenn auch auf verborgenem nicht-klassischem Gelände. Im Zentrum seiner Überlegungen herrscht Freiheit, nicht Willkür" (1999: 209). Im folgenden seien einige Einschätzungen zu Panizza beigebracht. In Panizzas Entmündigungsgutachten schrieb Dr. Fritz Ungemach am 10.3.1905: "Trotz der scheinbar völlig erhaltenen Klarheit und Ordnung in Denken, Wollen und Handeln kommt Panizza zu den verkehrtesten Beobachtungen, Schlüssen und Handlungen, weil sein Standpunkt völlig verrückter [sic!] geworden ist durch Ausbildung eines dauernden und unerschütterlichen Wahnsystems" (ap. Müller 1999: 173). Selbst für Michael Bauer besteht Panizzas Argumentation im "Illusionismus" aus "labyrinthhaften Gedankengängen" (1984: 42f.). Da Panizzas Werk nie vom nicht-klassischen Standpunkt aus betrachtet wurde, konnte sich die psychiatrische Einschätzung Ungemachs bis in unsere Zeit halten: "Daß Panizza, effektiv unter Wahnvorstellungen leidend, seine Welt ganz einseitig wahrnahm und Tatsachen subjektiv-wahnhaft umdeutete, blieb ihnen [den Interpreten] verschlossen" (Prof. Christian Müller, in: Vorwort zu Müller 1999: 8). Panizza hatte eben "die Grenzen der im Bewußtseins des Lesers als 'normal' geltenden Wirklichkeit" überschritten (Bauer 1984: 8).

Neben der rein psychiatrischen Klassifizierung ist man dagegen erstaunt, in Müllers Dissertation die folgende Einsicht zu finden: "Getreu Stirners Abwandlung der Hegelschen Kategorien Thesis-Antithesis-Synthesis als Stufen der dialektischen Entwicklung, gliedert auch Panizza sein philosophisches Hauptwerk in drei Kapitel nach vorgegebenem Prinzip: Der Illusionismus, die Periode des Materialismus, wird vom Dämonismus, dieser wiederum im Individualismus negiert (1990: 182). Hätte sich Müller mit den an Hegel anschließenden Arbeiten Gotthard Günthers vertraut gemacht, wäre sein Urteil

vollkommen anders ausgefallen; es wäre dann vielleicht nicht bei der Erkenntnis stehengeblieben, daß Panizza der "erste Antipsychiater" war, sondern hätte zu ersten Ansätzen einer bereits überfälligen polykontexturalen Psychiatrie geführt. Müller hat ferner sogar erkannt, daß Panizzas Dämon "eine hierarchische Struktur seiner unterschiedlichen Manifestationen" ausschließt - damit impliziert aber der Dämonbegriff eine heterarchische Struktur und ist auch von hier her polykontextural. Da Müller aber bei Hegel stehen bleibt, vermag er im Dämonprinzip lediglich den "Keim zu Panizzas Verfolgungswahn" (1990: 237) zu sehen.

Wir hatten schon oben notiert, daß für Panizza der Reiz des menschlichen Lebens darin liegt, "daß unser Willens-Impuls das Resultat der gegensätzlichsten Motive und Neigungen ist, heute so, morgen so, und das Zusehen des 'Ich' bei diesem Kampfe ist ja eben das, was wir Leben nennen" (1981: 63). Dieses Zusehen des Ichs beim Kampfe des Ichs fordert als Reflexion auf die klassische Reflexionssituation eine nicht-klassische Logik. Die Interpreten Panizzas ebenso wie diejenigen Kierkegaards stehen damit vor dem Problem, daß "durch die Rückprojektion eines dreiwertigen Verhältnisses auf ein zweiwertiges [...] der hinzugewonnene Reichtum [...] als Verzerrung erscheinen" muß (Hohmann 1999: 223). "Das ganz normale Leben spielt sich in der fundamentalen Zweiwertigkeit ab. Selbst Wahngelbilde sind im Allgemeinen in zweiwertiger Logik aufgebaut. Das Überspringen heißt folgendes: die Zweiwertigkeit ist vorhanden, aber als Teilsystem der dreiwertigen Logik" (1999: 221). Kierkegaard ebenso wie Panizza nahmen "experimentell vorweg, was andere erleben mußten. Die innere Welt folgt keiner Ontologie des Seins, sondern einer des Nichts" (1999: 210). Kierkegaards ebenso wie Panizzas Ziel war "die Innerlichkeit, die Subjektivität, das Binnenverhältnis" (1999: 210). Kein Denker illustriert jedoch die gesellschaftlichen Konsequenzen einer Rückprojektion eines mehrwertigen auf ein zweiwertiges System in einem Maße wie Oskar Panizza. Müllers Fern-Diagnose lautet: "Die gegenwärtigen Klassifikationsversuche sprächen von einer 'endogenen paranoid-halluzinatorischen Psychose mit Residuum' nach der ICD 9, also der 9. Version der Internationalen Klassifikation Psychischer Störungen. Die neuere Version ICD 10 gäbe Panizza die Diagnose einer paranoiden Schizophrenie mit einem zunehmenden Residuum" (Müller 1999: 199). Dabei waren sich nicht einmal

alle Freunde Panizzas über dessen vorgebliche Geisteskrankheit einig. Max Krell schreibt in seinem Werk "Das Haberfeldtreiben": "An einem Abend in der Torggelstube sagte Frank Wedekind: 'Ich habe soeben Panizza besucht. Es geht ihm ausgezeichnet. Er ist der vernünftigste Mensch auf dieser Erde. Und er arbeitet!'" (ap. Boeser 1989: 124) und ergänzte: Panizza "wurde sanft in ein Sanatorium außerhalb der Stadt gedrängt, es bedurfte keines großen Zwanges, er fügte sich mit Vergnügen und blieb dort, ohne je wieder Zeichen von Verrücktheit von sich zu geben [...]. Als Wedekind, der einzige Bekannte aus seiner Vergangenheit, ihn besuchte, zeigte er ihm, woran er arbeitete: er übersetzte Aristophanes ins Deutsche, und er verwickelte den Gast in erstaunliche Diskussionen über das dramaturgische Handwerk" (ap. Boeser 1989: 125). Die Vorstellung, daß eine psychiatrische Klinik Geborgenheit und Freiheit für transklassische Gedanken bietet, findet sich schon in Panizzas erster literarischer Veröffentlichung: In den "Düstren Liedern" heißt es im Gedicht "Das rothe Haus": "Dies überlegend kam ich hinaus, / Der Vollmond strahlte hernieden, / Da lag das prächtige, rothe Haus, / Es lag im tiefsten Frieden. [...] Eine geist'ge Freistatt suchen Sie hier / Für Ihre Ideen und Sparren, / Die sollen Sie haben, - "die andern schrei'n: / ""Wir haben die feinsten Narren!""[...] Komm her zu uns, Du passt zu uns, / Auch Deine Gedanken stürmen; / Hier bist Du völlig gedankenfrei, / Wir werden Dich schützen und schirmen." (1886: 10ff.). Bei der Lektüre von Müllers jüngstem Panizza-Buch fragt man sich somit, wo denn eigentlich die Krankenberichte Panizzas aus der Herzogshöhe sind. Die einzige, noch dazu indirekte, Quelle, die wir hierzu haben, ist nämlich Kraepelins "Fall 59", als den Panizza zur Illustration der von Kraepelin, Panizzas einstigem psychiatrischem Mit-Assistenzarzt in München, beschriebenen "systematischen Paraphrenien" herhalten mußte und in dem es heißt: Öfters beging er unsinnige Handlungen, Gurgeln mit Urin, Verunreinigung des Zimmers mit Kot, Nahrungsverweigerung, Entkleiden, lautes Aufschreien, nächtliche Selbstgespräche, für die eine Erklärung von ihm nicht zu erhalten ist" (ap. Müller 1999: 193). Festzuhalten ist, daß Aussagen wie diese nirgendwo sonst belegt sind und in auffälligem Kontrast zur Einschätzung von Panizzas Freunden stehen: Derselbe "Pazient", der laut Wedekind bzw. Krell in der Klinik dramaturgische Studien zu Aristophanes gemacht hat, wird wohl kaum dabei mit Urin gegurgelt haben. Panizza selbst hatte einmal ironisch

bemerkt: "Uns Psychiatern entzieht sich gar kein Geschehnis in Bezug auf seine Krankheitsmöglichkeit" (1898a: 9).

Literatur

Areopagita, Dionysios: *Mystische Theologie und andere Schriften*. Hrsg. von Walther Tritsch. 1956, München: Barth.

Bauer, Michael: *Oskar Panizza. Ein literarisches Porträt*. 1984, München: Hanser.

Boeser, Knut (Hrsg.): *Der Fall Oskar Panizza. Ein deutscher Dichter im Gefängnis. Eine Dokumentation*. 1989, Berlin: Hentrich.

Braun, Hans-Jörg: *Das Leben nach dem Tode*. 1996, Düsseldorf: Artemis & Winkler.

Diels, Hermann: *Die Fragmente der Vorsokratiker*. 1. Band. 2. Aufl. 1906, Berlin: Weidmann.

Escher, Maurits Cornelis: *Graphik und Zeichnungen*. 1989, Berlin: Taco.

Frank, Helmar: *Plädoyer für eine Zuziehung der Semiotik zur Kybernetik*. In: *Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft* 36/2 (1995), S. 61-72.

Günther, Gotthard: *Das Bewußtsein der Maschinen*. 1963, Baden-Baden: Agis.

Günther, Gotthard: *Selbstdarstellung im Spiegel Amerikas*. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), *Philosophie in Selbstdarstellungen*. Bd. II. 1975, Hamburg: Meiner, S. 1-76.

Günther, Gotthard: *Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik*. 3 Bde. 1976-80, Hamburg: Meiner.

Günther, Gotthard: *Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik*. 3. Aufl. 1991, Hamburg: Meiner.

Hausdorff, Felix: *Zwischen Chaos und Kosmos oder Vom Ende der Metaphysik*. Neu hrsg. von Max Bense. 1976, Baden-Baden: Agis.

Heym, Georg: *Der ewige Tag*. Hrsg. von Carl Seelig. 1947, Zürich: Arche.

Hohmann, Klaus-Dieter: *Sören Kierkegaard als nicht-klassischer Denker*. In: Kotzmann, Ernst (Hrsg.), *Technologische Kultur. Kulturphilosophische Aspekte im Werk Gotthard Günthers*. 1999, München: Profil, S. 205-234.

- Kotzmann, Ernst: Die Bedeutung des Formalen. In: Kotzmann, Ernst (Hrsg.), Technologische Kultur. Kulturphilosophische Aspekte im Werk Gotthard Günthers. 1999, München: Profil, S. 185-201.
- Lanczkowski, Johanna (Hrsg.): Erhebe dich, meine Seele. 1988, Stuttgart: Reclam.
- Müller, Jürgen: Oskar Panizza – Versuch einer immanenten Interpretation. Diss. med. Würzburg 1990.
- Müller, Jürgen: Der Pazient als Psychiater. Oskar Panizzas Weg vom Irrenarzt zum Insassen. 1999, Bonn: Edition Das Narrenschiff im Psychiatrie-Verlag.
- Panizza, Oskar: Düstere Lieder. 1886, Leipzig: Unflad.
- Panizza, Oskar: Die unbefleckte Empfängnis der Päpste. 1893, Zürich: Schabelitz.
- Panizza, Oskar: Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Skizze einer Weltanschauung. 1895, Leipzig: Friedrich.
- Panizza, Oskar: Psychopatia criminalis. Anleitung, um die vom Gericht für notwendig erkanteten Geisteskrankheiten psychjatrisc h zu eruieren und wissenschaftlich festzustellen. Für Ärzte, Laien, Juristen, Vormünder, Verwaltungsbeamte, Minister, etc. 1898, Zürich: Zürcher Diskussionen (= Panizza 1898a).
- Panizza, Oskar: Christus in psycho-patologischer Beleuchtung. In: Zürcher Disku sionen 5/1898, S. 1-8 (= Panizza 1898b).
- Panizza, Oskar: Agnes Blannbekin, eine österreichische Schwärmerin aus dem 13. Jahrhundert. In: Zürcher Disku sionen 10-11/1898, S. 1-16 (= Panizza 1898c).
- Panizza, Oskar: Das Liebeskonzil und andere Schriften. Hrsg. von Hans Prescher. 1964, Neuwied: Luchterhand.
- Panizza, Oskar: Laokoon oder über die Grenzen der Mezgerei. Eine Schlangenstudje. 1966, München: Laokoon.
- Panizza, Oskar: Aus dem Tagebuch eines Hundes. 1977, München: Matthes & Seitz.
- Panizza, Oskar: Dialoge im Geiste Huttens. 1979, München: Matthes & Seitz.
- Panizza, Oskar: Der Korsettenfritz. Gesammelte Erzählungen. 1981, München: Matthes & Seitz.
- Panizza, Oskar: Eine Mondgeschichte. 1985, Stuttgart: Klett-Cotta.

- Panizza, Oskar: Neues aus dem Hexenkessel der Wahnsinns-Fanatiker und andere Schriften. Hrsg. von Michael Bauer. 1986, Darmstadt: Luchterhand.
- Panizza, Oskar: Das Liebeskonzil. Eine Himmelstragödie in fünf Aufzügen. Reprint nach dem Privatdruck von 1913, hrsg. von Michael Bauer. 1991, München (?): Spangenberg.
- Panizza, Oskar: Mama Venus. Texte zu Religion, Sexus und Wahn. Hrsg. von Michael Bauer. 1992, Hamburg: Luchterhand.
- Panizza, Oskar: Imperjalja. Hrsg. von Jürgen Müller. 1993, Hürtgenwald: Pressler.
- Schmähling, Walter: Naturalismus. 1977, Stuttgart: Reclam.
- Staiger, Emil und Martin Hürlimann (Hrsg.): Deutsche Gedichte aus vier Jahrhunderten. 1948, Zürich: Atlantis.
- Strich, Michael und Peter Hoßfeld: Wissenschaft im Zitat. 1985, Hanau: Dausien.
- Wiener, Oswald: Über den Illusionismus. In: Panizza, Oskar, Die kriminelle Psychose, genannt Psychopatia criminalis. 1978, München: Matthes & Seitz, S. 213-237.
- Witte, Johannes : Das Jenseits im Glauben der Völker. 1929, Leipzig: Quelle & Meyer.

Semiotik und Wahrscheinlichkeitslogik

1. In Toth (2009a) und (2009b) war gezeigt worden, dass die Semiotik mit einigen Grundannahmen der Quantenfeldtheorie Burkhard Heims übereinstimmt. In dem vorliegenden Aufsatz soll deren mögliche gemeinsame logische Basis kurz dargestellt werden. In der Einführung von Wolfgang Ludwig liest man: "B. Heim eliminierte einen zweiten klassischen Satz: Tertium non datur. Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten, d.h. die zweiwertige Ja-Nein-Logik des Aristoteles, wurde durch eine polyvalente Logik von B. Heim ersetzt. In der Wahrscheinlichkeitsmathematik entspricht 'Ja' der Gewissheit mit der Wahrscheinlichkeit 1 und 'Nein' der Unmöglichkeit mit der Wahrscheinlichkeit 0. Zwischen 0 und 1 gibt es beliebig viele Werte, die nach Erkenntnissen der Quantenphysik die gleiche Bedeutung haben können wie Ja und Nein. Diese neue Logik wird von B. Heim 'Syntrometrie' genannt" (Ludwig 1998, S. 18). Es mag hier dahingestellt bleiben, ob die Verwendung einer unendlich-wertigen Quantenlogik, wie sie ja bereits um 1913 von Jan Lukasiewicz skizziert worden war (Görhely 1975, S. 27; Pykacz 1994) und wie nach Pape (1988, S. 23) bereits von Peirce ausdrücklich "die Theorie der Wahrscheinlichkeit als die Logik der physikalischen Wissenschaften" angesehen worden war", wirklich das Verdienst Heims war, d.h. letzten Endes wohl eine Generalisierung der Quantenlogik Reichenbachs, oder ob er sich hier auf bereits vorhandene, aber in der damaligen Physik nicht benutzte logischen Theorien stützte. Wesentlich ist hier, dass Heims "Syntrometrie" als logische Basis seiner "Metronen"-Theorie mit dieser kompatibel ist, und dass wir in Toth (2009b) gezeigt hatten, dass die Metronen-Theorie mit der Semiotik kompatibel ist, so dass sich also die Frage erhebt, ob auch die Syntrometrie mit ihr kompatibel ist.

2. Nach Peirce korrespondiert die fundamentalkategoriale Drittheit der modallogischen Notwendigkeit, die fundamentalkategoriale Zweitheit der modallogischen Wirklichkeit und die fundamentalkategoriale Erstheit der modallogischen Möglichkeit, so dass sich also die vollständige triadische Zeichenrelation

$$ZR = (.3., .2., .1.)$$

auch in der folgenden Form notieren lässt

$$ZR = (N, W, M)$$

Mit anderen Worten: Ein vollständiges Zeichen setzt sich zu je einem Drittel aus den modallogischen Kategorien Möglichkeit, Wirklichkeit, Notwendigkeit zusammen. Da ferner das Zeichen in der Peirceschen Definition **keine Negation** kennt, gibt es in der semiotischen Basistheorie also keine Möglichkeit, Unmöglichkeit, Unwirklichkeit und Zufälligkeit semiotisch zu thematisieren. Allerdings gibt es verschiedene **Grade der Möglichkeit, der Wirklichkeit und der Notwendigkeit**, und zwar in den aus je drei Partialrelation aus kartesischen Produkten der Modalkategorien zusammengesetzten Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Wir können also schon jetzt festhalten, dass die Peircesche Semiotik eine Modallogik ist, die auf Wahrscheinlichkeit basiert, deren Werte allerdings nicht nur, wie bei der Quantenlogik, aus einem einzigen Intervall von theoretisch unendlich vielen abgestuften Wirklichkeiten entnommen sind, sondern drei endlichen Intervallen von abgestuften Werten von Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit. Im Gegensatz zur Quantenlogik ist es also bei der semiotischen Modallogik nicht so, dass eine geringe Wahrscheinlichkeit automatisch eine geringe Möglichkeit impliziert, sondern dass sich geringe Wahrscheinlichkeit sowohl auf Möglichkeit wie auf Wirklichkeit und/oder auf Notwendigkeit beziehen kann.

3. Wenn man nun die drei Zeichenklassen mit homogenen Realitätsthematiken anschaut

1. (3.1 2.1 1.1) × (1.1, 1.2 1.3)

2. (3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)

3. (3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)

dann sind sie modallogisch als die Zeichenklassen mit dem höchsten Anteil an Möglichkeit (1), Wirklichkeit (2) und Notwendigkeit (3) zu interpretieren, d.h. diese Zeichenklassen enthalten auch die höchsten Repräsentationswerte der drei modallogischen Kategorien. Daraus folgt also, dass diese drei Werte die rechten Grenzen der Intervalle der Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit bestimmen.

Da wegen der triadischen Struktur einer Zeichenklasse mit paarweise verschiedenen Fundamentalkategorien die Erstheit minimal mit Repräsentationswert $R_{pw} = 1$ auftreten muss (z.B. in 3.3 2.3 1.3), die Zweitheit minimal mit Repräsentationswert $R_{pw} = 2$ auftreten muss (z.B. in 3.3 2.3 1.3) und die Drittheit minimal mit Repräsentationswert $R_{pw} = 3$ auftreten muss (z.B. in 3.1 2.1 1.1), erhalten wir die folgenden **Intervalle der Wahrscheinlichkeiten von Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit**:

$$I_M = [1, 4]$$

$$I_W = [2, 8]$$

$$I_N = [3, 12]$$

(In dieser Schreibweise geben also die a, b in $[a, b]$ die Grenzen der Intervalle an.) Konkret bedeutet dies, dass die Intervalle für jede der drei Modalkategorien folgende Wahrscheinlichkeiten enthalten:

$$I_M = [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1] = [0.25, 0.5, 0.75, 1]$$

$$I_W = [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1] = [0.25, 0.5, 0.75, 1]$$

$$I_N = [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1] = [0.25, 0.5, 0.75, 1].$$

Die Frage ist nun allerdings, welche dieser Wahrscheinlichkeiten in einer konkreten Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik auftauchen können, denn von den $3^3 = 27$ möglichen triadischen Relationen werden ja durch die semiotische Inklusionsordnung ($a \leq b \leq c$) auf der abstrakten Zeichenrelation (3.a 2.b 1.c) nur genau 10 herausgefiltert:

$$(3.1 2.1 1.1) \rightarrow (NM WM MM): N = \frac{1}{4}, W = \frac{1}{4}, M = 1$$

$$(3.1 2.1 1.2) \rightarrow (NM WM MW): N = \frac{1}{4}, W = \frac{1}{2}, M = \frac{3}{4}$$

$$(3.1 2.1 1.3) \rightarrow (NM WM MN): N = \frac{1}{2}, W = \frac{1}{4}, M = \frac{3}{4}$$

$$(3.1 2.2 1.2) \rightarrow (NM WW MW): N = \frac{1}{4}, W = \frac{3}{4}, M = \frac{1}{2}$$

$$(3.1 2.2 1.3) \rightarrow (NM WW MN): N = \frac{1}{2}, W = \frac{3}{4}, M = \frac{1}{2}$$

$$(3.1 2.3 1.3) \rightarrow (NM WN MN): N = \frac{3}{4}, W = \frac{1}{4}, M = \frac{1}{2}$$

(3.2 2.2 1.2) → (NW WW MW): $N = \frac{1}{4}, W = 1, M = \frac{1}{4}$

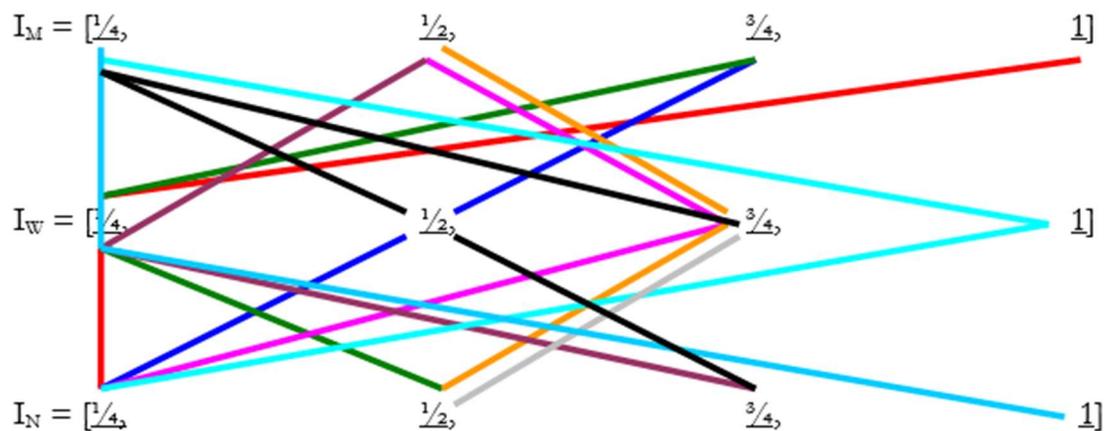
(3.2 2.2 1.3) → (NW WW MN): $N = \frac{1}{2}, W = \frac{3}{4}, M = \frac{1}{4}$

(3.2 2.3 1.3) → (NW WN MN): $N = \frac{3}{4}, W = \frac{1}{2}, M = \frac{1}{4}$

(3.3 2.3 1.3) → (NN WN MN): $N = 1, W = \frac{1}{4}, M = \frac{1}{4}$

Wie man erkennt, bewirkt die Restriktion der Inklusionsordnung keine Einschränkung der Wahrheitswerte. Diese sind nicht nur für alle drei Modalkategorien gleich, sondern erscheinen auch alle in den 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Ferner sind die kombinierten Wahrscheinlichkeiten für die drei Modalkategorien für jede Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik eineindeutig.

Man kann daher die 10 Zeichenklassen auch mit der folgenden "Wahrscheinlichkeits-Matrix" darstellen:



Wie man erkennt, ist diese semiotische Wahrscheinlichkeit-"Matrix" also symmetrisch zur Achse der modalkategorialen Wirklichkeit.

Zusammenfassend könnte man also sagen, dass die triadische Peircesche Semiotik eine 4-wertige Logik ohne Negation darstellt, wobei das Falsche zu Gunsten einer Skala von 3 Werten aufgelöst wird. Das ist auf jeden Fall ein Typ einer Logik, wie sie bisher sonst noch nie skizziert wurde. Man könnte auch anders sagen, dass das einmal gesetzte Zeichen, das sich ja qua Transformation eines Objektes in ein Metaobjekt (Bense 1967, S. 9) immer auf eine ausser-semiotische Wirklichkeit bezieht und daher eine logische Referenz automatisch

einschliesst, dass sich also ein dermassen gesetztes Zeichen qua Setzung niemals auf "Nichts" beziehen kann und dass Aussagen, die mit Hilfe von Zeichen gemacht werden, daher auch niemals völlig falsch sein können. Das gilt wohlverstanden auch für Aussagen über "intensionale Objekte" wie etwa "Das Einhorn ist hungrig". Der Drittsatz ist also wenigstens sinngemäss in der semiotischen Wahrscheinlichkeitslogik nicht nur aufgehoben, sondern von vornherein ausgeschlossen. Während also die beiden bedeutendsten Erweiterungen bzw. Neukonzeptionen der klassischen aristotelischen Logik, die Quantenlogik mit der Skalierung der Werte **zwischen** 0 und 1, und die Günther-Logik mit der Annahme von Rejektionswerten **ausserhalb** von 0 und 1 beide an einer fundamentalen Dichotomie von Negation und Position festhalten, verwirft also die semiotische Wahrscheinlichkeitslogik, wie sie aus der Peirceschen Zeichentheorie herausdestillierbar ist, die Negation, indem sie sie durch ein Intervall von drei Werten ersetzt, welche die Kategorien der Unmöglichkeit, der Unwirklichkeit und der Zufälligkeit ausschliessen. Es wäre gewiss wert, das System der Theoreme dieser Logik zu bestimmen. Zuerst muss allerdings das System der Axiome bestimmt werden. Wie es den Anschein macht, gilt für die semiotische Logik der Satz vom Grund und der Identitätssatz, aber nicht der Drittsatz und der Satz vom Widerspruch. In diesem Umstand könnte der Grund für die in meinem Arbeiten wiederholt festgestellte Nähe der Semiotik zur Polykontextualitätstheorie liegen, wobei allerdings wegen der Perseveranz des Identitätssatzes niemals eine vollständige Polykontextualität erreicht wird, da die Aufhebung dieses Satzes, wie schon früher von mir vermutet, die Bildung und Existenz von Zeichen verhindern würde, da die Differenz zwischen Objekt und Zeichen nicht mehr bestünde oder zumindest nicht mehr feststellbar wäre.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Görhely, Ildikó, Kritische Darstellung der drei- und mehrwertigen Systeme der Logik von J. Lukasiewicz und E. Post mit besonderer Berücksichtigung der triadischen Logik von Charles Sanders Peirce. Magisterarbeit Univ. Stuttgart 1975

Ludwig, Wolfgang, Die erweiterte einheitliche Quantenfeldtheorie von Burkhard Heim. Innsbruck 1998

Peirce, Charles S., Naturordnung und Zeichenprozess. Hrsg. von Helmut Pape. Frankfurt am Main 1998

Pykacz, Jaroslav, Quantum logic as partial infinite-valued Lukasiewicz logic. In: International Journal of Theoretical Physics 34/8, 1995, S. 1697-1710

Toth, Alfred, "Semonen" als semiotische Elementar-Qualia. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Chiral und nicht-chiral dimensionierte Zeichenklassen. : Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Eigenrealität als Fehlen des tertium non datur

1. Wie man in meinen letzten Arbeiten (z.B. Toth 2011) gesehen hat, kann man die Relation von Zeichen und bezeichnetem (externem) Objekt bei natürlichen Zeichen als

$$\mathcal{M}_i \supset \mathfrak{D}_i$$

und bei künstlichen Zeichen als

$$\mathcal{M}_i \supset \{\mathfrak{D}_j\} \text{ (mit } i \neq j)$$

definieren. Das besagt zweierlei: 1. Natürliche Zeichen sind ein Teil ihres Objektes – die Substanz von \mathcal{M} und von \mathfrak{D} ist also ein und dieselbe. 2. Natürliche Zeichen befinden sich somit am selben Ort wie ihre Objekte. Beide Bedingungen sind somit bei künstlichen Zeichen nicht erfüllt. Ist $i = j$, so fällt die zweite Relation automatisch mit der ersten zusammen, weil damit das \mathfrak{D}_i einziges Element der Menge $\{\mathfrak{D}_j\}$ wird.

2. Während man bei künstlichen Zeichen eine (präsemiotische) Zwischenebene der Disponibilität annehmen muss (vgl. Bense 1975, S. 45 ff., 65 f.), so dass die Semiose wie folgt darzustellen ist

$$\Sigma = \langle \mathfrak{D}, \text{ZR}^\circ, \text{ZR} \rangle,$$

ist diese Ebene bei natürlichen Zeichen nicht vorhanden, so dass wir

$$\Sigma = \langle \mathfrak{D}, \text{ZR} \rangle$$

bekommen. Wie man also sieht, fungiert die präsemiotische Disponibilitäts-ebene bei künstlichen Zeichen als tertium – das künstliche Zeichen ist von seinem Objekt durch die die Kontexturgrenze bildende Ebene ZR° getrennt. Dagegen gibt es bei natürlichen Zeichen keine solche Ebene; das tertium existiert nicht, und Zeichen und Objekt können zusammenfallen.

3. Wir können zwei Stufen bzw. Formen des Zusammenfalls von Zeichen und Objekt unterscheiden:

1. Partieller Zusammenfall von ZR und \mathfrak{D} , formal

$$\text{ZR} \subset \mathfrak{D},$$

da das Zeichen Teilmenge des Objektes ist (z.B. so wie das Blumenmuster aus dem gleichen Eis besteht wie die Eisblume selbst).

2. Ganzer Zusammenfall von ZR und \mathfrak{D} , formal

$$\text{ZR} \equiv \mathfrak{D},$$

wobei die Identitätsrelation von Zeichen und Objekt eben nichts anderes bedeutet, als dass die Prädikate (Eigenschaften) von beiden übereinstimmen (vgl. Menne 1991, S. 99). Beispiele sind die sog. Ostensiva: Objekte, die als Zeichen fungieren, wohlverstanden, ohne zuvor zu solchen erklärt worden zu sein, denn es gibt ja kein tertium, das Platz für eine thetische Einführung schafft (z.B. wenn ich dem Kellner mein leeres Bierglas zeige anstatt ihn zu bitten, mir ein neues Bier zu bringen).

4. Sowohl natürliche Zeichen als auch Ostensiva sind damit eigenreal, wenn darunter die Relation

$$\text{ZR} \sim \mathfrak{D}$$

verstanden wird. Damit wird auch klar, dass hier eine Sonderform der allgemeinen Eigenrealität verstanden wird, die von Bense (1992) als Dualinvarianz von Zeichen- und Realitätsthematik

$$\times(\text{ZTh}) = \text{RTh}$$

definiert wurde. Eine Realitätsthematik ist keine Realität, sondern eine bereits zeichenvermittelte Realität (vgl. Bense 1981, S. 11), man könnte also RTh wie folgt definieren

$$\text{RTh} = \text{ZR}(\mathfrak{D}),$$

wobei ZR hier als 3-stelliger Funktor verwendet wird. Die Bensesche Eigenrealität definiert also in letzter Instanz einen Zirkel, da nicht nur ZTh, sondern auch RTh Zeichenrelationen sind – erstere repräsentiert dabei den Subjekt- und letztere den Objektpol dieser „verdoppelten Realitätsrelation“ (Gfesser 1990, S. 133). Die beiden damit völlig verschiedenen Formen von Eigenrealität lassen sich daher wie folgt definieren:

1. $\text{ZR} \equiv \mathfrak{D}$ (natürliche Zeichen, Ostensiva)

2. $ZR \equiv \times(ZR(\mathcal{D}))$ (abstrakte Zeichenrelation, „Zeichen an sich“).

Die erste Identität ist somit diejenige ohne tertium, die zweite diejenige mit Tertium. Interessant ist allerdings, dass die zweite Identität ausschliesslich auf nicht-arbiträre Semiotiken beschränkt ist, d.h. mit der Bedingung

$$\mathcal{M}_i \supset \{\mathcal{D}_j\} \text{ (mit } i \neq j)$$

steht und fällt. Wird sie aufgehoben, d.h. durch die Bedingung

$$\mathcal{M}_i \supset \mathcal{D}_i$$

ersetzt, gibt es somit nur noch „natürliche“ Zeichen, d.h. für alle künstlichen Zeichen gilt:

Zeichen \rightarrow Anzeichen,

und dies ist die wohl einfachste Zusammenfassung von all dem, wovon dieser Aufsatz handelt: die Ersetzung der arbiträren durch eine motivierte Semiotik, d.h. das Zurückgehen vor Saussure, denn motivierte Semiotiken haben über Jahrhunderte die Geschichte der Semiotik dominiert.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo, Zeichen von Zeichen für Zeichen. Fest. für Max Bense. Baden-Baden 1990

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Die hexadische Zeichenrelation und Mennes Bedeutungsrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Motivierte Zeichentheorie und Polykontextualitätstheorie

1. Motivierte Semiotiken sind durch zwei Relationen gekennzeichnet. Erstens durch

$$\mathfrak{M} \subset \mathfrak{O},$$

womit ausgedrückt ist, dass der Zeichenträger ein Teil seines Objektes ist, also in einer pars pro toto-Relation zu ihm steht und damit sich am gleichen Ort befindet wie das Objekt. Zweitens durch

$$(M, O, I) \in \mathfrak{M},$$

wodurch gesagt wird, dass motivierte Zeichen kein Tertium besitzen, das sie von ihren Objekten trennt, d.h. sie verhalten sich genauso wie natürliche Zeichen oder Anzeichen (d.h. Zeichen AN ihren Objekten), die wegen ihrer Unvermitteltheit zu ihren Objekten keiner thetischen Einführung, sondern lediglich der Interpretation durch ein Bewusstsein bedürfen.

2. Mit anderen Worten: In motivierten Zeichentheorien befinden sich Zeichen und Objekt in der gleichen Kontextur:

$$K_i = [Z_i, \mathfrak{O}_i],$$

d.h. Fälle wie

$$K_i = [Z_j, \mathfrak{O}_k]$$

mit $j >$ oder $< i/k$ oder $k >$ oder $< i/j$ sind ganz ausgeschlossen.

Motivierte Semiotiken sind damit solche, die noch VOR der Ausgliederung von Subjekt und Objekt angesetzt sind, d.h. sie gründen auf der Einheit von Subjekt und Objekt. Motivierte Semiotiken sind damit Zeichentheorien des Organischen, Lebendigen, was die arbiträren Semiotik zu solchen des Anorganischen oder Toten werden lässt. Vgl. die Feststellung Kronthalers zur quantitativen Mathematik: „Die mathematische Form hängt mit dem Ende des organischen Seins, mit der Erscheinung seines anorganischen Restes, des Leichnams, zusammen“ (1986, S. 81). Dasselbe gilt für sämtliche arbiträren Semiotiken, die ja nichts anderes verbürgen als die logische Zweiwertigkeit, da die Arbitrarität ja nur zwischen den Gliedern von Dichotomien funktioniert, welche die

Aufgliederung von Subjekt und Objekt und damit die Vorherrschaft des Subjektes (Signifikat) über das Objekt (Signifikant) zementieren. Damit gliedern sich die arbiträren Semiotiken zwanglos ein in die Reihe der auf der aristotelischen Logik und der quantitativen Mathematik basierenden Wissenschaften.

Aus diesen Überlegungen folgt also, dass motivierte Semiotiken ihrem Wesen nach polykontextural sind, denn es gibt weder die Vorherrschaft eines Subjektes über ein Objekt noch diejenige eines bestimmten Subjektes über andere. Damit wird jedoch eine Logik vorausgesetzt, die eben Platz für mehrere Subjekte hat, die aber gleichzeitig die Gültigkeit der Unterscheidung von Subjekt und Objekt nicht aufhebt, da es sonst keinen Sinn hätte, wo Zeichen oder Objekt zu sprechen. Das Verdienst, diese scheinbare *contradictio in adiecto* gelöst zu haben, gebührt, wie man weiss oder wissen sollte, Gotthard Günther mit seiner Konzeption eines System von „disseminierten“ zweiwertigen Logiken innerhalb eines viel-kontexturalen Verbundsystems, in denen die Übergänge zwischen den Kontexturen formal berechenbar sind.

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten.
Frankfurt am Main 1986

Der Zusammenhang von Arbitrarität und Differenz

1. Das von Saussure (1916) formulierte Arbitraritätsgesetz besagt in seiner allgemeinsten Form, dass die Abbildung eines significans auf ein signatum unmotiviert ist, d.h. weder einer intrinsischen Notwendigkeit des significans noch des signatum folgt. Dass gerade dieses Gesetz es ist, welches die Dyadizität der Zeichenrelation bedingt, wurde fast durchwegs übersehen. Allerdings ist es einleuchtend, dass ein solches Gesetz bei n-adischen Relationen mit $n > 2$ (und aus trivialen Gründen bei $n < 2$) von selbst ausscheidet. Man kann somit sagen, dass das Arbitraritätsgesetz die Dichotomie von Zeichen und Objekt verbürge. Mehr noch: Sie erzeugt ein Tertium non datur, d.h. sie verunmöglicht die Annahme eines vermittelnden Dritten, auf welches sich sowohl Zeichen als auch Objekt beziehen können. Zwischen Zeichen und Objekt eröffnet sich damit ein niemals überbrückbarer Abgrund. Wenn Kronthaler (1992) sagt, das Objekt sei dem Zeichen ewig transzendent, dann meint er dasselbe. Man könnte sogar sagen, es handle sich bei arbiträren Semiotiken um subjektivistische Semiotiken, denn die zweiwertige Logik, welche die Urmutter aller Dichotomien ist, erhebt das Subjekt zur Vorherrschaft über das Objekt.

2. Es gibt somit einen roten Faden, der semiotische Arbitrarität, logische Zweiwertigkeit, Quantität gegenüber Qualität und damit grammatologische Différence gegenüber Différance kausal miteinander verbindet. Wenn also Kronthaler bereits 1992 die „Hochzeit von Semiotik und Struktur“ fordert, dann ist es zuerst nötig, das Arbitraritätsgesetz aus der Semiotik zu entlassen – und zwar unehrenhaft.

Nun hatten wir in Toth (2011) gezeigt, dass es in der Semiotik zwei Repräsentationsstrukturen der Différence und nicht nur eine gibt:

1. die kategorienreale Différence im Sinne der einfachen Reflexion von Subjekt-Objekt-Identität:

(3.3 2.2 1.1) R (1.1 2.2 3.3)

[Anm. In früheren Arbeiten wurde gezeigt, dass eine Zkl in der logisch-epistemologischen Form $Zkl = [[S, O], [S, O], [S, O]]$ notiert werden kann, d.h. dass die triadischen Werte subjektiv und die trichotomischen Werke objektiv sind. Das

ist aber äquivalent der Aussage, dass jede Zkl ihre Rth in den trichotomischen Werten und dass jede Rth ihre Zkl in den triadischen Werten enthalte. Weil nun bei der Kategorienklasse die beiden Werte für jede Dyade und sowohl für Zkl und Rth identisch sind, folgt daraus, dass jede Dyade die Gleichung $S = O$ erfüllt.]

2. die eigenreale Différence im Sinne der verdoppelten Reflexion von Subjekt-Objekt-Identitäten:

(3.1 2.R.2 1.3) R (3.1 2.R.2 1.3).

Da nach Bense (1992, S. 40) auch die KK als ER, nämlich als solche „schwächerer Ausprägung“ aufzufassen ist, folgt, dass wir hier zwei Varianten von ER vor uns haben, welche die semiotische Basis der Différence thematisieren. Daraus folgt aber: **Aufhebung der Arbitrarität bedeutet Aufhebung der Eigenrealität!**

Dass die von Kaehr (2008) skizzierte polykontexturale Semiotik zu den motivierten Semiotiken gehört, bei denen also die Arbitrarität aufgehoben ist, kann man anhand von Kaehrs eigenem Beispiel dadurch schön zeigen, dass es keine ER mehr gibt, wenn Zeichen und ihre Dyaden in mehr als 1 Kontextur auftreten dürfen, vgl. die Asymmetrie der kontexturalen Indexzahlen, wenn ER = (3.1 2.2 1.3) in 3 Kontexturen aufscheint:

$\times(3.1_3 2.2_{1.2} 1.3_3) = (3.1_3 2.2_{2.1} 1.3_3),$

d.h. $(2.2_{1.2}) \neq (2.2_{2.1})$

und damit $(3.1_3 2.2_{1.2} 1.3_3) \neq (3.1_3 2.2_{2.1} 1.3_3).$

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

de Saussure, Ferdinand, Cours de linguistique générale. Paris 1916

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: Thinkartlab, 2008, <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html>

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992

Toth, Alfred, Der Ursprung der Differenz in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Die Vierfalt von Zeichen und Objekt

1. In der klassischen, z.B. Peirceschen Semiotik gibt es nur eine einzige Relation zwischen einem bezeichneten Objekt und seinem bezeichnenden Zeichen

$$\Omega \rightarrow Z,$$

denn nach Benses Invarianzaxiom (vgl. Bense 1975, S. 39 ff.) kann ein Zeichen sein Objekt nicht beeinflussen. Vom Standpunkt der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt interpretiert, bedeutet dies also, daß im Falle von $(\Omega \rightarrow Z)$ überhaupt keine Kontexturgrenze überschritten wird, da eine solche ja noch gar nicht vorhanden ist und durch $(\Omega \rightarrow Z)$ erst etabliert wird. (Die Zeichensetzung schafft also die Transzendenz, nicht umgekehrt.) Dagegen würde die konverse Abbildung

$$\Omega \leftarrow Z$$

natürlich die Existenz nicht nur des Zeichens, sondern auch des Objektes und damit auch einer Kontexturgrenze zwischen beiden voraussetzen, die bei dieser Abbildung dann also überschritten wird. Sobald also das Zeichen gesetzt ist, gilt, daß Objekt und Zeichen einander transzendent sind und daß es innerhalb des Gültigkeitsbereichs der zweiwertigen aristotelischen Logik keine Wege gibt, die vom Einen zum Andern führen.

2. Geht man jedoch von einer mindestens dreiwertigen, polykontexturalen Logik aus, so sind vier Relationen zwischen Objekt und Zeichen möglich, da in diesem Fall das Tertium non datur durch ein Quartum non datur ersetzt ist:

	Ω	Z
Ω	$\Omega\Omega$	ΩZ
Z	$Z\Omega$	ZZ

Es gehört zur mittlerweile allbekannten Genialität des Mathematikers und Logikers Ch. L. Dodgson alias Lewis Carroll, für das obige Quadrat semiotischer "Vierfalt" eine höchst ansprechende Interpretation gefunden zu haben. Der folgende Ausschnitt aus einem Dialog zwischen Alice und dem Weißen Ritter entstammt Carrolls Buch "Alice hinter dem Spiegeln" (ich zitiere nach der ebenso gelungenen Übersetzung Chr. Enzensbergers):

Der Name des Liedes heißt "Heringsköpfe". – Ach, das ist wirklich sein Name? fragte Alice, damit es nicht so aussähe, als wäre ihr das gleichgültig. – Nein, du hast mich falsch verstanden, sagte der Ritter etwas unmutig. So *heißt* sein Name nur. Der Name selbst ist "Der uralte Mann". – Dann hätte ich also sagen sollen: So heißt das Lied also? verbesserte sich Alice. – Aber nein doch, das ist wieder etwas anderes. Das *Lied* heißt "Trachten und Streben"; aber freilich *heißt* es nur so. – Ja, aber welches Lied *ist* es denn dann? fragte Alice, die sich nun gar nicht mehr auskannte. – Das wollte ich dir eben sagen, erwiderte der Ritter. Es ist das Lied "Hoch droben auf der Pforten" (Carroll 1974, S. 118).

Entsprechend der semiotischen Vierfalt erhalten wir also folgendes Schema

	Heißen	Sein
Name	Heringsköpfe	Der uralte Mann
Lied	Trachten und Streben	Hoch droben auf der Pforten

Natürlich beruht der Carrollsche Scherz gerade darauf, daß diese Vierheit in der monokontexturalen Semiotik auf eine Zweiheit reduziert wäre mit eindeutiger Zuordnung von

Lied ↔ Sein

Name ↔ Heißen

und daß der Scherz durch umgangssprachlich ungenaue Formulierungen wie "Das Mädchen heißt .../Ihr Name ist ..." oder die Doppelform "Das Lied ist/ heißt ..." motiviert ist. Man beachte also, daß bei der Abbildung der obigen Vierfalt auf die monokontexturale Zwiefalt die vier Benennungen nicht mehr zuordbar sind, da sie relativ zur Zwiefalt einen polykontexturalen "Überschuß", d.h. Hyperadditivität ausdrücken.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Carroll, Lewis, Alice hinter dem Spiegeln. Übers. von Christian Enzensberger. Frankfurt am Main 1974

Motivierte und polykontexturale Semiotik

1. Theoretisch können Zeichen und Objekt in den folgenden Relationen zueinander stehen:

1.1. $Z \parallel O$

1.2. $Z \nparallel O$

1.2.1. $Z = O$

1.2.2. $Z \subset O$

1.2.3. $Z \supset O$.

1.1. bezeichnet die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt, d.h. die wechselseitige Transzendenz beider. Diese Relation kennzeichnet somit die nicht-arbiträren (unmotivierten) Semiotiken wie z.B. diejenige von de Saussure und Peirce. Allerdings fallen bereits die natürlichen Zeichen (Zeichen φύσει) unter die Relation 1.2, und zwar genau wie die zuletzt in Toth (2012) behandelten Ostensiva unter (1.2.1.), d.h. es besteht im Bereich von 1.2. eine intrinsische Relation zwischen Zeichen und Objekt, die demnach durch keine Kontexturgrenze voneinander getrennt und also einander auch nicht transzendent sind. Die Fälle unter 1.2. kennzeichnen somit die arbiträren (motivierten) Semiotiken, wie sie bes. im Mittelalter und in der Neuzeit noch bei Walter Benjamin sowie natürlich in der Kabbala und der ihr assoziierten Zahlenmystik vertreten sind.

2.1. $Z \parallel O$

Zeichen und Objekt sind nur deshalb einander transzendent, weil innerhalb der 2-wertigen aristotelischen Logik das Tertium non datur gilt, d.h. es gibt nichts Vermittelndes zwischen Z und O, und demzufolge werden sie durch eine Kontexturgrenze voneinander getrennt. Eine Vereinigung von Z und O bedarf also des Überganges zu einer Logik, in der ein Quartum, Quintum usw. non datur gilt, d.h. einer mindestens 3-wertigen Logik.

2.2. $Z = O$

Natürliche Zeichen und Ostensiva zeichnen sich dadurch aus, daß sich das Zeichen nicht aus ihnen verselbständigen kann, wie dies wegen der Arbitrarität z.B. bei Symbolen der Fall ist. Z.B. repräsentiert eine Eisblume nur sich selbst, aber im Gegensatz zur Eigenrealität der Zeichen $\theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\iota$ eben als Objekt und nicht als Zeichen. Somit tritt an die Stelle der thetischen Einführung die Interpretation, da man der Eisblume wohl keine thetische Selbstintroduktion unterstellen kann. Ferner koinzidieren bei natürlichen Zeichen somit Realität und Mitrealität, d.h. sie stehen für nichts anderes als sich selbst. Etwas anders liegt der Fall bei Ostensiva. Es handelt sich hier zwar nicht um Zeichen $\phi\acute{\upsilon}\sigma\epsilon\iota$, die sich selbst präsentieren statt anderes zu repräsentieren, aber auch sie werden nicht etwa thetisch eingeführt: Das "Sich-selber-sprechen-Lassen" von Objekten funktioniert ja nur dann, wenn das Objektzeichen in eine Situation eingebettet ist, die keine Ambiguitäten zuläßt. Das bedeutet aber, daß wir neben der thetischen Einführung von Zeichen $\theta\acute{\epsilon}\sigma\epsilon\iota$ und der Interpretation von Zeichen $\phi\acute{\upsilon}\sigma\epsilon\iota$ noch die situationsbestimmte Zeichenhandlung bei Ostensiva unterscheiden müssen. Mit diesen drei Prozessen werden also Objekte zu Zeichen befördert.

1.2.2. $Z \subset O$

Typisch für diesen Fall ist die paracelsische Semiotik: "Die semiologische Ordnung des Paracelsus ist nicht nur eine Form des Wissens, sondern die Mimesis der in den Zeichen wirksamen Lebendigkeit der Natur. Das Zeichen ist das Wesen der Dinge" (Böhme 1988). Man beachte, daß dieser Fall impliziert, daß das Subjekt Teil des Objekts und damit das Objekt inhomogen, also Güntherisch gesprochen mit "Reflexionsbrocken durchsetzt" ist. Hier zeigt sich also eine intrinsische Beziehung zur v.a. von Heidegger und sogar dem früheren Bense vertretene Auffassung, wonach das Nichts ins Sein eingebettet ist (vgl. z.B. Bense 1952, S. 80 f.).

1.2.3. $Z \supset O$

Dieser Fall, für den ich mindestens bislang keinerlei Zeugnisse gefunden habe, würde besagen, daß das Objekt ein Teil des Subjekts und also das Sein ein Teil des Nichts ist. Damit wird also die Semiose umgekehrt, die somit nicht mehr

vom Objekt zum Zeichen, sondern vom Zeichen zum Objekt führt, d.h. nicht das Zeichen ist das Metaobjekt des Objektes (Bense 1967, S. 9), sondern es ist umgekehrt das Objekt ein Metazeichen des Zeichens. Hier kündigt sich also sozusagen die Polykontextualitätstheorie in Umkehrung des Heideggerschen Verhältnisses von Ontik und Meontik an, als deren einfachster Ausdruck wir die Transformation $(Z \parallel O) \rightarrow (Z \nparallel O)$ bestimmen können.

Man beachte, daß $(Z \parallel O)$ den Fall $(Z \neq O)$ einschließt und daß somit der Gegensatz $(Z \parallel O) \neq (Z \nparallel O)$ auf denjenigen von $(Z = O) \neq (Z \neq O)$ zurückgeführt werden kann. Zwischen diesen beiden Haupttypen des Verhältnisses von Zeichen und Objekt vermitteln somit die Typen $(Z \subset O)$ und $(Z \supset O)$ mit den Grenzfällen $(Z \subseteq O)$ und $(Z \supseteq O)$ für natürliche Zeichen und Ostensiva.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Böhme, Hartmut, Natur und Subjekt. Frankfurt am Main 1988

Toth, Alfred, Ostensiva und Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Polykontexturale Spuren in metasemiotischen Systemen I

1. Wir beginnen mit den folgenden Erörterungen G. Günthers aus dem Vorwort zur 2. Aufl. von Günther (1991, S. xviii):

Alle bisher entwickelten Sprachen in unseren terrestrischen Hochkulturen setzen ein zweiwertiges Weltbild voraus. Ihre Reflexionsstruktur ist deshalb ebenfalls rigoros zweiwertig, und es fehlen die linguistischen Mittel, um mehrwertige Erlebnissituationen in ihnen angemessen auszudrücken. Ein Beispiel soll die Situation verdeutlichen. Der klassische Kalkül kennt einen und nur einen Begriff von „und“. Das gleiche gilt für die deutsche, englische, französische usw. Sprache. In einer dreiwertigen Logik aber werden bereits vier (!) verschiedene und durch differente logische Funktoren identifizierte Bedeutungen von „und“ unterschieden. In unseren heutigen Umgangssprachen hat „und“ in den folgenden Konjunktionen „ein Gegenstand *und* noch ein Gegenstand“, „Ich *und* die Gegenstände“, „Du *und* die Gegenstände“, „Wir *und* die Gegenstände“ immer die gleiche Bedeutung. In anderen Worten: die klassische Logik und die an ihr spirituell orientierten Sprachen setzen voraus, daß der metaphysische Begriff der Ko-existenz so allgemein gefaßt werden kann und muß, daß in ihm der Unterschied zwischen gegenständlicher Existenz und den drei möglichen Aspekten von Reflexionsexistenz irrelevant ist. Begriffe wie „Ich“, „Du“ und „Wir“ haben in der uns überlieferten Logik schlechthin keinen Sinn. Logisch relevant ist dort nur die Konzeption: „Subjekt-überhaupt.“ Eine dreiwertige Logik aber setzt voraus, daß es logisch relevant ist, ob ich den Reflexionsprozeß im subjektiven Subjekt (Ich) oder im objektiven Subjekt (Du) beschreibe. Unter dieser Voraussetzung aber müssen die obigen vier verschiedenen Bedeutungen von „und“ genau auseinandergehalten werden.

Dazu ist immerhin zu sagen, daß alle natürlichen Sprachen insofern über die monokontexturale Logik hinaus gehen, als sie zwischen Ich-, Du- und Er-Referenz, und zwar in mindestens zwei Numeri (üblicherweise Singular und Plural) unterscheiden. Diese Unterscheidung ist auch als die zwischen "sprechender", "angesprochener" und "besprochener" Person bekannt. Nun funktionieren die meisten Sprachen so, daß bei beliebigem Zusammentreten zweier Personen ein Zusammenfall der im Singular geschiedenen Referenzfunktionen insofern eintritt, als eine "empathische" Hierarchie Ich > Du > Er zu wirken beginnt; vgl. die folgenden dt. Kontraste

- (1) Ich und du/Du und ich gehen/*geht nach Hause.
- (2) Du und er/Er und du geht/*gehen nach Hause.
- (3) Ich und er/Er und ich gehen (1. Pl.)/*gehen (3. Pl.) nach Hause.

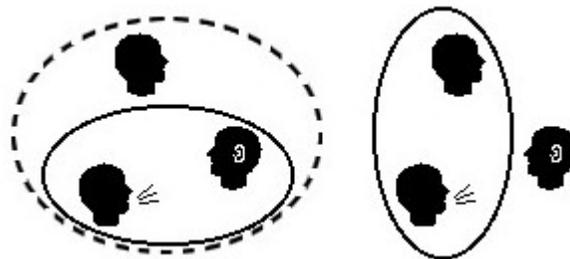
(Die Umkehrung der gepaarten Subjekte hat also im Dt., anders als etwa im Ungarischen, keinen Einfluß auf die Wahl der Pluralform.)

2. Daneben gibt es jedoch Sprachen (wie z.B. gewisse polynesische und indonesische), welche innerhalb der Pluralbildung zwischen exklusiver und inklusiver Referenz unterscheiden (ein Phänomen, das unglücklicherweise im Engl. mit "clusivity" bezeichnet wird), vgl. etwa aus dem Hawaiianischen (vgl. Elbert 1979, S. 108)

(4) 'Ike ke ali'i iā māua. "Der Häuptling sieht uns (= ihn und mich)".

(5) 'Ike ke ali'i iā kāua. "Der Häuptling sieht uns (= dich und mich)".

Die beiden Sätze unterscheiden sich somit nur dadurch, daß das exklusive Pronomen māua die angesprochene Person ausschließt, aber das inklusive Pronomen kāua sie einschließt. (Da auch hier eine Empathieskala wirkt, drückt also (5) nicht etwa aus, daß eine besprochene Person ausgeschlossen wird.) Die beiden folgenden, dem Lemma "Clusivity" der "Wikipedia" entnommenen suggestiven Diagramme mögen dem Kontrast zwischen referentieller Inklusivität (links) und referentieller Exklusivität (rechts) nochmals illustrieren:



Wie bereits gesagt, ist der monokontexturalen Logik die 3-er-Scheidung der personalen Referenz schon deswegen unbekannt, weil sie ja nur zwei Werte besitzt, von denen der eine für das Objekt, d.h. das Es, reserviert ist und die einzige Subjektkategorie wegen der Empathie als Ich interpretiert wird. Anders gesagt: Ein Du und ein Er dürfte es in keiner natürlichen Sprache geben, wenn diese streng der zweiwertigen aristotelischen Struktur folgten. Mit der Scheidung zwischen Inklusivität und Exklusivität liegt jedoch in einigen marginalen Sprachen ein noch viel deutlicherer polykontexturaler Zug vor, insofern nämlich die Scheidung zwischen dem Du und dem Er (gegenüber dem Ich) nicht nur im Singular, sondern auch im Plural durchgeführt (und in einigen

Sprachen sogar bis in die Verbalmorphologie gedrungen ist). Da man ausschließen kann, daß sich monokontexturale Sprachen im Laufe ihrer Geschichte zu polykontexturalen auffächern, könnte man vielleicht die umgekehrte Hypothese vom polykontexturalen Ursprung der Sprachen wenigstens bedenken. Die sich noch heute in einigen lebenden Sprachen findenden Reste von Polykontexturalität wären in diesem Fall als archaische Relikte von ganzen Sprachgemeinschaften und nicht als einzelsprachliche Neuerungen einzustufen.

Literatur

Elbert, Samuel H./Pukui, Marie Kawena, Hawaiian Grammar. Honolulu 1979

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl.
Hamburg 1991

Polykontexturale Spuren in metasemiotischen Systemen II

1. Das Durchschimmern von Polykontexturalität in monokontexturalen Systemen, von dem Gotthard Günther (1991, S. xviii) einen Vorgeschmack gegeben hatte und für das wir in Toth (2012) erste positive Evidenz beigebracht hatten, zeigt sich noch häufiger in Paradoxen, die dadurch entstehen, daß polykontexturale Spuren auf monokontexturale abgebildet werden, d.h. in Form von negativer Evidenz. In diesem Beitrag konzentrieren wir uns auf einige Fälle "unerlaubter", d.h. bezogen auf die Monokontexturalität systemwidriger Rückabbildungen der polykontextural geschiedenen logisch-epistemischen Funktionen des subjektiven und des objektiven Subjekts auf das eine Ich-Subjekt der monokontexturalen Logik.

2. Beginnen wir mit einigen vergleichsweise harmlosen ungrammatischen Sätzen. Neu dabei ist allerdings, daß deren Ungrammatizität weder aus syntaktischen, noch aus semantischen oder pragmatischen Gründen resultiert, sondern daß sie aus der notwendigerweise falschen Abbildung polykontexturaler Strukturen auf die Monostruktur der Monokontexturalität resultieren.

- a) Ich sehe mich selbst/*dich selbst im Spiegel.
- b) Du wäscht dir selbst/*mir selbst die Hände.
- c) Ich kann mich/*dich nicht erinnern.
- d) Du kannst dich/*mich nicht erinnern.
- e) Du bist deinem/*meinem Vater aus dem Gesicht geschnitten.
- f) Ich habe diese Krankheit von meinem/*deinem Vater geerbt.
- g) Du bist halt das Kind deiner/*meiner Eltern.
- h) Das hat mir mein/*dein eigener Vater angetan.
- i) Ich habe heute einen Brief von dir/*mir bekommen.

a) bis h) sind also alles Varianten von Selbstbezüglichkeit, die auf dem Boden der 2-wertigen aristotelischen Logik wegen der Gültigkeit des Tertiumgesetzes nur auf das Ich-Subjekt bezogen werden können und daher für jedes Du-Subjekt ungrammatisch sein müssen. Diese Sätze haben somit zuwenig

logischen "Spielraum", denn bereits bei der Substitution des Tertium non datur durch ein Quartum non datur würden sie allesamt auf einen Schlag grammatisch korrekt sein.

3. Geradezu das Leitmotiv schlechthin ist die Durchstossung der Kontexturgrenze zwischen Ich und Du in E.T.A. Hoffmanns Erzählung "Klein Zaches, genannt Zinnober" (1819). Ich habe insgesamt dreizehn Fälle gezählt, wobei im folgenden nur auf drei besonders charakteristische hinzuweisen ist: "Balthasar griff herab nach dem Kleinen, ihm aufzuhelfen, und berührte dabei unversehens sein Haar. Da stiess der Kleine einen gellenden Schrei aus, dass es im ganzen Saal widerhallte und die Gäste erschrocken auffuhren von ihren Sitzen. Man umringte den Balthasar und fragte durcheinander, warum er denn um des Himmels willen so entsetzlich geschrien" (Hoffmann 1985, S. 310). Obwohl also Klein Zaches schreit, wird der Schrei dem Balthasar angelastet. Doch es kommt noch schöner: "Balthasar glaubte, dass der rechte Augenblick gekommen, mit seinem Gedicht von der Liebe der Nachtigall zur Purpurrose hervorzurücken [...]. Sein eignes Werk, das in der Tat aus wahrhaftem Dichtergemüt mit voller Kraft, mit regem Leben hervorgeströmt, begeisterte ihn mehr und mehr. Sein Vortrag, immer leidenschaftlicher steigernd, verriet die innere Glut des liebenden Herzens. Er bebte vor Entzücken, als leise Seufzer – manches leise Ach – der Frauen, mancher Ausruf der Männer: 'Herrlich – vortrefflich, göttlich!' ihn überzeugten, dass sein Gedicht alle hinriss. Endlich hatte er geendet. Da riefen alle: 'Welch ein Gedicht! – Welche Gedanken – welche Phantasie, was für schöne Verse – welcher Wohlklang – Dank – Dank Ihnen, bester Herr Zinnober, für den göttlichen Genuss" (ibid., S. 311ff.). Doch Hoffmann begnügt sich nicht mit dem simplen Austausch eines subjektiven mit einem objektiven Subjekt bzw. umgekehrt, wie es etwa Oscar Wilde in seinem "Bildnis des Dorian Gray" oder E.A. Poe im "Oval Portrait" getan hatten: Im folgenden Fall ist Mosch Terpin sogar Subjekt und Objekt zugleich: "Als sie eintraten, stand der Professor Mosch Terpin allein in der Mitte, die Instrumente noch in der Hand, womit er irgendein physikalisches Experiment gemacht, starres Staunen im Gesicht. Die ganze Gesellschaft hatte sich um den kleinen Zinnober gesammelt, der, den Stock untergestemmt, auf den Fußspitzen stand und mit stolzem Blick den Beifall einnahm, der ihm von allen Seiten zuströmte. Man wandte sich wieder zum Professor, der ein anderes sehr artiges

Kunststückchen machte. Kaum war er fertig, als wiederum alle, den Kleinen umringend, riefen: 'Herrlich – vortrefflich, lieber Herr Zinnober!'. – Endlich sprang auch Mosch Terpin zu dem Kleinen hin und rief zehnmal stärker als die übrigen: 'Herrlich – vortrefflich, lieber Herr Zinnober!'" (1985, S. 313 f.). Wie alle angeführten und auch die hier weggelassenen Beispiele zeigen, befindet sich von allen Partizipanten offenbar einzig Balthasar in der monokontexturalen Welt. Er dient quasi als "Verbindungsmann" zum ebenfalls in der Monokontexturalität lebenden Lesers.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Hoffmann, E.T.A., Werke in 4 Bänden. Hrsg. von Hermann R. Leber. Salzburg 1985

Toth, Alfred, Polykontexturale Spuren in metasemiotischen Systemen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zeichen, Objekt und System

1. Die zuletzt in Toth (2012a) behandelte sog. Menne-Semiotik ist eine logische Semiotik, weil bezeichnendes Objekt und bezeichnetes Objekt binär definiert sind, d.h. der aristotelischen Opposition von Position und Negation entsprechen, deren Relationen isomorph sind, denn nur unter dieser Voraussetzung führt doppelte Negation wieder zur Position zurück, bringt also nichts "Neues", denn solches würde das Tertium non datur verletzen und somit eine höhere als die binäre Logik voraussetzen. Für die Semiotik bedeutet die binäre Isomorphie von Zeichen und Objekt also, daß das Objekt in dem Maße "zeichenhaft" ist wie das Zeichen "objekthaft" ist, denn Objekt und Zeichen müssen ja durch eine semiotische Entsprechung der logischen Negation ebenso wie die logischen Werte ineinander überführbar sein. Ontologisch entspricht dies also genau der in Toth (2012b) begründeten Tatsache, daß nur wahrnehmbare oder vorstellbare Objekte (die dann folglich noch keine Zeichen sind) zu Zeichen erklärt werden, d.h. Objekte, die bereits einen gewissen Subjektanteil haben und die bei der Semiose entsprechend einen gewissen Objektanteil an ihre Zeichen abgeben.

2. Wir gehen somit aus von der binär-trichotomischen Zeichenrelation der Menne-Semiotik

$$ZR^2_3 = \langle \langle \Omega_1, \Omega_2 \rangle, \langle \langle \{\Omega_1\}, \{\Omega_2\} \rangle, \langle \{\{\Omega_1\}\}, \{\{\Omega_2\}\} \rangle \rangle \rangle.$$

und fragen, wie man sie aus der Isomorphie von ontischem Objekt

$$O = \{\Omega_1, \{\Omega_1\}, \{\{\Omega_1\}\}\}$$

und semiotischem Zeichen

$$Z = \{\Omega_2, \{\Omega_2\}, \{\{\Omega_2\}\}\}$$

gewinnen kann. Offenbar lautet die gemeinsame Grund- oder "Tiefenstruktur" beider Definitionen

$$S = \{x, (U(x), U(U(x)))\}.$$

Wird nun ein $x \in \{O, Z\}$ auf seine Umgebung abgebildet, so werden also die Positionen von x und $U(x)$ bzw. $U(U(x))$ vertauscht

$$S' = \{(U(U(x)), U(x)), x\},$$

und wir erhalten eine neue Relation

$$S^* = \{\{x, U(x)\}, \{\{x, U(x)\}, \{x, U(x)\}\},$$

die nun zu ZR^2_3 isomorph ist. In anderen Worten: S und S' sind die systemischen Basisrelation von O und von Z – man ist natürlich frei darin, ob man S oder S' als Z oder als O bestimmt, so wie man ja auch frei darin ist, wie man zwei logische Aussagen bestimmt.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Menne-Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Isomorphie von Objekt und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Zeichen- und Objektabsorption

1. In der sog. Menne-Semiotik (vgl. Toth 2012a) werden bezeichnendes und bezeichnetes Objekt binär definiert, d.h. sie entsprechen der fundamentalen aristotelischen Opposition von Position und Negation. Wegen deren isomorpher Relation ist also das Objekt in dem Maße "zeichenhaft" wie das Zeichen "objekthaft" ist, denn Objekt und Zeichen müssen ja durch eine semiotische Entsprechung der logischen Negation ineinander überführbar sein, da sonst Neues, Drittes entsteht und die drei Grundgesetze des Denkens, in Sonderheit das Tertium non datur, verletzt würden. In Toth (2012b) wurde dies am Beispiel des Verlaufs der Wahrheitswertfunktion der logischen Konjunktion wie folgt erläutert. Setzen wir z.B. das Objekt in Position und also das Zeichen in die Negation:

Ω_1	Ω_2	$\Omega_1 \wedge \Omega_2$
W	W	W
W	F	W
F	W	W
F	F	F

Sind also sowohl Objekt (Ω_1) als auch Zeichen (Ω_2) gegeben, so ist auch ihre Konjunktion semiotisch gegeben (bzw. "erfüllt"), und nur dann, wenn weder das Objekt, noch das Zeichen gegeben sind, ist ihre Konjunktion semiotisch nicht erfüllt. Allerdings verlangt der 3. Fall, daß die Konjunktion auch dann semiotisch erfüllt ist, wenn zwar das Objekt, aber nicht das Zeichen gegeben ist, und der 4. Fall verlangt, daß die Konjunktion auch dann semiotisch erfüllt ist, wenn zwar das Zeichen, nicht aber das Objekt gegeben ist. Im 3. Fall haben wir also Zeichenhaftigkeit trotz fehlendem Zeichen und im 4. Falle trotz fehlendem Objekt, d.h. beide Fälle scheinen der alltäglichen Erfahrung zu widersprechen, daß ein Objekt vorhanden sein muß, bevor man es zum Zeichen erklärt und daß ein Zeichenprozeß ohne Zeichen unmöglich ist. Indessen ist gemäß Voraussetzung hier eben nicht von "reinen" Objekten und "reinen" Zeichen die Rede, sondern von wahrgenommenen Objekten und objektivierten Zeichen.

2. Demzufolge können wir nun die logischen Absorptionsgesetze (vgl. z.B. Menne 1991, S. 37) als semiotische Gesetze, d.h. als logisch zweiwertige Objekt- und Zeichenabsorptionstheoreme auffassen:

$$2.1. \quad (p \wedge q) \rightarrow p$$

$$2.2. \quad (p \wedge q) \rightarrow q$$

Wegen der Isomorphie (s.o.) gilt also: Ist ein (wahrnehmbares bzw. vorge-
stelltes) Objekt oder ein Zeichen gegeben, so ist das jeweils andere Glied der
Objekt-Zeichen-Dichotomie auch bereits gegeben.

$$2.3. \quad (p \rightarrow \neg p) \rightarrow \neg p$$

$$2.4. \quad p \vee (p \wedge q) \rightarrow p$$

Da eine Disjunktion nur dann falsch ist, wenn beide disjungierten Aussagen
ebenfalls falsch sind, aber eine Konjunktion nur dann wahr ist, wenn beide
konjungierten Aussagen ebenfalls wahr sind, ist also p jedenfalls wahr,
semiotisch interpretiert: das Objekt ist gegeben.

$$2.5. \quad p \vee (p \vee q) \rightarrow p \vee q$$

Vgl. 2.4. In diesem Fall sind natürlich entweder das Objekt oder das Zeichen
gegeben.

$$2.6. \quad p \wedge (p \vee q) \rightarrow p$$

(Vgl. 2.4.) Hier kommt es sozusagen nicht darauf an, ob das Zeichen gegeben ist
oder nicht, denn wenn nur schon das Objekt gegeben ist, kann die Disjunktion
auch bei verschiedener Gegebenheit (verschiedenen Wahrheitswerten von p
und q) wahr sein, und dann ist auch die Konjunktion wahr, d.h. das Objekt
gegeben.

$$2.7. \quad p \wedge (p \wedge q) \rightarrow p \wedge q$$

Analog zu 2.5.

$$2.8. \quad (p \vee q) \wedge \neg p \rightarrow q$$

Wiederum (vgl. 2.6.) muß für die Disjunktion nur entweder das Objekt oder das Zeichen gegeben sein, und da das zweite Konjunktionsglied die Gegebenheit des Objektes verneint, muß also das Zeichen gegeben sein.

$$2.9. \quad (p \mid q) \wedge p \rightarrow \neg q$$

Da nicht sowohl p als auch q gegeben sind, das Objekt p hingegen gegeben ist, kann das Zeichen q also nicht gegeben sein.

$$2.10. \quad (p \rightarrow \neg q) \wedge q \rightarrow \neg p$$

Die Implikation ist nur dann falsch, wenn entweder sowohl p als auch q oder p allein falsch ist. Nun muß aber q wegen der Konjunktion wahr sein, also ist p falsch, d.h. das Objekt ist nicht gegeben.

Wie wir es bereits in Toth (2012b) getan hatten, kann man auf diese Weise natürlich nicht nur alle Theoreme der zweiwertigen Logik in semiotischer Form schreiben, sondern auch alle Wahrheitswertfunktoren.

Literatur

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Menne-Semiotik II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Formen der Semiose. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2012b

Allgemein hat man folgende Möglichkeiten

$$V\langle a, b \rangle = \begin{cases} \langle \langle a, c \rangle, b \rangle / \langle b, \langle a, c \rangle \rangle \\ \langle a, \langle b, c \rangle \rangle / \langle \langle b, c \rangle, a \rangle \end{cases}$$

d.h. die Vermittlung kann entweder auf der Bezeichnenden- oder aber auf der Bezeichnetenseite stattfinden (vgl. auch Toth 2012), wobei beide Seite zusätzlich ihre Positionen tauschen können. Bei einer Vermittlung 2. Stufe kann man entsprechend weiterfahren:

$\langle \langle \langle a, c \rangle, b \rangle, d \rangle, \langle d, \langle \langle a, c \rangle, b \rangle \rangle$

$\langle d, \langle b, \langle a, c \rangle \rangle \rangle, \langle \langle b, \langle a, c \rangle \rangle, d \rangle$

$\langle \langle a, \langle b, c \rangle \rangle, d \rangle, \langle d, \langle \langle b, c \rangle, a \rangle \rangle, \text{ usw.}$

Literatur

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Schwabhäuser, Wolfram, Zur Definition des geordneten Paares von Mengen beliebiger Stufe. In: Mathematische Nachrichten 11/1-2, 1954, S. 81-84

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

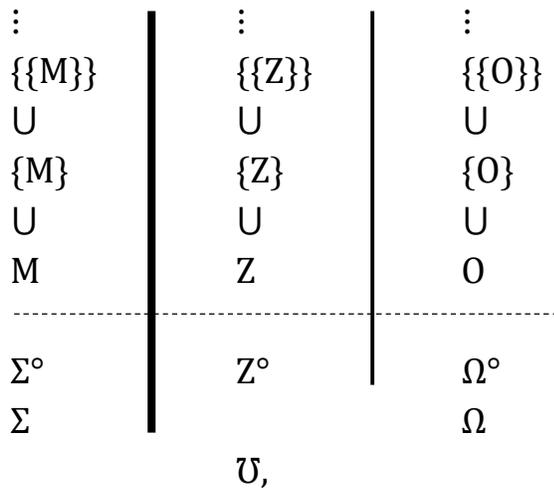
Toth, Alfred, Strukturen der logischen Semiotik I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Semiotische Isomorphie und linguistischer Relativismus

1. Es ist bekannt, daß die Dreierunterscheidung des Deutschen "Holz – Baum – Wald" im Französischen der Zweierunterscheidung "arbre – bois – bois" entspricht. Die dazu konverse Zweierunterscheidung findet sich z.B. im Ungarischen "fa – fa – erdő". Keine Sprache ist mir bekannt, in der eine Zweierunterscheidung nach dem Schema X-Y-X existiert. Natürlich darf man daraus nicht schließen, der Franzose würde nicht zwischen einem einzelnen und mehreren Bäumen und der Ungar nicht zwischen der Pflanze und seinem Material unterscheiden. Was der linguistische Relativismus jedoch behauptet, ist: "Menschen, die Sprachen mit sehr verschiedenen Grammatiken benützen, werden durch diese Grammatiken zu typisch verschiedenen Beobachtungen und verschiedenen Bewertungen äußerlich ähnlicher Beobachtungen geführt" (Whorf 1994, S. 20). Diese auch als Sapir-Whorf-Hypothese bekannte Behauptung diente, was oft vergessen wird, in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts dazu, eine neue wissenschaftliche Disziplin, die nicht-historisch operierende vergleichende allgemeine Sprachwissenschaft zu legitimieren, mit anderen Worten, die am Lateinischen und Griechischen trainierten Linguisten erst einmal davon zu überzeugen, daß sie sich unstatthafterweise bei der Beschreibung nicht-germanischer Sprachen von den Strukturen der indogermanischen Sprachen (ver-)leiten lassen. Weniger bekannt ist, daß dies nicht nur für die Grammatiken selber gilt, sondern auch für die Methoden, mit denen diese Grammatiken auf die Beschreibung von Sprachen angewandt werden. So wird beispielsweise auch heute noch allen Ernstes daran festgehalten, die anhand der indogermanischen Sprachen entwickelte historisch-vergleichende Methode der Rekonstruktion *tel quel* auf die finnisch-ugrischen Sprachen anzuwenden. Nur ist der Unsinn der unreflektierten Übertragung von Methoden weniger leicht einzusehen als derjenigen der unreflektierten Übertragung von Grammatiken, so etwa, wenn man in den Erstbeschreibungen von Sprachen der Neuen Welt durch am Lateinischen geschulte Missionare Sätze findet wie "Ein Vokativ fehlt". Ein treffender Vergleich stammt von Whorf selbst: "Das Zeugnis auszuschließen, welches ihre [der Indianer] Sprachen über das ablegen, was der menschliche Geist tun kann, wäre ebenso falsch, wie von den Botanikern zu fordern, sie sollten nur Gemüsepflanzen und Treib-

hausrosen studieren, uns dann aber berichten, wie die Pflanzenwelt aussieht" (1994, S. 13).

2. Es dürfte unmittelbar einsichtig sein, daß das in Toth (2012) erarbeitete Modell der auf Georg Klaus (1965, 1973) zurückgehenden logischen Semiotik



die auf der dialektischen Annahme der Isomorphie von Signifikanten- und Signifikatsseite der zugrunde liegenden Zeichenrelation beruht, dazu geeignet ist, die abstrakten semiotischen Abbildungen zu formalisieren, welche dem linguistischen Relativismus zugrunde liegen. Setzen wir x als Element der Signifikantenseite und y als Element der Signifikatsseite, so bedeutet die Abbildung

$$y \rightarrow x$$

die einfachste Formalisierung der Sapir-Whorf-Hypothese, während die konverse Abbildung

$$x \rightarrow y$$

die allgemein anerkannte Tatsache ausdrückt, daß die Objekte die sie abbildende Sprache beeinflussen. Semiotisch interpretiert bedeutet linguistischer Relativismus somit nicht mehr und nicht weniger, als daß die Relation zwischen den beiden Seiten der Zeichenrelation nicht mono-, sondern bidirektional ist,

$$x \leftrightarrow y,$$

wobei allerdings die praktischen Grenzen dieser wechselseitigen Abbildungen durch eine Reihe von Invariantheoremen geleistet wird (vgl. Bense 1975, S. 39 ff.), insofern zwar in der Richtung ($x \rightarrow y$) ein Objekt sein Zeichen beeinflussen kann, dieses also auch nach erfolgter thetischer Einführung substantiell veränderbar ist, daß aber das Umgekehrte nicht gilt, wenigstens nicht, solange man an der zweiwertigen aristotelischen Logik festhält, in der das Tertium-Gesetz eine Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt festsetzt, so daß also das Zeichen sein Objekt nicht verändern kann.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Stufen und Typen in der logischen Semiotik von Georg Klaus I-V.
In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Whorf, Benjamin Lee, Sprache – Denken – Wirklichkeit. Reinbek 1994

Semiotische Objekt-Abbildungstheorie

1. Bekanntlich basiert die Semiotik von Georg Klaus (vgl. Klaus 1965, 1973, Klaus/Segeth 1962) auf der marxistischen Widerspiegelungs- oder Abbildungstheorie, d.h. einem zentralen theoretischen Ansatz des dialektischen Materialismus. Eine direkte semiotische Folge aus diesem Ansatz ist die Tatsache, daß Zeichen und Objekt (auf allen Stufen) als isomorph aufgefaßt werden. Tatsächlich liegt hier aber nur das auf die Semiotik verallgemeinerte Schema der klassischen zweiwertigen aristotelischen Logik vor, deren einziger Negator das Verhältnis von Negandum und Negatum ebenfalls als isomorph bestimmt. Da das Gesetz des Tertium non datur die Möglichkeit der Emergenz von Neuem zum vornherein ausschließt, kann durch Negation also nichts Neues bzw. Anderes entstehen. Kronthaler hat deshalb völlig recht, wenn er bemerkt: "Die A-Logik [arist. Logik] besitzt nur deshalb zwei Werte, weil es sich bei ihr um einen Abbildungsprozeß handelt. Man kann etwas HABEN, was einwertig ist, aber nicht ABBILDEN. Der zweite Wert spielt aber nur eine Hilfsrolle, er designiert nichts, sondern tritt nur als Hintergrund auf; er wiederholt nur" (1983, S. 8). Man darf somit schließen, daß die Annahme der Isomorphie von Signifikanten- und Signifikatsseite des Zeichens gerade die Kompatibilisierung von Semiotik und Logik zu einer logischen Semiotik einerseits sowie einer semiotischen Logik andererseits erst möglich macht.

2. Klaus selbst definierte die Widerspiegelung in dem von ihm herausgegebenen "Marxistisch-leninistischen Wörterbuch der Philosophie" wie folgt:

Wesen der in qualitativ verschiedenartigen Formen existierenden Eigenschaft der Materie, äußere Einwirkungen durch innere Veränderungen zu reproduzieren und auf sie zu reagieren. Die allgemeine Eigenschaft der Widerspiegelung existiert in jeder Bewegungsform der Materie auf besondere Weise, beginnend mit der elementarsten Form der mechanischen Einwirkung materieller Objekte aufeinander, über die chemischen Reaktionen in der unbelebten Materie, von der Reizbarkeit der primitiven Organismen über die unbedingten Reflexe und die bedingten Reflexe des ersten Signalsystems und der höheren Tiere in der belebten Materie bis zur bedingt-reflektorischen Tätigkeit des zweiten Signalsystems beim Menschen, zum menschlichen Bewußtsein, das die objektive Realität in

sinnlich-anschaulichen und begrifflich-abstrakten Abbildungen widerspiegelt, und zum gesellschaftlichen Bewußtsein insgesamt, das eine Widerspiegelung des gesellschaftlichen Seins ist. Jede Form der Widerspiegelung besitzt ihre spezifischen Besonderheiten und erfüllt eine notwendige Funktion in der Wechselwirkung der materiellen Objekte und Prozesse, in der Lebenstätigkeit der Organismen und in der Entwicklung der menschlichen Gesellschaft (...). Die Vermutung, daß die ganze Materie die Eigenschaft der Empfindlichkeit besitze, wurde zuerst von Diderot geäußert, wobei er zwischen einer aktiven Empfindlichkeit in der belebten Materie und einer inaktiven in der unbelebten unterschied" (Klaus/Buhr 1972, Bd. 3, S. 1161).

Nun hatte ich in Toth (2012) den Versuch gemacht, einmal nicht die Zeichen von den Objekten, sondern die Objekte von den Zeichen aus zu betrachten. Gemäß Benses Prinzip der polyrepräsentativen Affinität der Zeichen gilt ja, "daß, wenn eine bestimmte Zeichenrelation eines gewissen vorgegebenen Sachverhaltes feststeht, auf die entsprechend äquivalente Zeichenrelation eines entsprechend affinen Sachverhaltes geschlossen werden darf" (Bense 1983, S. 45), in anderen Worten, man kann in den durch die Repräsentations-schemata gesteckten Grenzen versuchen, die Objekte aus vorgegebenen Zeichen zu "rekonstruieren". Dabei ergaben sich folgende Quasi-Isomorphien:

2.1. $Zkl(3.1\ 2.1\ 1.1) \times Rth(1.1\ 1.2\ 1.3)$

Qualitäten von Objekten.

2.2. $Zkl(3.1\ 2.1\ 1.2) \times Rth(2.1\ 1.2\ 1.3)$

Zustände.

2.3. $Zkl(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3)$

Kausalzusammenhänge.

2.4. $Zkl(3.2\ 2.2\ 1.2) \times Rth(2.1\ 2.2\ 2.3)$

Individuelle Objekte, Sachverhalte, Ereignisse.

2.5. $Zkl(3.1\ 2.1\ 1.3) \times Rth(3.1\ 1.2\ 1.3)$

Allgemeine Objekte, Sachverhalte, Ereignisse.

2.6. Zkl(3.1 2.2 1.3) × Rth(3.1 2.2 1.3)

Objektfamilien.

2.7. Zkl(3.2 2.2 1.3) × Rth(3.1 2.2 2.3)

Gerichtete Objekte.

Den restlichen drei Zeichenklassen entsprechen dagegen keine Objekte, oder besser gesagt: als Objekte dienen hier Zeichen, und man kann den Übergang von der Objekt- zur Zeichenthematisierung sehr schön an der Emergenz "gerichteter Objekte" feststellen (vgl. dazu Toth 2009). Den 10 Zeichenklassen stehen somit nur 7 Objektarten gegenüber. Wie man allerdings erkennt, spiegelt sich die trichotomische Struktur der Zeichen in derjenigen der Objekte, so daß hier tatsächlich eine Form von Isomorphie zwischen Zeichen und Objekten vorliegt, denn die Übergänge zwischen den sieben Objektarten



sind isomorph zu denjenigen ihrer Zeichenklassen (sowie wegen Dualität natürlich auch zu den Realitätsthematiken). Man kann somit die Übergänge zwischen den Objektarten dahingehend interpretieren, daß von den Qualitäten bis zu den allgemeinen Objekten immer größere Teile von Objekten präsentiert werden und die letzteren schließlich dadurch der zeichenhaften Verwendung angenähert werden, als sie zuerst zu Objektfamilien, d.h. Abstraktionsklassen

zusammengeschlossen und schließlich beim Übergang von den Objekten zu den Zeichen selbst bedeutungsvoll werden, z.B. im Falle der von Bense (ap. Walther 1979, S. 122 f.) eingeführten semiotischen Objekte (vgl. Toth 2008). Man kann somit in den n Stufen der Objekthierarchie jede $n+1$ -te Stufe als Abstraktionsklasse jeder n -ten Stufe auffassen, und wegen Isomorphie gilt dies natürlich auch für die Zeichenklassen und die Realitätsthematiken. In anderen Worten läßt sich also das System der Peirceschen Zeichenklassen, wenn man es um das System der Objektarten ergänzt, zu einem zweiteiligen isomorphen System ähnlich demjenigen der Logik von G. Klaus ergänzen und somit als logische Semiotik konzipieren.

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Klaus, Georg/Wolfgang Segeth, Semiotik und materialistische Abbildtheorie. In: Deutsche Zeitschrift für Philosophie 10, 1962, S. 1245-1260

Klaus, Georg/Manfred Buhr (Hrsg.), Marxistisch-leninistisches Wörterbuch der Philosophie. 3 Bde. Reinbek 1972

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Semiotische Affinität und Objekt-Zeichen-Isomorphie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Isomorphe logisch-semiotische Operationen

1. Da das logische Gesetz des Tertium non datur die Möglichkeit der Emergenz von Neuem zum vornherein ausschließt, kann durch Negation nichts Neues entstehen. Kronthaler hat deshalb recht, wenn er bemerkt: "Die A-Logik [arist. Logik] besitzt nur deshalb zwei Werte, weil es sich bei ihr um einen Abbildungsprozeß handelt. Man kann etwas HABEN, was ein-wertig ist, aber nicht ABBILDEN. Der zweite Wert spielt aber nur eine Hilfsrolle, er designiert nichts, sondern tritt nur als Hintergrund auf; er wiederholt nur" (1983, S. 8). In Oskar Panizzas Erzählung "Die Kirche von Zinsblech" findet nächtens in der Kirche eine Prozession statt. Es stellt sich heraus, daß der eine der beiden Prozessionszüge von einem weißen und der andere von einem schwarzen Priester angeführt wird. Vom letzteren heißt es: "Eigentümlich war es, daß er fast pendelartig dieselben Bewegungen und Gesten machte, wie sein weißes Gegenüber auf der anderen Altarseite" (Panizza 1964, S. 30). Man darf daher schließen, daß die Annahme der Isomorphie von Signifikanten- und Signifikatsseite des Zeichens in den Semiotiken von Albert Menne (1992, S. 39 ff.) und Georg Klaus (1965, 1973) gerade die Kompatibilisierung von Semiotik und Logik zu einer logischen Semiotik einerseits sowie einer semiotischen Logik andererseits erst möglich macht.

2. Sozusagen an der Schnittstelle von logischer Semiotik und semiotischer Logik stehen einige logisch-semiotische bzw. semiotisch-logische Operationen. Für den Zusammenhang zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt verweise ich der Kürze halber auf das in Toth (2012a) präsentierte semiotische Stufen-Typensystem, das im Gegensatz zu den Semiotiken von Menne und von Klaus ein verdoppeltes System von Isomorphismen darstellt, in dem die Transitionen zwischen Zeichen und Objekt formal durch die Realitätsthematiken und inhaltlich-ontologisch durch die aus ihnen rekonstruierbaren thematisierten strukturellen Realitäten bewerkstelligt werden:

Objekttypen	Rth	Them(Rth)	Haupteinteilungen
Qualitäten	Rth(1.1 1.2 1.3)	M-them. M	Modus der Erfassung des Zeichens selbst
↓			
Zustände	Rth(2.1 1.2 1.3)	M-them. O	Präsentationsmodus des unmittelbaren Objekts
↓			
Kausalität	Rth(2.1 2.2 1.3)	O-them. M	Seinsmodus des dynamischen Objekts
↓			
Individuelle Objekte	Rth(2.1 2.2 2.3)	O-them. O	Relation des Zeichens zu seinem dynamischen Objekt
↓			
Allgemeine Objekte	Rth(3.1 1.2 1.3)	M-them. I	Präsentationsmodus des unmittelbaren Interpretanten
↓			
Objektfamilien	Rth(3.1 2.2 1.3)	Zkl = Rth	Seinsmodus des dynamischen Interpretanten
↓			
Gerichtete Objekte	Rth(3.1 2.2 2.3)	O-them. I	Relation des Zeichens zu seinem dyn. Interpretanten

In der folgenden Tabelle der dyadischen Wahrheitswertfunktoren aus Menne (1991, S. 34 f.) sind die einander isomorphen paarweise markiert:

Nr.	Wahrheitswerte	Zeichen	Name	sprachliche Deutung
3.401	W F F F	\wedge	Konjunktork	stets beides und
3.402	F W F F	\succ	Postsektor	das eine ohne das andere und nicht
3.403	F F W F	\prec	Präsektor	das andere ohne das eine nicht aber
3.404	F F F W	$\not\wedge$	Rejektork	beides nicht keines
3.405	W W W F	\vee	Disjunktork	mindestens eines oder auch
3.406	W W F W	\leftarrow	Replikator	das andere nicht ohne das eine nur dann, wenn - so
3.407	W F W W	\rightarrow	Implikator	das eine nicht ohne das andere stets dann, wenn - so
3.408	F W W W	\mid	Exklusork	höchstens eines oder

3.409	W F F W	↔	Äquivalentor	beides oder keines genau dann, wenn - so
3.410	F W W F	↗	Kontravalentor	genau eins von beiden entweder - oder
3.411	W W F F	┘	Präpensor	jedenfalls das eine jedenfalls - einerlei ob
3.412	F F W W	┙	Pränonpensor	keinesfalls das eine keinesfalls - einerlei ob
3.413	W F W F	└	Postpensor	jedenfalls das andere einerlei ob - jedenfalls
3.414	F W F W	┐	Postnonpensor	keinesfalls das andere einerlei ob - keinesfalls
3.415	W W W W	⊤	Tautologator	alles in jedem Falle, ob oder nicht
3.416	F F F F	⊥	Antilogator	nichts in keinem Falle, ob - oder nicht

Wie bereits in Toth (2012b) gezeigt worden war, entspricht jedes der 8 isomorphen Paare logischer Operationen einer semiotisch-semiosischen Operation.

Literatur

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten.
Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Panizza, Oskar, Das Liebeskonzil und andere Schriften. Neuwied 1964

Toth, Alfred, Objekttypen und trichotomische Modi. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Formen der Semiose. In: Electronic Journal for Mathematical
Semiotics, 2012b

Bivalenz und Tetravalenz

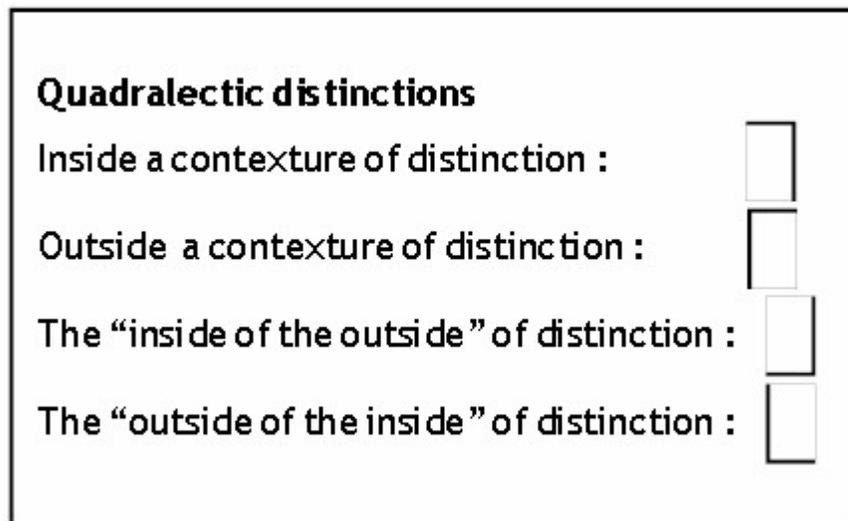
1. Wie zuletzt in Toth (2012a, b) gezeigt, weisen die logischen Semiotiken von Albert Menne (Menne 1992, S. 39 ff.) und von Georg Klaus (1965, 1973) als zentrale Gemeinsamkeit auf, daß sie auf einem Axiom der Isomorphie von Zeichen und Objekt bzw. von Signifikanten- und Signifikatsseite des Zeichens basieren, das eine direkte Konsequenz der zweiwertigen Logik darstellt. In einer solchen Semiotik fallen Abstraktionsklassenbildung und Superisation zusammen (vgl. Toth 2012c), d.h. der Weg vom konkreten zum abstrakten Zeichen und weiter zu einer theoretisch unendlichen Hierarchie von Superzeichen geschieht durch "kulminierte" iterative Mengenbildung. Wegen des Isomorphieaxioms können sowohl die Menne- als auch die Klaus-Semiotik als verdoppeltes von Neumann-Universums dargestellt werden (vgl. Toth 2012d), deren Strukturschema wie folgt aussieht

$$\begin{array}{lcl} x & \cong & y \\ \{x\} & \cong & \{y\} \\ \{\{x\}\} & \cong & \{\{y\}\} \\ \{\{\{x\}\}\} & \cong & \{\{\{y\}\}\} \\ \{\{\{\{x\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{y\}\}\}\} \\ \{\{\{\{\{x\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{y\}\}\}\}\} \\ \{\{\{\{\{\{x\}\}\}\}\}\} & \cong & \{\{\{\{\{\{y\}\}\}\}\}\} \\ \vdots & & \vdots \end{array}$$

Das weder von Menne noch von Klaus je auch nur erwähnte, geschweige denn besprochene Problem besteht jedoch darin, daß in der Semiotik nach Saussure Signifikant und Signifikat bekanntlich so zusammenhängen wie Recto- und Versoseite eines Blattes Papier. Falls dies korrekt, muß wegen des Isomorphieaxioms ein solcher Zusammenhang auch zwischen Zeichen und Objekt in der Logik existieren. Wegen des Tertium non Datur-Axioms definiert eine zweiwertige Kontextur einen ontologischen Ort, der in dieser Zweiwertigkeit absolut und vollständig determiniert ist, d.h. Zeichen und Objekt

hängen tatsächlich bis auf Isomorphie so zusammen, wie es Signifikant und Signifikat tun.

2. Die isomorphe "Parallelisierung" von Objekt und Zeichen sowie von Signifikat und Signifikant wird somit durch die Ontologie gestützt, deren zweiwertige Interpretation besagt, daß ein Etwas entweder existiert oder nicht existiert, d.h. daß es nur Sein oder Nichts gibt. Allerdings wird die Parallelisierung nicht durch die Epistemologie gestützt, denn in der zweiwertigen Logik und ihrer korrespondierenden Ontologie gibt es keine Möglichkeit, neben den "reinen" Kategorien von Subjekt und Objekt die "gemischten" oder besser: vermittelnden Kategorien des subjektives Objekts und des objektiven Subjekts zu designieren bzw. zu thematisieren. wie Kaehr (2011) gezeigt hat, somit somit bivalente Semiotiken und Logiken auch systemtheoretisch defizient:



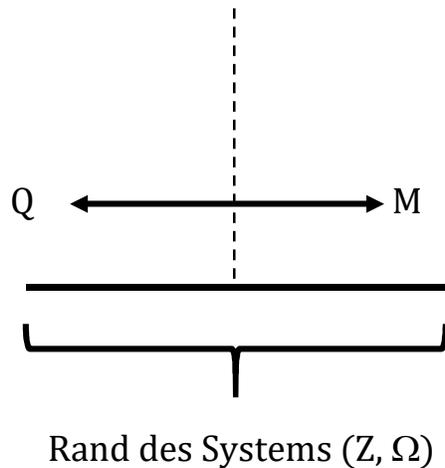
In Toth (2011a) hatte ich deshalb eine tetravalente Semiotik folgendermaßen systemtheoretisch definiert:

Mittelbezug (M):	$[A \rightarrow I] := I$
Objektbezug (O):	$[[A \rightarrow I] \rightarrow A := A$
Interpretantenbezug (J):	$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I := I(A)$
Qualität (Q)	$[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A] := A(I).$

Wie man aus der Konversionsbeziehung zwischen der ersten und der letzten Definition erkennt, gilt also

Mittelbezug (M): $[A \rightarrow I] := I$
 Qualität (Q) $[A \rightarrow I]^\circ = [I \rightarrow A] := A(I),$

d.h. es ist $M^\circ = Q$ und $Q^\circ = M$. Das bedeutet aber, daß der tetravalenten Semiotik ein Systemmodell zugrunde liegt, das man wie folgt schematisieren könnte:



Der Rand des Systems partizipiert somit sowohl am "semiotischen Raum" als auch am "ontischen Raum" (vgl. dazu Bense 1975, S. 65 f.), d.h. Q und M stehen in einer PARTIZIPATIVEN AUSTAUSCHRELATION, und der Übergang vom semiotischen zum ontischen Raum erfolgt durch einen chiasmatischen Austausch der Systemkategorien A und I:

3.heit $[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$
 2.heit $[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$
 1.heit $[A \rightarrow I]$
 $\quad \quad \quad \times$
 0.heit $[I \rightarrow A],$

d.h. dieser fällt unter die von Günther (1971) entdeckte Proemialrelation und führt somit unter die Ebene der (zweiwertigen) Logik.

3. Wie man leicht einsieht, ergibt sich auf dieser sowohl unter der Logik als auch unterhalb der auf dieser basierenden Semiotik liegenden Ebene nicht nur ein System von zwei, sondern von $(16-4 =)$ 12 erkenntnistheoretischen Vermittlungsrelationen

	L	J	Γ	⌈
L	LL	LJ	LΓ	L⌈
J	JL	JJ	JΓ	J⌈
Γ	ΓL	ΓJ	ΓΓ	Γ⌈
⌈	⌈L	⌈J	⌈Γ	⌈⌈.

Definieren wir wie in Toth (2011b)

$$\omega := (A \rightarrow I)$$

$$[\omega, 1] := ((A \rightarrow I) \rightarrow A)$$

$$[[\omega, 1], 1] := (((A \rightarrow I) \rightarrow A) \rightarrow I),$$

so haben wir die ja wegen der der tetravalenten Semiotik zugrunde liegenden Systemdefinition vorhandene Parallelisierung von Zeichen und Objekt insofern "gerettet", als wir nur von einer einzigen Abbildung ω , allerdings in drei verschiedenen Einbettungsstufen, ausgehen, die man genauso gut durch $[\omega]$, $[[\omega]]$, $[[[\omega]]]$, also wie in den kumulativen Mengenhierarchien von Menne und von Klaus, bezeichnen könnte. Versuchen wir nun also, noch abstrakter zu sein und den Systembegriff selbst als Spezialfall einer beliebigen Dichotomie D zu definieren. Sei

$$D := [a, b]$$

eine beliebige Dichotomie und

$$1 := a(b) = b \rightarrow a$$

eine beliebige Abbildung der Glieder von D . Ferner bedeute „1“, daß diese Abbildung eine „Oberflächenabbildung“ sei, d.h. daß die Einbettungsstufe 0 vorliege:

$$1 = [1_0] := 1_0.$$

Damit können wir das obige systemtheoretische semiotische Minimalsystem wie folgt notieren

$$\omega = 1$$

$$[\omega, 1] = 1_{-1}$$

$$[[\omega, 1], 1] = 1_{-2},$$

d.h. wir können hiermit nicht nur die Semiotik auf die Systemtheorie zurückführen, sondern die letztere durch das Paar

$$RE = \langle 1, n \rangle,$$

bestehend aus einer Abbildung 1 und einem n-stufigen Einbettungsoperator $n]$ definieren und nennen dieses Paar RE eine relationale Einbettungszahl. Wir erhalten dann z.B. für die Bensesche Zeichenklasse des vollständigen Mittelbezugs, d.h. für das Klaussche Zeichenexemplar und für das Mennesche Lalem:

$$Zkl = \{3.1, 2.1 \ 1.1\} =$$

$$S_1 = ((((\omega, 1), 2), \omega) ((\omega, 1), \omega) (\omega, \omega)) =$$

$$*S_1 = \{\{\{\{\omega\}\}\}, \{\{\omega\}\}, \{\omega\}\}$$

$$RE \quad [[1_{-3}, 1], [1_{-2}, 1], [1, 1]].$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Cognition and Volition (1971). In: 1971 Fall Conference of the American Society for Cybernetics. Washington, D.C. 1972, S. 119-135

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf>

Klaus, Georg, Spezielle Erkenntnistheorie. Berlin 1965

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Menne-Semiotik, I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Stufen und Typen in der logischen Semiotik von Georg Klaus, I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Semiotische System- und Superisationshierarchien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Isomorphe logisch-semiotische Operationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Zwei mögliche Basisrelationen für die Semiotik

1. Reduziert man die Semiotik auf die Systemtheorie, so kann man gemäß Toth (2012a) dies auf zwei mögliche Weisen tun

$$\begin{array}{l} \nearrow \quad S = [\omega, z] \\ S = [A, I] \\ \searrow \quad S = [\omega_1, \omega_2]. \end{array}$$

Im ersten Fall erhält man also eine noch abstraktere Zeichentheorie und im zweiten Fall eine zu ihr isomorphe Objekttheorie. Wesentlich an dieser systemtheoretischen Reduktion sind folgende Punkte:

1.1. Das System ist die wohl abstrakteste Dichotomie, die es gibt, denn jedes Objekt hat relativ zu ihm eine Umgebung, d.h. die Anwendung der Distinktion von Außen und Innen ist universal.

1.2. Zwischen den Gliedern der Dichotomien wird die Kontexturgrenze aufgehoben und durch mengentheoretische Inklusion ersetzt, da die Glieder der systemischen Dichotomien ja austauschbar sind, da die Beobachterperspektive entscheidet, was jeweils Außen und was Innen ist. Dadurch ist man nicht länger an das Tertium non datur-Gesetz der aristotelischen Logik gebunden, denn jede systemische Dichotomie kann durch Einführung eines (allenfalls leeren) "Randes" in eine Trichotomie, oder durch maximal (n-1) Ränder in eine n-tomie verwandelt werden. Die Einführung systemtheoretischer Ränder stellt somit eine dritte Möglichkeit der Erweiterung der klassischen Logik dar - neben der Annahme von Zwischenwerten in der Wahrscheinlichkeitslogik sowie einem durch Rejektionsfunktionen ermöglichten Verbundsystems zweiwertiger Logiken in der Polykontextualitätstheorie.²

2. Für den obigen ersten Fall, d.h. $S = [\omega, z]$, haben wir somit

$$[\omega \parallel z] \rightarrow \{[\omega \subset z], [\omega \supset z], [\omega = z]\}$$

² Klaus (1961, S. 85) unterstellt Günther (in dessen Buch "Das Bewußtsein der Maschinen") höchst interessanterweise eine "Neukonstruktion eines theologisch orientierten metaphysischen Systems".

und wegen

$$z = (m, o, i)$$

$$[m \perp\!\!\!\perp o \perp\!\!\!\perp i] \rightarrow \{[m \subset o \subset i], [m \subset i \subset o], [o \subset m \subset i], [o \subset i \subset m], [i \subset m \subset o], [i \subset o \subset m]\},$$

d.h. wir bekommen mengentheoretische Strukturen wie z.B. $[m \subset o \subset i]$, $[m \supset o \supset i]$, $[m \supset o \subset i]$, usw. Z.B. ist der formale Ausdruck für das von Bense (1973, S. 70 f.) als "triadisches Objekt" definierte qualitative Mittel m , d.h. dem ontischen Korrelat des semiotischen Mittelbezugs

$$m = [m = o = i].$$

Entsprechend können wir dann das Objekt durch

$$o = [m \subset o \supset i]$$

und die Objektfamilie durch

$$i = [m \subset o \subset i].$$

Wir haben somit alle drei ontischen Kategorien durch semiotische ersetzt. Bevor wir diese Beziehungen benutzen, können wir die bereits in Toth (2008) eingeführten zwei Haupttypen semiotischer Objekte, das Zeichenobjekt z_o und das Objektzeichen z_i , wie folgt neu definieren:

$$z_o = [[m, m], [o, o], [i, i]]$$

$$z_i = [[[m, m], [o, o], [i, i]].$$

Wegen der drei obigen ontisch-semiotischen Beziehungen, welche die bereits in früheren Arbeiten erwähnten "partizipativen" Relationen im Rand zwischen Zeichen und Objekt formalisieren, haben wir nun neu die Wahl, semiotische Objekte sowie allgemein gerichtete Objekte (vgl. Toth 2012b) entweder rein ontisch oder rein semiotisch zu definieren:

$$z_o = [[m, m], [o, o], [i, i]] = [[m = o = i], [m \subset o \supset i], [m \subset o \subset i]]$$

$$z_i = [[[m, m], [o, o], [i, i]] = [[m \subset o \subset i], [m \subset o \supset i], [m = o = i]],$$

d.h. es kommt nun sehr schön zum Ausdruck, daß

$ZO \times OZ$

gilt. Da also jedes semiotische Objekt sowohl die vollständige Information für das Objekt als auch für das Zeichen besitzt, kann man in einem letzten Schritt das semiotische Objekt als Basisrelation nehmen und also das Zeichen als aus ihm abgeleitete, sekundäre Relation. Dasselbe gilt natürlich für das Objekt. Wir haben dann also statt

$Z \cup O \rightarrow SO \rightarrow ZO \times OZ$

nunmehr die Ableitungskette

$SO \rightarrow ZO \times OZ \rightarrow Z.$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Klaus, Georg, Kybernetik in philosophischer Sicht. Berlin 1961

Toth, Alfred, Objektzeichen und Zeichenobjekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Typen gerichteter Objekte I-XXII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Systemische Perspektivität und Kontextualität

1. Bezeichne

$$A = [b, c]$$

ein Ganzes, dessen zwei Teile durch eine Grenze voneinander geschieden sind. Wenn eine Weide z.B. durch ein Gatter in zwei Teile geteilt ist, kann ich problemlos durch das Gatter von einer Weide in die andere und wieder zurück schreiten, und es ändert sich weder an mir, noch dem Gatter, noch an den beiden Teilen der Dichotomie auch nur das Geringste. Andererseits kann ich die Grenze vom Leben zum Tod nicht in beiden Richtungen, d.h. vorwärts und rückwärts, überschreiten. Überschreite ich sie, dann ändert das zwar nichts an der Grenze sowie an den Seiten, aber an mir. Dichotomien zerfallen somit in kontextuelle und in nicht-kontextuelle Grenzen. Die letzteren sind reversibel, die ersteren sind nicht-reversibel. Beispiele für kontextuelle Grenzen sind etwa [Leben/Tod], [Tag/Nacht], [Zeichen/Objekt]. Es gilt somit

$$A_{\text{kont}} = ([b, c] \neq [c, b])$$

$$A_{\text{nkont}} = ([b, c] = [c, b]).$$

2. Aus diesen informellen Überlegungen lernen wir zuerst, daß Dichotomien Relationen sind, welche nicht nur zwei Seiten oder Teile eines Ganzen, sondern auch die Grenze zwischen ihnen involvieren. Ferner wird als Drittes Glied ein Subjekt vorausgesetzt, denn die Zusammenfassung z.B. von Leben und Tod zu einem Dritten, d.h. dem Ausdruck [Leben/Tod], also dem Ganzen in der Form seiner Geschiedenheit in zwei (dichotomische) Teile, gibt es nur für ein Subjekt, nicht für die Objekte, d.h. für die beiden Teile sowie die Grenze zwischen ihnen. Dafür spricht z.B. auch, daß diese Zusammenfassungen (und nicht Kollektionen oder Mengen!) von zwei dichotomischen Teilen zu einem Ganzen keine Namen in den Sprachen tragen. Das Leben ist dem Tod entgegengesetzt, also hat die Sprache, die hierin dem logischen Tertium non datur-Gesetz folgt, auch keine Bezeichnung für die Vereinigung der beiden Teile. Dasselbe gilt für nicht-kontextuelle Dichotomien: die beiden abgeteilten Teile einer Weide sind beides "Weiden". Spezifizierungen treten in diesem Falle erst sekundär auf, z.B.

"Pauls Weide" versus "Hans Weide", oder etwa in Orts- und Flurnamen (vgl. Toth 2012a).

2. Die Grenzen zwischen den Teilen von (kontextuellen und nicht-kontextuellen) Dichotomien stellen vom systemtheoretischen Standpunkt aus Ränder dar. Genau genommen sind es sogar erst diese Ränder, welche es ermöglichen, ein Ganzes in zwei dichotomische Teile zu teilen. Grenzen bilden somit sowohl in kontextuellen als auch im nicht-kontextuellen Falle die Angel- oder Drehpunkte (franz. pivots), welche überhaupt erst die Idee einer Reversion, d.h. einer Umkehrung der beiden Seiten einer Dichotomie, $A = [b, c]$ und $A^{-1} = [c, b]$, in einem Subjekt aufkommen lassen. Wir können somit sagen: Gäbe es im Subjekt nicht die Idee einer Zusammenfassung von gegensätzlichen Gliedern zu einem Ganzen, welche die ideelle Abbildung eines weder in der materialen Welt noch in der sie spiegelnden logischen Beschreibung existierenden Objektes (Sachverhaltes) ist und also im Grunde unserem ganzen, auf der zweiwertigen aristotelischen Logik gründenden Denken radikal zuwiderläuft, könnten auch Vorstellungen wie die Wiederkehr vom Tode oder der Austausch von Zeichen und Objekt (Dorian Gray!) gar nicht erst aufkommen.

3. Die Annahme von Rändern in Systemen bedingt somit die Erweiterung der elementaren Systemdefinition (vgl. Toth 2012b-d)

$$S = [S, U]$$

zu

$$S^* = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$$

mit $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ oder $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$, d.h. es liegt eine Selbstabbildung des Systems auf sich selbst vor, die natürlich der zweiwertigen Logik ebenso widerspricht wie die oben behandelte Zusammenfassung oder Vereinigung der beiden Seiten einer Dichotomie zu einem Ganzen. Kraft der Pivot-Funktion von Rändern sind nun also die beiden Seiten austauschbar

$$S \rightleftharpoons U,$$

und diese Austauschbarkeit ist also die Voraussetzung für eine mögliche Reversibilität der beiden Wege

$S \rightarrow U$

$S \leftarrow U.$

Das bedeutet aber, daß wir es bei Systemen mit Rändern nicht mit einer für kontextuelle Dichotomien üblichen Ordnungrelation zu tun haben, sondern mit einer Austauschrelation. Mit anderen Worten: Durch Reduktion auf den Systembegriff mit Rändern haben wir nun eine einheitliche Definition sowohl für nicht-kontextuelle als auch für kontextuelle Dichotomien erreicht. Oder noch deutlicher gesagt: Reduziert man kontextuelle Dichotomien auf ihre systemischen Grundlagen, so werden auch sie – wie es die nicht-kontextuellen schon immer waren – reversibel.

4. Den Austauschrelationen bei Systemen stehen somit die Ordnungsrelationen entgegen, wie sie natürlich weiterhin auf den Ebenen anzutreffen sind, die "höher" als ihre systemischen Basisrelationen liegen, also z.B. die Ordnungsrelation zwischen Zeichen und Objekt

$\exists \parallel \varnothing,$

denn zwar hängt das, was in einem System S^* Außen und das was Innen ist, von der Perspektive des Beobachters ab, nicht aber das, was in einer logischen Dichotomie Zeichen bzw. Subjekt und was Objekt ist. Wären Subjekt und Objekt ebenso perspektivisch-austauschbar und nicht dichotomisch-kontextual geschieden wie Außen und Innen, dann würde in letzter Konsequenz der Zeichenbegriff sich auflösen, da Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar wären. Somit gilt für Systeme

$S_1 = [A, [I]]$

$S_2 = [I, [A]]$

mit $S^* = [S_1 \cup S_2].$

Für logische Dichotomien jedoch gilt

$S_1 = [\varnothing \parallel \exists]$

$S_2 = [\exists \parallel \varnothing]$

mit $S^* \neq [S_1 \cup S_2].$

Vielmehr können sowohl Objekte als auch Zeichen in Systemen enthalten sein, d.h. es gibt die je zwei Möglichkeiten

$$x \in [A, [I]]$$

$$x \in [I, [A]].$$

Wegen $S^* = [S_1 \cup S_2]$ gilt dann natürlich auch

$$x \in S^*.$$

Das bedeutet aber, daß jedes $x \in \{0, 3\}$ zunächst unabhängig von der Perspektivität eines Systems ist (das seinerzeit aber wohl abhängig von der Beobachterperspektive ist). Noch prägnanter gesagt: sowohl ein Objekt als auch ein Zeichen verändern sich nicht, ob sie S_1 oder S_2 angehören, denn es kümmert sie die Relativität des Außen und Innen von Systemen keineswegs. Andererseits aber treten sie sekundär sowohl mit den Systemen oder Teilsystemen, in denen sie liegen, bzw. mit anderen Objekten und Zeichen, die in den gleichen Teilsystemen liegen, im Sinne gerichteter Objekte in n -tupel-Relationen. Man könnte somit sagen, daß nicht nur Zeichen – wie bereits Bense festgestellt hatte –, sondern auch Objekte als "Raumstörungen" wirken, insofern sie die Systeme bzw. Teilsysteme, denen sie angehören, in Paare von Teilsystemen partitionieren, welche der nächst tieferen Einbettungsstufe angehören. Es gilt somit für jedes $x \in \{0, 3\}$ und jede Einbettungsstufe n

$$x \in S_n \rightarrow S_n = [S_{n-1}^1 \cup S_{n-1}^2].$$

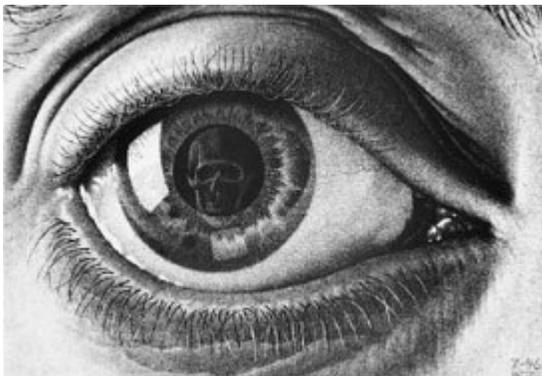
Stelle ich z.B. einen Kasten in ein leeres Zimmer, dann teilt dieser Kasten das zuvor leere Zimmer nunmehr in ein Teilsystem ausserhalb des Kastens, in ein Teilsystem innerhalb dieses Kastens sowie in einen Rand zwischen dem durch den Kasten "ausgeschnittenen" Teilsystem sowie dem Teilsystem des "Rest-Zimmers".

5. Das Wesentlichste, was wir aus diesen Ausführungen zu behalten haben, ist, daß wir auch bei Systemen immer zwischen Perspektivität und Kontextualität zu unterscheiden haben. Zwar sind die beiden Seiten eines Systems immer von der Beobachterperspektive abhängig und daher perspektivisch austauschbar, d.h. die Relation zwischen Außen und Innen ist eine Austauschrelation, aber Systeme können Objekte enthalten, welche diese Systeme in Teilsysteme

partitionieren, und für diese Objekte gilt im Gegensatz zu den Systemen, in die sie eingebettet sind, daß sie kontextuell in Objekte und Zeichen geschieden sind, d.h. daß ihre beiden Teile bzw. ontischen und semiotischen "Aspekte" nicht in einer Austausch-, sondern in einer Ordnungsrelation zueinander stehen. Nun gibt es wohl kaum bessere Beispiele zur Illustration dieser bisher konstant übersehenen radikalen Differenz zwischen systemischer Perspektivität und Kontextualität als in den Werken M.C. Eschers. Ich bespreche im folgenden einige von Eschers Grafiken, in denen ganz bewußt die Relationen zwischen den beiden Relationen vertauscht sind. Es handelt sich somit nach den obigen Ausführungen um vier mögliche Relationen über Relationen:

- | | |
|--|--|
| 1. $R([A, [I]], [\beta \parallel \alpha])$ | 3. $R([I, [A]], [\beta \parallel \alpha])$ |
| 2. $R([A, [I]], [\alpha \parallel \beta])$ | 4. $R([I, [A]], [\alpha \parallel \beta])$. |

5.1. "Auge" (1946)



Dieses Bild wäre trivial, würde man annehmen, daß vor dem Subjekt, dessen Auge wir sehen, tatsächlich ein Totengerippe (der Tod) stünde. Nicht-trivial wird es erst dann, wenn wir uns vorstellen, daß das Subjekt vor einem Spiegel steht und also seinen eigenen Zustand nach dem Überschreiten der kontextuellen Grenze in der Dichotomie [Leben/Tod] im Spiegel sieht. Daraus folgte also, daß sich ein lebendes Subjekt als totes erblickt. Nach unseren Ausführungen dürfte ohne weiteres klar sein, daß es sich bei Eschers "Auge" nicht nur um das Vor und das Hinter eines Spiegels bzw. das Außen und das Innen des entsprechenden Systems handelt, sondern um die auf der Basis des logischen Tertium-Gesetzes unerlaubte Vertauschung der Glieder kontextueller Systeme.

5.2. "Stilleben mit Spiegel" (1934) und "Stilleben und Straße" (1937)



Kerze, Glas und weitere Utensilien auf dem linken und Tabakpfeife usw. auf dem rechten Bild suggerieren dem Beobachter, daß in den in den Bildern vorliegenden (und durch sie dargestellten) Systemen von Innen nach Außen geblickt wird. Da Spiegel aber nur vor und nicht hinter ihnen stehende Objekte reflektieren, entsteht im Bild links ein Paradox von Außen und Innen, d.h. wir finden ein und dasselbe System, welches gleichzeitig die beiden perspektivischen Ordnungen $R[A, [I]]$ und $R[I, [A]]$ aufweist. Auch wenn im Bild rechts kein Spiegel spiegelt, so liegt hier trotzdem das gleiche systemische Paradox vor, denn die im Vordergrund stehenden Objekte suggerieren die Identifikation dieses Vordergrundes als Innen, dessen Fortsetzung aber klarerweise (durch Straße und Häuser) als Außen suggeriert wird. Das wesentliche Moment ist in diesem Fall also das Fehlen eines Randes zwischen dem Innen mit der Tabakpfeife und dem Außen mit den Straßen. Wie wir oben ausgeführt hatten, setzt jedoch die Perspektivität von Systemen die Existenz von Rändern als Pivots voraus.

5.3. "Zeichnen" (1948) und "Reptilien" (1943)



Nach unseren Ausführungen können wir uns hier besonders kurz fassen: Beide Graphiken haben gemein, daß sie deviante Kombinationen bzw. Transformationen von Objekten und diese bezeichnenden Zeichen aufweisen. Das bedeutet natürlich nichts anderes als die Suspendierung der kontextuellen Grenzen zwischen Objekten und Zeichen. D.h., deren Ordnungsrelation, die an sich durch das logische Tertium-Gesetz geschützt ist, ist durch eine Autauschrelation ersetzt, m.a.W. Objekte und ihre Zeichen werden wie Systeme behandelt.

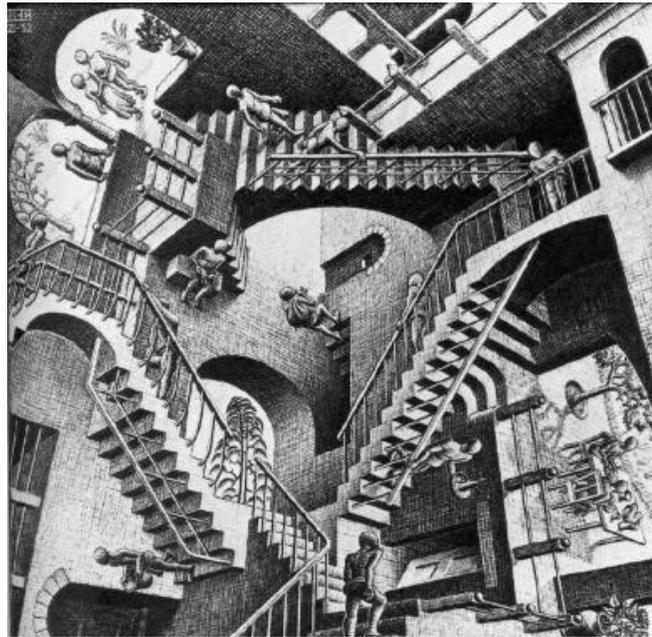
5.4. Bildgalerie (1956)

Ein Mann steht vor einem Bild, auf dem u.a. ein Haus ist, in dem sich eine Bildergalerie befindet, die eine Wandelhalle hat, in welcher Bilder ausgestellt sind. Soweit ist noch alles in Ordnung. Allerdings sieht der das Bild betrachtende Mann sich selbst in diesem Haus, und zwar gleichzeitig oben aus dem Fenster schauend und unten in der Wandelhalle das Bild betrachtend, das der Mann indessen ja gerade betrachtet. Obendrein befindet sich offenbar der Mann, da er das Bild betrachtet, innerhalb der Bildergalerie. Es geht hier m.E. in erster Linie weder um das Spiel mit Droste-Effekten noch mit Riemannschen Räumen (der "Fleck in der Bildmitte, darin Escher sein Signet anbrachte, weist klar darauf hin, daß Escher hier mit den letzteren experimentiert), sondern es handelt sich primär um die Verwechslung 1. von Zeichen und Objekten 2. von Einbettungsgraden von Teilsystemen von Systemen.



Zur Verwechslung von Zeichen und Objekten ist zu sagen, daß sie nach dem oben Gesagten nicht austauschbar sind, d.h., da Zeichen und ihre bezeichneten Objekte kontexturell geschieden sind, ist auf dem Boden der zweiwertigen Logik immer in eindeutiger Weise aussagbar, was Zeichen und was Objekt ist. Dieses Axiom ist aber in Eschers "Bildgalerie" aufgehoben, und zwar in der Form einer widersprüchlichen Darstellung der Galerie sowie ihrem Bild. Was die Verwechslung von Einbettungsgraden von Systemen betrifft, so erklärt sich damit der zeitgleiche Aufenthalt des Mannes erstens in der Wandelhalle, zweitens in einem oberen Stockwerk des Hauses, dessen Teilsystem die Wandelhalle darstellt und drittens in dem Bild, das seinerseits ein Teilsystem darstellt, das in das Teilsystem der Wandelhalle des Systems Haus eingebettet ist. Es dürfte sich also sogar so verhalten, daß mit Hilfe der den beiden systemischen Paradoxe die Anomalien der Droste-Effekte und der Riemannschen Fläche erklärt werden können.

5.5. Andere Welt I (1946) und Relativität (1953)



In beiden Fällen handelt es sich um Paradoxien der Perspektivität eines und desselben Systems, das zwar von den sechs Seiten eines Kubus aus betrachtet werden kann, aber natürlich nicht gleichzeitig, wie dies jedoch durch die simultanen Projektionen in beiden Bildern suggeriert wird. Jedes der beiden Systeme zerfällt somit in zwei Maximalsysteme aus je sechs Teilsystemen – den sechs Seiten eines Kubus entsprechend (in dieser Hinsicht bleibt also auch Escher "newtonsch"!)

$$S = [S_1, S_2, S_2, S_2, S_2, S_2],$$

und zwischen je einem Paar von Teilsystemen $[S_i, S_{i+1}]$ muß es einen Rand in Pivot-Funktion geben, d.h.

$$\mathcal{R}[S_i, S_{i+1}],$$

und dieser Rand ist es wiederum, der es überhaupt erlaubt, je zwei orthogonal entgegengesetzte Seiten der Kuben sich als gleichzeitige vorzustellen.

Literatur

Toth, Alfred, Systemtheorie der Stadtzürcher Orts- und Flurnamen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundlegung einer Theorie gerichteter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Theorie gerichteter Objekte I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

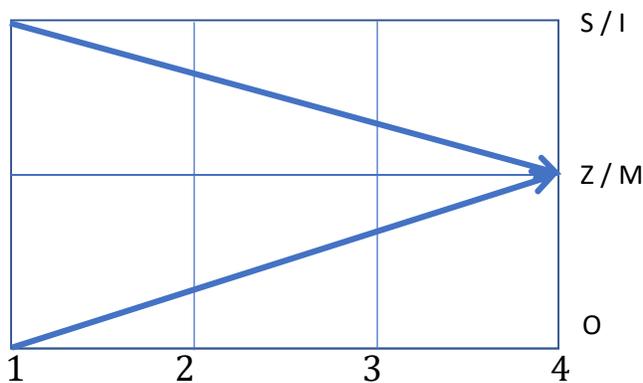
Toth, Alfred, Grundlegung einer operationalen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Das semiotische ambo datur-Axiom

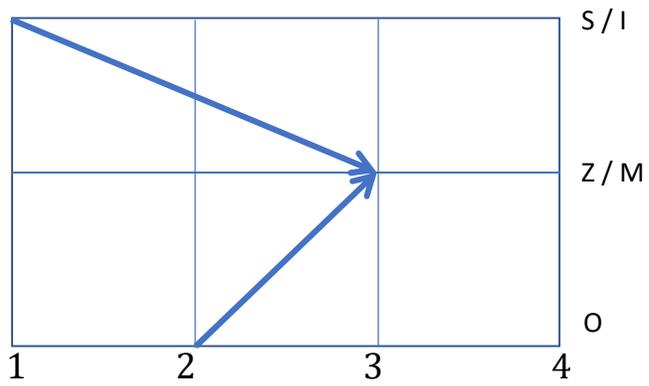
1. Während das logische tertium non datur-Gesetz bekanntlich einen dritten logischen Wert verbietet und daher die logische Zweiwertigkeit der aristotelischen Logik (zusammen mit den beiden anderen "Grundgesetzen des Denkens", den Sätzen bzw. Axiomen der Identität und des Verbotenen Widerspruchs) sanktioniert, zeige ich im folgenden, daß die Semiotik (deren wissenschaftstheoretische Stellung zur Logik ja seit Peirce umstritten ist) ein Axiom kennt, das man als ambo datur-Gesetz bezeichnen könnte. Informell gesprochen, besagt es, daß ein Zeichen bei der Metaobjektivierung (vgl. Bense 1967, S. 9) niemals nur objektale, sondern immer auch subjektale Anteile des "ontischen Raumes" (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) "mitführen" muß. (Zum Begriff der semiotischen Mitführung vgl. Bense 1979, S. 42 ff.). Zum theoretischen Hintergrund vgl. Toth(2012).

2. Schemata der Subjekt-Objekt-Mitführung in den Zeichenklassen/Realitätsthematiken

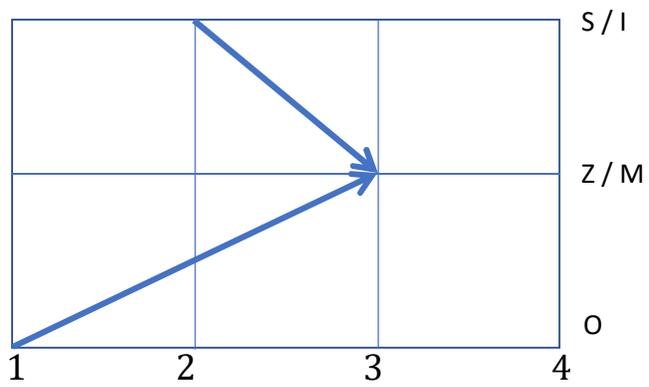
2.1. $Rpw(Z^4, O^1, S^1) = (4, 1, 1)$



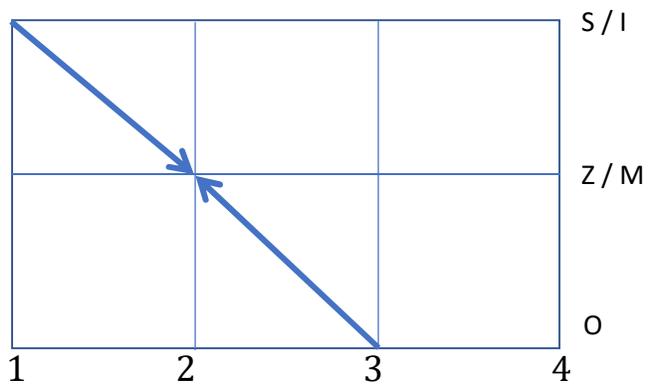
2.2. $\text{Rpw}(\mathbb{Z}^3, \mathcal{O}^2, S^1) = (3, 2, 1)$



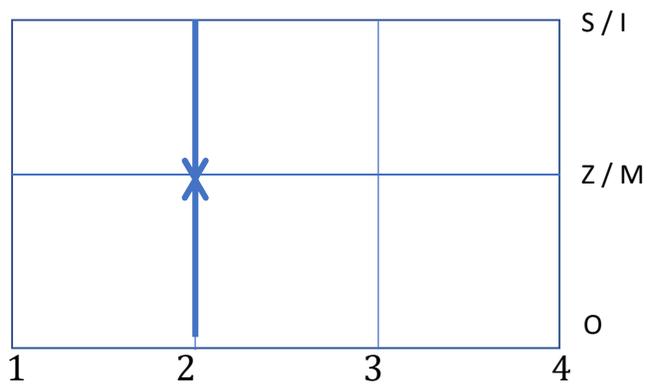
2.3. $\text{Rpw}(\mathbb{Z}^3, \mathcal{O}^1, S^2) = (3, 1, 2)$



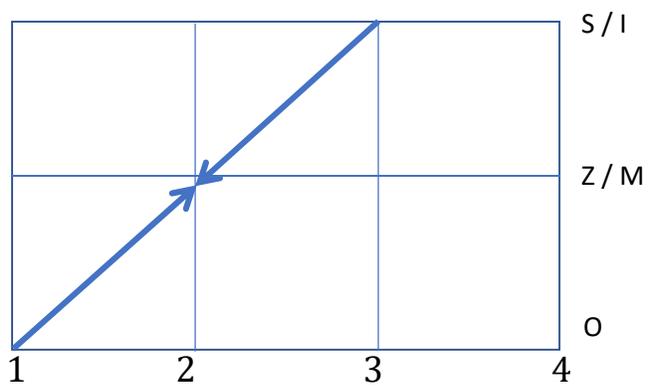
2.4. $\text{Rpw}(\mathbb{Z}^2, \mathcal{O}^3, S^1) = (2, 3, 1)$



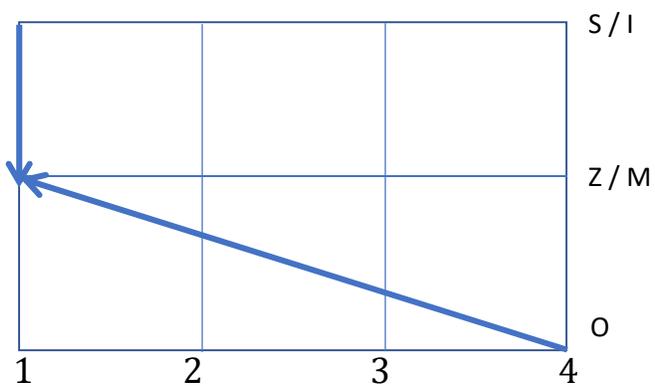
2.5. $\text{Rpw}(Z^2, O^2, S^2) = (2, 2, 2)$



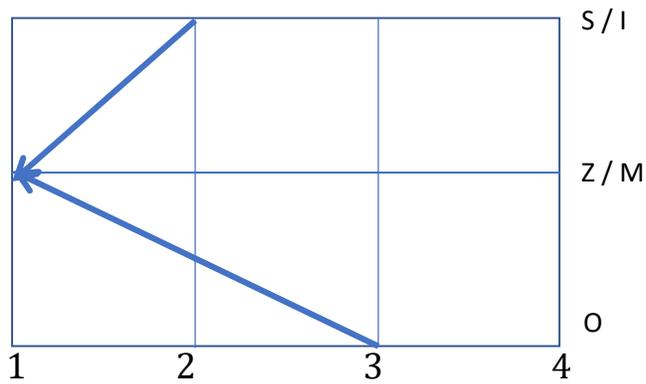
2.6. $\text{Rpw}(Z^2, O^1, S^3) = (2, 1, 3)$



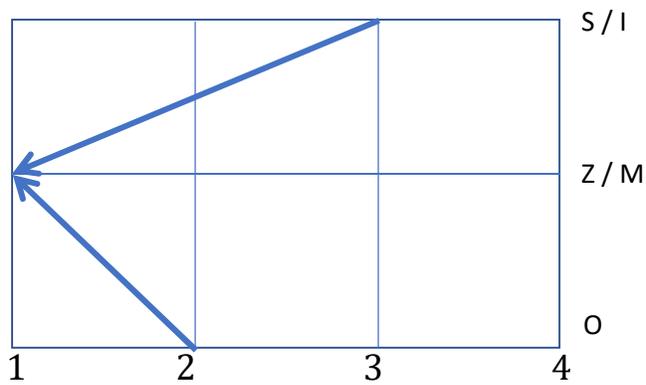
2.7. $\text{Rpw}(Z^1, O^4, S^1) = (1, 4, 1)$



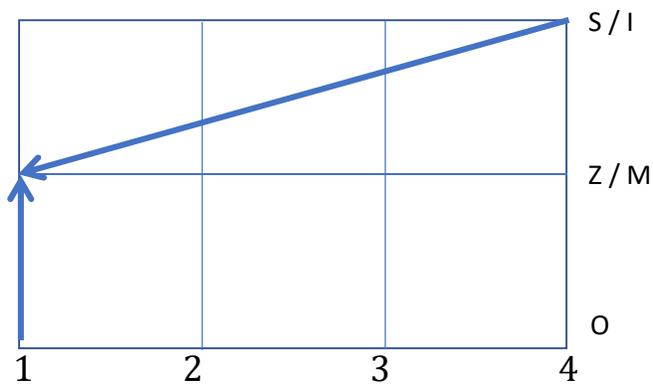
2.8. $\text{Rpw}(Z^1, O^3, S^2) = (1, 3, 2)$



2.9. $\text{Rpw}(Z^1, O^2, S^3) = (1, 2, 3)$



2.10. $\text{Rpw}(Z^1, O^1, S^4) = (1, 1, 4)$



Von einer semiotischen "Homöostase" der Subjekt-Objekt-Mitführung durch das Zeichen kann also nur bei 2.5. $\text{Rpw}(Z^2, O^2, S^2) = (2, 2, 2)$ die Rede sein, d.h. beim Repräsentationsschema der Eigenrealität (vgl. Bense 1992).

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Repräsentationwerte von Zeichenfunktionen und trichotomische Werte von Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Perspektive und Dualität von Subzeichen

1. Zeichen und Objekt als Elemente des bereits von Bense (1975, S. 64 ff.) in einen semiotischen Raum einerseits und einen ontischen Raum andererseits geschiedenen ontologischen und erkenntnistheoretischen Universums bilden eine Instanz der klassischen zweiwertigen logischen Dichotomie von Position und Negation

$$\mathfrak{L} = [p \mid n].$$

Da es kein vermittelndes Drittes gibt (*tertium non datur!*), können die beiden Seiten der Dichotomie jeweils nicht mehr tun, als die jeweils andere Seite zu spiegeln

$$\neg p = n$$

$$\neg n = p$$

und daher

$$\neg \neg p = p$$

$$\neg \neg n = n.$$

Das bedeutet aber, daß zweiwertige Dichotomien perspektivische Relationen sind. (Man könnte genauso gut die aristotelische Logik statt auf der Position auf der Negation aufbauen.)

2. Für die auf der logischen Dichotomie \mathfrak{L} gegründete Dichotomie von Objekt und Zeichen

$$\mathfrak{S} = [\Omega \mid Z]$$

gilt zunächst nach Bense (1979, S. 53 u. 67)

$$Z^3 = (M^1, (O^2, (I^3)))$$

und nach Toth (2012)

$$\Omega^3 = (\mathfrak{M}^3, \mathfrak{O}^3, \mathfrak{S}^3)$$

und somit

$$U(\Omega^3) = Z^3$$

$$U(Z^3) = \Omega^3.$$

Damit bekommen wir

$$U(M^1) = O^2$$

$$U(O^2) = I^3$$

sowie wegen der von Bense (1971, S. 33 ff. u. 81) definierten semiotischen Zyklizität

$$U(I^3) = M^1.$$

Wir haben somit

$$U(\mathfrak{M}^3, \mathfrak{O}^3, \mathfrak{I}^3) = (M^1, (O^2, (I^3))) = (U(I^3), (U(M^1), (U(O^2)))),$$

$$U((M^1, (O^2, (I^3)))) = (\mathfrak{M}^3, \mathfrak{O}^3, \mathfrak{I}^3) = (U(\mathfrak{I}^3), U(\mathfrak{M}^3), U(\mathfrak{O}^3)).$$

3. Gehen wir nun zur sog. kleinen semiotischen Matrix (Bense 1975, S. 35 ff.) über und schreiben das System der $3 \times 3 = 27$ Subzeichen in Form von Umgebungen

$$U(M^1, M^1) = (O^2, O^2) \quad U(O^2, M^1) = (I^3, O^2)$$

$$U(M^1, O^2) = (O^2, I^3) \quad U(O^2, O^2) = (I^3, I^3)$$

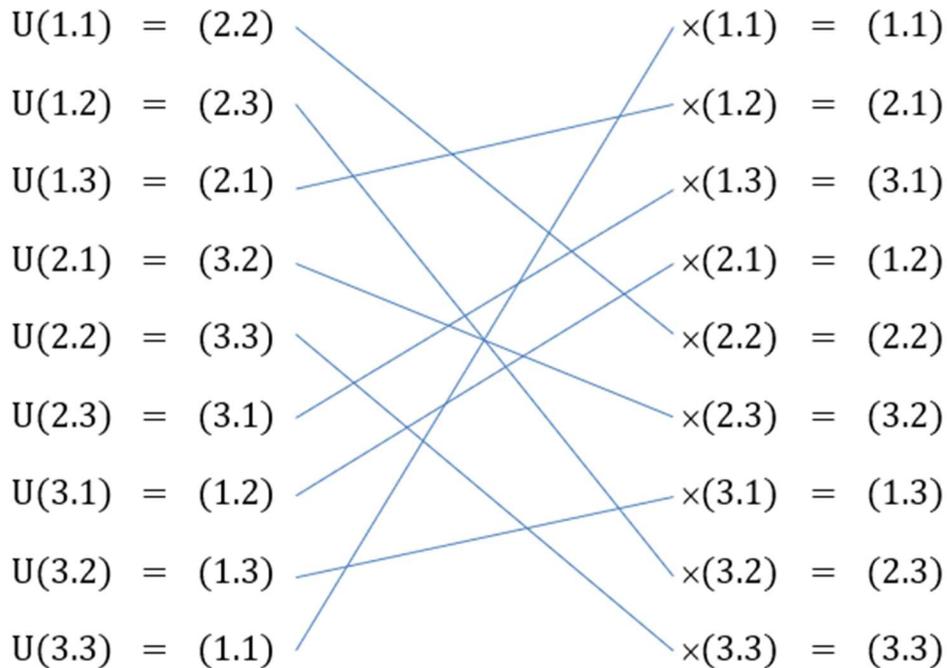
$$U(M^1, I^3) = (O^2, M^1) \quad U(O^2, I^3) = (I^3, M^1)$$

$$U(I^3, M^1) = (M^1, O^2)$$

$$U(I^3, O^2) = (M^1, I^3)$$

$$U(I^3, I^3) = (M^1, M^1)$$

In der von Bense eingeführten numerischen Schreibung der Subzeichen haben wir also folgende perspektivischen Relationen, die wir den dualen Relationen der Subzeichen gegenüberstellen, wie sie in den den Zeichenthematiken korrelierten Realitätsthematiken erscheinen.



Während Dualität bei Subzeichen mit Konversion zusammenfällt, d.h. $\times(a.b) = (b.a)$ gilt, gilt für Umgebungen von Subzeichen die zyklische Transformation

1 → 2

2 → 3

3 → 1.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Metaobjektivation als Vermittlung von objektaler Konkatenation und semiotischer Superposition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Häresien des Dritten

1. Objekte gehören einer Ontologie der Zerstörbarkeit, Subjekte einer Ontologie der Sterblichkeit an, aber Information gehört einer Ontologie des Verschwindens an. Nach Bense (1969) ist Information an die Entität des Zeichens gebunden, so wie Objekte an die Entität des Atoms und Subjekte an die Entität des Gens gebunden sind.

Objekt: Atom Zerstörung

Subjekt: Gen Sterben

Information: Zeichen Verschwinden.

Nun hat aber die 2-wertige aristotelische Logik gar keinen Platz für eine vermittelnde, dritte Kategorie, eine solche wird vielmehr durch den Satz des Tertium non datur explizit ausgeschlossen. Daraus folgt, daß nur zwischen Objekt und Subjekt, nicht aber zwischen Objekt und Zeichen sowie zwischen Subjekt und Zeichen eine Kontexturgrenze im Sinne Günthers (vgl. Günther 1976-80) verläuft

[Objekt || Subjekt]

[Objekt ≠ Zeichen]

[Subjekt ≠ Zeichen].

Nach Bense überbrückt das Zeichen "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" (1975, S. 16), somit ist aber das Zeichen weder Fisch noch Vogel, d.h. eine Erscheinung, die es im Wirkungsbereich der aristotelischen Logik gar nicht geben kann.

2. Eine ähnliche, die logische Basis-Dyas zerstörende Trias finden wir in der Bibel. Obwohl es am Anfang der Schöpfungsgeschichte heißt

[Gen](#)
[1,1](#)

Im Anfang schuf Gott Himmel und Erde;

kommt später die Hölle als dritte Kategorie dazu. Wir haben also wieder drei Dichotomien, nur ist im Gegensatz zu den drei logischen Dichotomien unklar,

welche als Basisdichotomien aufzufassen sind, d.h. zwischen welchen Kontexturgrenzen verlaufen und zwischen welchen nicht. Wenigstens nach der Auffassung des Neuen Testamentes haben wir

[Hölle || Himmel]

[Erde † Hölle]

[Erde † Himmel].

Nehmen wir nun aber die logischen Dichotomien dazu, so stellen wir fest: Da Subjekte der Ontologie der Sterblichkeit angehören, gibt es sie nur im Kontexturbereich der Erde, d.h. aber: der Übergang von Subjekten in den Himmel sowie in die Hölle impliziert automatisch einen Kontexturübergang. Da ferner weder Objekte noch Zeichen in die Hölle bzw. in den Himmel wechseln können, bekommen wir die paradoxe Situation

[Hölle || Himmel] = [Hölle || Himmel]

[Erde † Hölle] = [Erde || Hölle]

[Erde † Himmel] = [Erde || Himmel],

d.h. wir haben hier eine KONTEXTURELLE PARADOXIE (die m.W. bisher nicht entdeckt wurde).

3. Obwohl die (christliche) Hölle natürlich im Alten Testament unbekannt ist, ist das kontexturelle Paradox immerhin nicht unbekannt geblieben.

[Gen 1,2](#) die Erde aber war wüst und wirr, Finsternis lag über der Urflut und Gottes Geist schwebte über dem Wasser.

[Gen 1,3](#) Gott sprach: Es werde Licht. Und es wurde Licht.

[Gen 1,4](#) Gott sah, dass das Licht gut war. Gott schied das Licht von der Finsternis

[Gen 1,5](#) und Gott nannte das Licht Tag und die Finsternis nannte er Nacht.

Das aus der Vereinigung der drei logischen und der drei theologischen Dichotomien entstehende kontextuelle Paradox wird also dadurch aufgelöst, daß das Zeichen, das nach logischer Auffassung das Verbotene Dritte ist, nun zum Basisbegriff erhoben wird, denn Gott erzeugt ja die Objekte durch Zeichen. Da die Tiere wie Objekte behandelt werden, kommt die Schöpfung der Subjekte erst mit dem Menschen ins Spiel:

[Gen 1,26](#) Dann sprach Gott: Lasst uns Menschen machen als unser Abbild, uns ähnlich. Sie sollen herrschen über die Fische des Meeres, über die Vögel des Himmels, über das Vieh, über die ganze Erde und über alle Kriechtiere auf dem Land.

[Gen 1,27](#) Gott schuf also den Menschen als sein Abbild; als Abbild Gottes schuf er ihn. Als Mann und Frau schuf er sie.

Das Subjekt ist also eine Kopie dessen, der die Schöpfung vollzieht, d.h. Objekte aus Zeichen schafft, und somit wird das Subjekt mit dem Zeichen identifiziert, um nach der Erhebung des Zeichens zum Basisbegriff nicht wieder in eine verbotene Trias zu verfallen. Wir haben also die neue Basisdichotomie

[(Zeichen = Subjekt) || Objekt].

Unter Berücksichtigung unserer ontologischen Korrespondenztabelle folgt hieraus allerdings nichts weniger als die Suspension des Sterbens, denn durch die Identifizierung von Zeichen und Subjekt wechselt der Mensch aus der Ontologie des Sterbens in die Ontologie des Verschwindens.

4. Damit sind wir an dem für die theologischen Dichotomien zentralen Punkt angelangt: Die Erde als vermittelnder, dritter Raum und Aufenthaltsort für die Subjekte wird zum Transitraum zwischen den beiden, der Basisdichotomie [Hölle, Himmel] entsprechenden Räumen. Es ist somit nur logisch, daß für die Subjekte, die als Zeichen ja Kopien des Schöpfersubjektes sind, der Aufenthalt auf der Erde zu einem Durchgangsstadium depraviert wird, denn die Erde als vermittelnde, dritte Kategorie fällt ja aus dem 2-wertigen logischen Schema heraus und existiert nach aristotelischer Weltauffassung überhaupt nicht.

Diese Idee eines Transit-Korridors (vgl. Toth 2007) finden wir z.B. in Hieronymus Boschs Gemälde "Der Aufstieg ins himmlische Paradies" (ca. 1500)



Illustriert wird sie aber auch durch die in der Bibel sowie in der Literatur (z.B. in Joseph Roths "Tarabas") präsente Vorstellung des Menschen als "Gast auf dieser Erde".

Literatur

Bense, Max, Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2007

Systeme als konverse Umgebungen

1. Bekanntlich ist ein System ein Ding, bei dem ein Innen von einem Außen unterschieden werden kann (vgl. Toth 2012)

$$S = [A, I],$$

d.h. es gilt für die perspektivischen Relationen

$$A = U[I]$$

$$I = U[A].$$

Wenn das System S aber selbst eine Umgebung haben soll, bekommen wir eine Definition mit Selbsteinbettung von S

$$S^* = [S, U],$$

die nicht unähnlich der Definition des Zeichen mit Selbsteinbettung ist, die Bense (1979, S. 53, 67) gegeben hatte. Problematischerweise erhalten wir aber für S*

$$S = U[U]$$

$$U = U[S],$$

d.h. U fungiert gleichzeitig als Operator, Operand und Operandum. Man könnte also auf die Idee kommen, das System statt durch zwei nur durch eine Kategorie zu definieren. Damit könnten wir nicht nur die Dreideutigkeit von U, sondern gleich auch die mit dem Fundierungsaxiom klassischer Mengentheorien inkompatible Definition von S* qua Selbseinbettung eliminieren. Wir hätten dann z.B.

$$S = [U, U^{-1}].$$

Selbstverständlich dient diese 1-kategoriale System-Definition sozusagen als Leerform für sämtliche logisch "zweiwertigen" Definition, v.a. natürlich für die aristotelische Wahrheitswert-Definition

$$L = [p, n] = [p, p^{-1}] = [n, n^{-1}].$$

Sehr richtig stellte deshalb bereits Kronthaler fest: "Die A-Logik besitzt nur deshalb zwei Werte, weil es sich bei ihr um einen Abbildungsprozeß handelt.

Man kann etwas HABEN, was ein-wertig ist, aber nicht ABBILDEN. Der zweite Wert spielt aber nur eine Hilfsrolle, er designiert nichts, sondern tritt nur als Hintergrund auf; er wiederholt nur" (1986, S. 8).

Für Systeme kann man in diesem Fall natürlich entweder

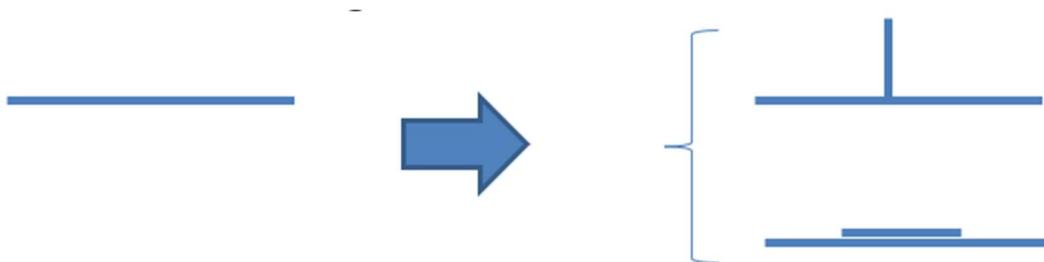
$$S = U \text{ oder } S = U^{-1}$$

setzen. Probleme gibt es allerdings auch hier, und zwar gerade wegen der nun fehlenden Selbsteinbettung von S , denn aus $S = [U, U^{-1}]$ folgt sofort für den Rand von System und Umgebung das systemtheoretische Pendant des Tertium non datur

$$\mathcal{R}[S] = \emptyset.$$

2. Allerdings bietet die Definition von Systemen als konversen Umgebungen der Phantasie reichlich Raum. Man kann sich, intuitiv gesprochen, einen leeren dreidimensionalen Raum vorstellen, aus dem durch iconische Verkleinerungskopie ein Stück, d.h. eine Teilumgebung, herausgeschnitten wird.

Man kann ferner die Abbildung $U \rightarrow U^{-1}$ mit der Spencer-Brownschen Differenztheorie in Einklang bringen und als ontisches Äquivalent der logisch-semiotischen "Setzung eines Unterschieds", d.h.



die Besetzung bzw. Belegung von U durch ein $U_i \subset U$ annehmen und davon ausgehend die Errichtung eines Systems schrittweise ableiten mit Hilfe einer Menge von Teilumgebungen $[U_1, \dots, U_i, \dots, U_n]$ mit

$$\Sigma U_j = U,$$

quasi als ontisches Pendant zum logisch-semiotischen Spencer-Brown-Kalkül

3. Interessanterweise folgt aus der 1-kategorialen System-Definition $S = [U, U^{-1}]$ für alle Teilumgebungen von U , d.h. für U_1, \dots, U_n die Exessivität: Da jedes U_i ,

wie gesagt, eine iconische Verkleinerungskopie der einzigen Kategorie U ist, wiederholt sich für jedes U_i natürlich die "Leere" von U , d.h. $[U_1, \dots, U_n]$ ist eine absteigende Folge paarweise exessiver Relationen zwischen den Teilmengen.

Damit haben wir vermöge der in Toth (2013a) gegebenen Definition der Exessivität

$$\text{Ex}\Omega := \Omega]$$

nun also

$$\text{It}(\text{Ex}\Omega = \Omega)] \dots_n] = [U_1 \subset \dots U_n].$$

Wenn wir ferner die topologischen Modelle für die drei Lagerrelationen Inessivität, Exessivität und Adessivität in Toth (2013b) heranziehen, sehen wir, daß sie ebenfalls eine absteigende Folge bilden



Der ursprüngliche "leere Raum" (vor der Setzung eines "Unterschieds"), d.h. U , ist demnach inessiv, die Teilmengen von U bilden eine absteigende (hierarchisch einbettende und eingebettete) Folge exessiver Relationen, und Überdeckungen (in allen drei Raumdimensionen, d.h. auch z.B. als "Unterlagen" "Podeste", Unterzüge von Decken oder Überdeckungen) sind adessive Relationen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Iterierte Lagerrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013a

Toth, Alfred, Lagetheoretische Objektrelationen und systemische Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013b

Ontik, Präsemiotik und Semiotik

1. Der bisherige Stand der Formalisierung der Ontik, wie sie in Toth (2012, 2013, 2014a) zugrunde gelegt und seither in zahlreichen Arbeiten weiterentwickelt wurde, scheint mir eine erneute Positionsbestimmung zum Verhältnis von Ontik, Präsemiotik und Semiotik angebracht.

2.1. Gemäß Bense überbrückt die Semiotik "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" (1975, S. 16). Das Zeichen ist danach eine Funktion von Objekt und Subjekt

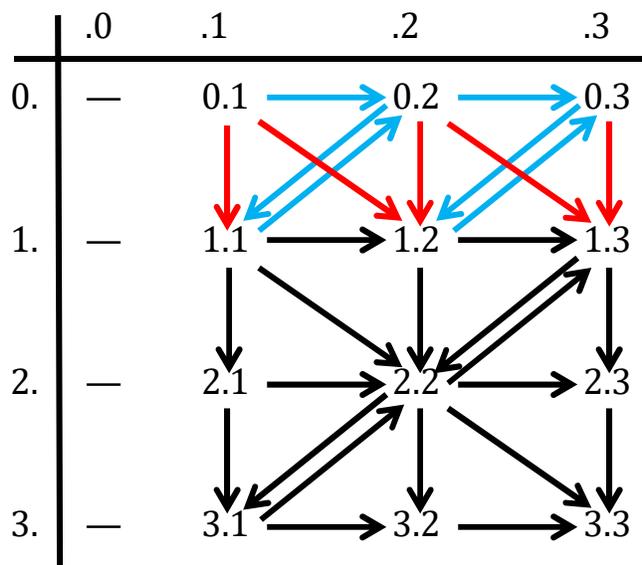
$$Z = f(\Omega, \Sigma).$$

2.2. Ontik und Semiotik sind nach Bense diskrete Räume: "Der Raum mit der β -relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwas O° , über denen der $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (1975, S. 65).

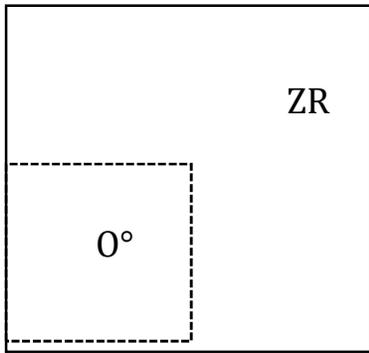
2.3. Da in Toth (2014b) als präsemiotische Relation

$$PZR = (O^\circ, (M, O, I)) = (0, 1, 2, 3)$$

sowie als über ihr konstruierte präsemiotische Matrix

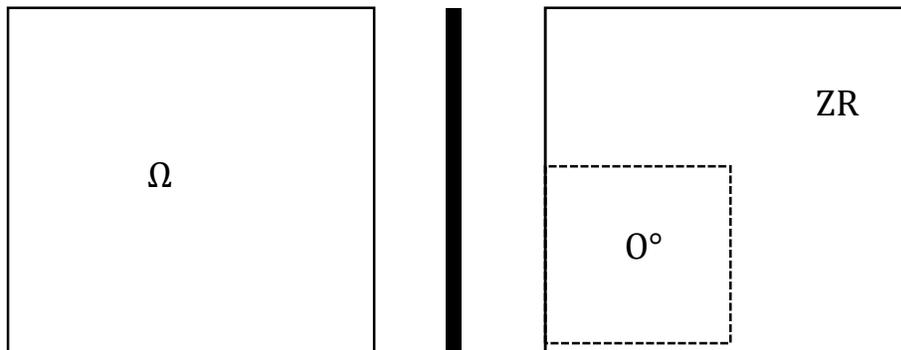


bestimmte wurde, sind Präzeichen und Zeichen, d.h. Präsemiotik und Semiotik hingegen keine diskreten Räume, sondern die Präsemiotik ist ein Teilraum der Semiotik



2.4. Nicht betroffen von der Präsemiotik ist selbstverständlich die zuerst von Kronthaler (1992) formulierte Transzendenz von Objekt und Zeichen, d.h. das Zeichen ist dem Objekt transzendent, und das Objekt ist dem Zeichen transzendent, und solange eine Semiotik (sowie eine ihr an die Seite gestellte Ontik) auf dem Boden der 2-wertigen, aristotelischen Logik konstruiert sind, kann es wegen des logischen Tertium-Satzes keine Vermittlung zwischen beiden Seiten dieser sowie aller auf ihr beruhenden Dichotomien geben.

Damit erhalten wir das folgende neue Modell zu den drei fundamentalen Wissenschaften der Ontik, Präsemiotik und Semiotik.



2.5. Die Objekte, welche zu Zeichen erklärt werden, sind, wie Bense (1975, S. 35 ff., S. 64 ff.) erkannt hatte, da sie ja zum Zeitpunkt, da ein Subjekt die Intention der Zeichensetzung hat, bereits selektiert und daher vorthetisch. Logisch betrachtet handelt es sich dabei also um subjektive Objekte. Über die Relation zwischen den objektiven und den subjektiven Objekten wissen wir nichts und können wir nichts wissen, da sie durch die im Schema mit einer schwarzen Linie markierten Kontexturgrenze voneinander getrennt sind. Allerdings sind diese subjektiven Objekte, wie bereits gesagt, noch keine Zeichen, d.h. sie ja

zwar selektiert, aber noch nicht metaobjektiviert worden sind (vgl. Bense 1967, S. 9). Da die Metaobjektivierung, d.h. die eine thetische Setzung von Zeichen ermöglichende Abbildung, ein willentlicher, d.h. bewußter Akt ist, sind wahrgenommene und erkannte Objekte noch keine Zeichen. Die sogenannten Bilder, welche durch Wahrnehmung in unser Bewußtsein kommen, sind die Präzeichen, welche die Spur von Zeichen in ihrer Relation PZR tragen, d.h. diese Relation formalisiert die Abbilder von Objekten, die zwar als Zeichen eingeführt werden können, aber nicht müssen. Dem Übergang von Abbildern von Objekten, d.h. subjektiven Objekten, zu diese subjektiven Objekte bezeichnenden Zeichen, entspricht semiotisch die Metaobjektivierung

$\mu: (O^\circ, (M, O, I)) \rightarrow (M, O, I)$

und logisch die Dualrelation

subjektives Objekt (sO) \times (oS) objektives Subjekt,

und dieses verdoppelte relationale Schema ist es somit, womit der Abgrund bzw. Benses "Disjunktion" zwischen dem Raum der objektiven Objekte und dem Raum der subjektiven Subjekte quasi janusköpfig überbrückt wird. Beide Ränder dieser Dualrelation, d.h. nicht nur der Raum der objektiven ("absoluten") Objekte, sondern auch derjenige der subjektiven ("absoluten") Subjekte, sind uns nicht bzw. allein durch Präzeichen und Zeichen zugänglich, woraus folgt, daß auch die Kontexturgrenze zweiseitig wirkt, d.h. perspektivisch ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013

Toth, Alfred, Objektstellung I-XXXVI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Die formale Struktur semiotischer Abbildungen I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Ontische Dualsysteme I

1. Zurecht hatte Bense bemerkt, daß die logische Wahrheitswertsemantik, in der zwischen den Werten "Wahr" und "Falsch" unterschieden wird, "völlig unabhängig von einer ontologischen Thematisation des Realitätsbegriffs des in der relevanten Aussage formulierten Sachverhalts" (1981, S. 111) ist. Hingegen hat es bekanntlich die Semiotik nicht wie die Logik mit Aussagen, sondern mit Repräsentationsschemata zu tun: "Sofern die Zeichenklassen (...) eine Zeichenthematik besitzen, die jeweils auf eine gewisse intendierte Realität als deren Repräsentationsschema bezogen ist, gehört zu jeder Zeichenklasse eine Realitätsklasse bzw. zu jeder Zeichenthematik eine Realitätsthematik. Genau in diesem Sinne werden alle Zeichen letztlich an einer objektivierbaren Realität gebildet und sind rekonstruktiv-empirisch" (Bense, a.a.O., S. 112).

2. Bereits einige Jahre zuvor hatte Bense festgehalten, "daß die Semiotik, im Unterschied zur Logik, die als solche nur eine ontologische Seinsthematik konstituieren kann, darüber hinaus auch die erkenntnistheoretische Differenz, die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein (...) zu thematisieren vermag" (1975, S. 16). In Bense (1976, S. 60) wird das Zeichen dann explizit als Repräsentationsfunktion in Abhängigkeit von Ontizität und Semiotizität eingeführt. Allerdings handelt es sich bei diesen um von einander abhängige Variablen, insofern mit steigender Ontizität die Semiotizität eines Repräsentationsschemas sinkt et vice versa. In der semiotischen Matrix, die als Idee bereits auf Peirce zurückgeht und die Bense (1975, S. 100 ff.) numerisch eingeführt hatte, gibt es entsprechend zu jeder Repräsentationsfunktion der Form $y = (w, z)$ auch eine Subrelation der Form $y^{-1} = (z, w)$. Mit anderen Worten: Konverse Repräsentationsfunktionen und duale Repräsentationsschemata fallen zusammen. Wir haben also innerhalb der Semiotik die einigermäßen merkwürdige Gleichung $(z, w)^{-1} = \times(z, w)$.

3. Man wird Bense sicherlich zustimmen, daß der Übergang von der dyadischen logischen Wahrheitsfunktion zur triadischen semiotischen Repräsentationsfunktion sowohl ontologisch, d.h. relativ zur "Welt" der Objekte, als auch epistemologisch, d.h. relativ zum "Bewußtsein" der Subjekte, einen bedeutenden Fortschritt darstellt. Der Haken liegt allerdings in Benses Verwendung des Wörtchens "letztlich" in dem obigen Zitat, wonach "alle Zeichen letztlich an

einer objektivierbaren Realität gebildet" würden. Zeichen sind als Repräsentationsschemata Vermittlungsschemata, und wie bereits aus Bense (1975, S. 16) klar hervorgeht, gehören sie als "Brücken"-Funktionen weder der Welt der Objekte noch dem Bewußtsein der Subjekte an. In dieser "Zwischenwelt", in welcher durch den Übergang von der dyadischen Logik zur triadischen Semiotik das logische Tertium-Gesetz scheinbar außer Kraft gesetzt ist, ist das Zeichen jedoch trotzdem sowohl in der Objektwelt als auch in der Subjektwelt verankert: In der ersteren, weil das Zeichen ja immer ein Objekt bezeichnet, in der letzteren, weil Zeichen im Gegensatz zu Objekten nicht-vorgegeben sind und ihre explizite, d.h. thetische Einführung daher stets eines Subjektes bedarf.

3. Seit Bense (1976, S. 85 ff.) werden daher Zeichen als sogenannte Dualitätsschemata, auch Dualsysteme genannt, der Form

$$Z = ZTh \times RTh$$

eingeführt. Dabei "repräsentiert" die Zeichenthematik (ZTh) den Subjektpol der dermaßen verdoppelten Repräsentationsfunktion, während die Realitätsthematik (RTh) den Objektpol "präsentiert". Der Unterschied zwischen Repräsentation und Präsentation ergibt sich aus einer interessanten strukturellen Differenz, die dann erkenntlich wird, wenn man Z in expliziter Notation mit Hilfe von semiotischen Subrelationen notiert. Dabei hat ZTh die allgemeine Form

$$ZTh = (3.a, 2.b, 1.c),$$

wobei für die Ordnung der trichotomischen Stellenwerte $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ gilt $a \leq b \leq c$. (Damit wird die Menge von $3^3 = 27$ erzeugbaren Repräsentationsschemata auf genau 10 ZTh reduziert.) Wie man sieht, ist ZTh tatsächlich triadisch, weil für die triadischen Hauptwerte gilt ($3 \neq 2 \neq 1$), d.h. die triadischen Werte sind per definitionem paarweise verschieden. Dies trifft nun aber gerade nicht zu für die RTh, die dual zu den ZTh gebildet werden

$$RTh = \times ZTh = \times(3.a, 2.b, 1.c) = (c.1, b.2, a.3),$$

denn wegen der Ordnung ($a \leq b \leq c$) müssen die trichotomischen Werte nicht paarweise verschieden sein. Tatsächlich gibt es unter den 10 semiotischen Dualsystemen nur eine einzige triadische RTh, nämlich die mit ihrer ZTh dual-

identische RTh (3.1, 2.2, 1.3) (vgl. Bense 1992), während alle übrigen 9 Dualsysteme dyadisch sind, vgl. z.B.

$$\times(3.1, 2.1, 1.2) = (2.1, \underline{1.2}, 1.3)$$

$$\times(3.2, 2.3, 1.3) = (\underline{3.1}, \underline{3.2}, 2.3).$$

Innerhalb von $Z = ZTh \times RTh$ sind also die durch die ZTh re-präsentierten Subjektpole der verdoppelten Repräsentationsfunktion triadisch, aber die durch die RTh präsentierten Objektpole sind dyadisch. Semiotische Dualsysteme enthalten also in ihren RTh einen dyadischen Rest aus einer extra-semiotischen Welt, für welche die triadische Wertigkeit doch gerade das Strukturmerkmal par excellence ist. Diesen dyadischen Rest kann man ohne metaphysische Verbiegung als Spur der erwähnten Verankerung deuten, und die Dyadizität gilt selbstverständlich für beide Welten, in deren Zwischenwelt die Zeichenfunktion von Bense (1975, S. 16) angesetzt worden war: für die Welt der Objekte und für die Welt der Subjekte.

4. Man darf sich jedoch keinen Illusionen hingeben: Auch wenn semiotische Dualsysteme der Form $Z = ZTh \times RTh$ in ihren RTh dyadisch sowohl mit der "Welt" als auch mit dem "Bewußstein" (Bense 1975, S. 16) verankert sind, so gilt wegen der operativen Koinzidenz von Konversion und Dualität der Repräsentationsfunktion $(z, w)^{-1} = \times(z, w)$, daß das Verhältnis zwischen dem von den ZTh repräsentierten Subjektpol und dem von den RTh präsentierten Objektpol zirkulär ist: DIE RTH PRÄSENTIEREN NUR EINE SOLCHE FORM VON REALITÄT, WELCHE DURCH DUALISATION AUS DER DURCH DIE ZTH VERMITTELTEN UND DAMIT BEREITS REPRÄSENTIERTEN WELT ABGELEITET IST. Die Semiotik, als deren fundamentales Axiom zwar die Definition des Zeichens als "Metaobjekt" steht und das somit explizit die Existenz eines zeichenunabhängigen und vorgegebenen Objektes am Beginn der thetischen Setzung von Zeichen voraussetzt, die von Bense (1967, S. 9) explizit als "Zuordnung" und damit als Abbildung verstanden wird, ist paradoxerweise ein pansemiotisches Universum, in der das Objekt, sobald die Zeichengenese abgeschlossen ist, nur noch als durch das Zeichen vermittelte Objekt-Relation eine Rolle spielt. Mit anderen Worten, die Semiotik hat es mit Objekt-Relationen, die Welt der Objekte oder Ontik hat es mit Objekten selbst zu tun. Innerhalb von $Z = ZTh \times RTh$ repräsentieren somit die

ZTh objektive Subjektrelationen und die RTh präsentieren subjektive Objektrelationen.³

5. Ausgehend von der paarweisen Kombination der erkenntnistheoretischen Funktionen Objekt und Subjekt, die Günther (1976, S. 336 ff.) vorgenommen hatte und die man wie folgt schematisch darstellen kann

	Objekt	Subjekt
Objekt	OO	OS
Subjekt	SO	SS,

bekommen wir nun, unsere bisherigen Ergebnisse zusammenfassend, das folgende Korrespondenzschema (die Begriffe "Welt" und "Bewußtsein" referieren wiederum auf Bense [1975, S. 16])

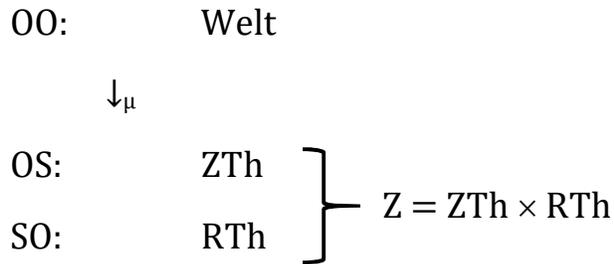
OO: Welt
 OS: ZTh
 SO: RTh } Z = ZTh × RTh
 SS: Bewußtsein.

Für die Metaobjektivierung, d.h. für die Abbildung eines Objektes (Ω) auf ein Zeichen,

$$\mu: \Omega \rightarrow Z,$$

³ In seiner langen Einleitung zu Felix Hausdorffs Buch "Das Chaos in kosmischer Auslese", das 1898 unter dem Pseudonym Paul Mongré erschienen war und das Bense 1976 unter dem Titel "Zwischen Chaos und Kosmos oder Vom Ende der Metaphysik" neu herausgab, wird explizit darüber gehandelt, daß es "keinen Übergangstreifen, keine vermittelnden Gebiete" innerhalb dieser "völligen Diversität der Welten" gebe. Diese Einleitung Benses, die besonders für dessen späteres Buch "Das Universum der Zeichen" (1983) von entscheidender Bedeutung ist, unterstreicht, auf unseren Zusammenhang angewandt, daß innerhalb der Bense-Semiotik die Welt der Zeichen, die Semiotik, und die Welt der von ihnen bezeichneten Objekte, die Ontik, diskrete Welten sind. Umso mehr erstaunt es, daß Bense noch ein Jahr zuvor sogenannte "disponible" oder "vorthetische" Objekte, definiert als O-Relationen, angenommen hatte (Bense 1975, S. 39 ff., S. 45 ff., S. 64 ff.), mittels derer er wenigstens andeutungsweise eine "Präsemiotik" als Vermittlungswelt zwischen den beiden doch angeblich diskreten Welten zu konstruieren suchte.

bleibt aber innerhalb des obigen Schemas die Vermittlung zwischen Ω und Z , d.h. dem vom Zeichen bezeichneten Objekt und dem das Objekt bezeichnenden Zeichen,



trotz Benses disponiblen bzw. vorthetischen Objekten (vgl. Anm. 1) so lange unklar, als wir nicht über eine vollwertige, der Semiotik als Zeichentheorie an die Seite gestellte Ontik als Objekttheorie besitzen. Dabei ist von besonderer Bedeutung die Frage, ob die fundamentale Dualität, d.h. die verdoppelte Erkenntnisrelation, die sich qua $Z = ZTh \times RTh$ innerhalb der Semiotik findet, auch innerhalb der Ontik findet. Da der vorliegende Aufsatz der Auftakt zu einer Serie ist, innerhalb der die tatsächliche Existenz ontischer Dualsysteme nachgewiesen werden soll und zu der bereits zwei vorgängig veröffentlichte Aufsätze (Toth 2014a, b) gehören, schließen wir diesen Teil I unserer Serie, indem wir exemplarisch die ontische Dualität der Objektinvariante (vgl. Toth 2013) Ordnung zeigen.

Während ordnende System solche Systeme sind, bei denen sie, d.h. die Systeme, die in sie einzubettenden Objekte ordnen, sind geordnete Systeme solche, bei denen nicht das System die Objekte, sondern die Objekte das System ordnen, schematisch

	Ordnende Entität
Ordnendes System	System
Geordnetes System	Objekt.

Ordnendes und geordnetes System stehen somit in einer Relation, die wir als ontische Dualrelation bezeichnen können, d.h. die Objektinvariante der Ordnung induziert ein ontisches Dualsystem.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Hausdorff, Felix, Zwischen Chaos und Kosmos. Hrsg. v. Max Bense. Baden-Baden 1976

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. I. Hamburg 1976

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Teilraumfelder, ordnende und geordnete Teilsysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Orientiertheit und Orientierendheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Teilobjekte und Teilsubjekte

1. Die der allgemeinen Objekttheorie (Ontik, vgl. Toth 2012) zugrunde gelegte allgemeine Definition des Systems

$$S^* = [S, U]$$

ist selbstenthaltend wie diejenige des Zeichens (vgl. Bense 1979, S. 53, 67), die man somit durch

$$Z^* = [Z, U]$$

notieren kann. U ist in diesem Fall natürlich das Objekt Ω , denn Zeichen und Objekte bilden eine Dichotomie nach dem Muster der zweiwertigen aristotelischen Logik, in der bekanntlich das Gesetz des Tertium non datur gilt. Daher können wir sofort

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

notieren, und weil das Objekt selbst in einer Dichotomie mit dem Subjekt (Σ) steht, bekommen wir zwei weitere, höchst interessante Definitionen

$$\Omega^* = [\Omega, \Sigma]$$

$$\Sigma^* = [\Sigma, \Omega],$$

wobei, ebenfalls wegen Zweiwertigkeit, natürlich

$$\Omega^{*-1} = \Sigma^*$$

gilt.

2. Da ein System S und eine Umgebung U gemäß Toth (2012) als Mengen von – hierarchisch, heterarchisch oder sowohl hierarchisch als auch heterarchisch geordneten – Teilmengen definierbar sind

$$S = [S_1, \dots, S_i, \dots, S_n]$$

$$U = [U_1, \dots, U_i, \dots, U_n],$$

gilt dies nach den Definitionen in Kap. 1 auch für Objekt und Subjekt, d.h. wir bekommen

$$\Omega = [\Omega_1, \dots, \Omega_i, \dots, \Omega_n]$$

$\Sigma = [\Sigma_1, \dots, \Sigma_i, \dots, \Sigma_n]$.

Während nun der Begriff des Teilobjektes einigermaßen vertraut ist, ist der Begriff des Teilsubjektes außerhalb der Psychiatrie v.a. aus den Werken E.T.A. Hoffmanns und Oskar Panizzas (sowie der sich von ihnen bedienenden Horrorliteratur) bekannt. Da ich, v.a. in Toth (2006), dieses Thema sowohl aus semiotischer Sicht als auch aus derjenigen der polykontexturalen Logik ausführlich behandelt hatte, begnüge ich mich an dieser Stelle, um die Relevanz des Teilsubjekt-Begriffes zu dokumentieren, damit, einige charakteristische Zitate folgen zu lassen.

“Mein eignes Ich, zum grausamen Spiel eines launenhaften Zufalls geworden und in fremdartige Gestalten zerfliessend, schwamm ohne Halt wie in einem Meer all der Ereignisse, die wie tobende Wellen auf mich hineinbrausten [...]. Aber das Verhältnis mit der Baroness, welches Viktorin unterhält, kommt auf mein Haupt, denn ich bin selbst Viktorin. Ich bin das, was ich scheine, und scheine das nicht, was ich bin, mir selbst ein unerklärlich Rätsel, bin ich entzweit mit meinem Ich!” (Hoffmann 1985, S. 283).

“Es ist das eigne wunderbare Heraustreten aus sich selbst, das die Anschauung des eignen Ichs vom andern Standpunkte gestattet, welches dann als ein sich dem höheren Willen schmiegendes Mittel erscheint, *dem* Zweck zu dienen, den er sich als den höchsten, im Leben zu erringenden gesetzt” (Hoffmann 1985, S. 387).

“Darin liegt ja der Reiz im menschlichen Leben, daß unser Willens-Impuls das Resultat der gegensätzlichsten Motive und Neigungen ist, heute so, morgen so, und das Zusehen des ‘Ich’ bei diesem Kampfe ist ja eben das, was wir Leben nennen” (Panizza 1981, S. 63).

"Der Gedanke: Steig ihm nach! Ich wußte, die Entscheidung, wie sie auch ausfallen möge, werde, unabhängig von meinem sogenannten Ich, aus einem tieferen Grund heraufkommen, und ich, meine Person, werde der willenlose Zuschauer sein" (Panizza 1981, S. 77).

“Du bist nicht ich, du bist der Teufel!”, schrie ich auf und griff wie mit Krallen dem bedrohlichen Gespenst ins Gesicht, aber es war, als bohrten meine Finger sich in die Augen wie in tiefe Höhlen, und die Gestalt lachte von neuem auf in schneidendem Ton. In dem Augenblick erwachte ich, wie von einem plötzlichen Ruck emporgeschüttelt. Aber das Gelächter dauerte fort im Zimmer. Ich fuhr in die Höhe, der Morgen brach in lichten Strahlen durch das Fenster, und ich sah vor dem Tisch, den Rücken mir zugewandt, eine Gestalt im Kapuzinerhabit stehen. – Ich erstarrte vor Schreck, der grauenhafte Traum trat ins Leben” (Hoffmann 1985, S. 423).

“Da rührte es sich unter meinem Fuss, ich schritt weiter und sah, wie an der Stelle, wo ich gestanden, sich ein Stein des Pflasters losbröckelte. Ich erfasste ihn und hob ihn mit leichter Mühe vollends heraus. Ein düstrer Schein brach durch die Öffnung, ein nackter Arm mit einem blinkenden Messer in der Hand streckte sich mir entgegen. Von tiefem Entsetzen durchschauert, bebte ich zurück. Da stammelte es von unten heraus: ‘Brü-der-lein! Brü-der-lein, Me-dar-dus ist da-da, herauf ... nimmt, nimm! ... brich ... brich in den Wa-Wald ... in den Wald!’ – Schnell dachte ich Flucht und Rettung; alles Grauen überwunden, ergriff ich das Messer, das die Hand mir willig liess und fing an, den Mörtel zwischen den Steinen des Fußbodens emsig wegzubrechen. Der, der unten war, drückte wacker herauf. Vier, fünf Steine lagen zur Seite weggeschleudert, da erhob sich plötzlich ein nackter Mensch bis an die Hüften aus der Tiefe empor und starrte mich gepenstisch an mit des Wahnsinns grinsendem entsetzlichem Gelächter – ich erkannte mich selbst – mir vergingen die Sinne” (Hoffmann 1985, S. 480).

"Und nun konnte, und mußte ich, zusehen, was geschah: Während meine Predigt ruhig und sicher wie eine Spule abrollte, begleitet von guten Geten und sicherem Tonfall, merkte ich, wie sich in meinem Innern etwas ablöste; ein Maschinentheil davonrannte (...). Unwillkürlich schaute ich hinunter auf die Kirchenbänke, und: da saß ich, als Junge, mit gläsernem, starren Blick: und gleichzeitig hörte ich die breite, wiederhallende Predigerstimme meines Vaters" (Panizza 1981, S. 220).

Die wohl treffendste Paraphrasierung der Definition von Teilsubjekten stammt von Hoffmann:

“Ich denke mir mein Ich durch ein Vervielfältigungsglas – und alle Gestalten, die sich um mich herum bewegen, sind Ichs” (E.T.A. Hoffmann, Tagebücher. Nach der Ausgabe Hans v. Müllers mit Erläuterungen hrsg. von Friedrich Schnapp. München 1971, S. 107 [Tagebucheintrag vom 6.11.1809]).

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Hoffmann, Ernst Theodor Amadeus, Werke in vier Bänden. Hrsg. von Hermann R. Leber. Salzburg 1985

Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. Gesammelte Erzählungen. München 1981

Toth, Alfred, E.T.A. Hoffmanns chiastischer Karneval. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2006

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Relationen zwischen Objekten, disponiblen Objekten und Zeichen

1. Nach der allgemeinen Objekttheorie (Ontik, vgl. Toth 2012) werden Objekte (Ω) und Zeichen (Z) unterschieden. Einen Zwischenraum zwischen dem von Bense (1975, S. 64 ff.) unterschiedenen ontischen und semiotischen Raum nimmt der von Bense (1975, S. 65) definierte Raum der disponiblen oder vorthetischen Objekte (O^0) ein. Im folgenden benutzen wir die Differenzierung zwischen Ω , O^0 und Z für eine neue, ontisch-präsemiotisch-semiotische Klassifikation von Zeichen im weitesten Sinne (vgl. Toth 2014).

2.1. Relationen zwischen Objekten und Zeichen

2.1.1. $\Omega = Z$

(Man beachte, daß Gleichheit selbstverständlich keine Identität impliziert. Die Gleichung " $\Omega \equiv Z$ " würde die Aufhebung der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt bedeuten und damit gegen das Tertiumgesetz der klassischen zweiwertigen Logik verstoßen.)

Beispiele: Alle Zeichen φύσει (natürliche Zeichen).

2.1.2. $\Omega \supset Z$

Beispiele: Anzeichen, Symptome.

2.1.3. $\Omega \subset Z$

Beispiele: Alle Werbezeichen, sofern sie als Teil des Produktes aufgefaßt werden.

2.1.4. $\Omega \neq Z$

Beispiele: Alle Zeichen θέσει (künstliche Zeichen).

2.2. Relationen zwischen disponiblen Objekten und Zeichen

2.2.1. $O^0 = Z$

Beispiele: Ostensiva, d.h. als Zeichen verwendete Objekte. Wenn ich die auf dem folgenden Bild sichtbare Geste in einem thematischen Kontext, z.B. einem Restaurant, einem thematischen Subjekt, z.B. dem Kellner, gegenüber mache, dann liegt ostensive Verwendung des disponiblen Objektes "Zigaretenschach-

tel" als Zeichen vor, insofern der Kellner meine Geste als Aufforderung interpretieren wird, mir eine neue Schachtel Zigaretten zu bringen.

2.2.2. $O^0 \supset Z$

Beispiele: Haarlocke (der Geliebten), Reliquien (von Heiligen).

2.2.3. $O^0 \subset Z$

Es ist bislang unklar, ob dieser Typ existiert.

2.2.4. $O^0 \neq Z$

Nach Toth (2014) gelten folgende 3 ontisch-präsemiotisch-semiotische "Arbitraritätsgesetze"

1. Die Selektion von Ω ist frei.
2. Die Selektion von O^0 ist frei.
3. Die Selektion von Z ist frei.

Während also das bekannte Arbitraritätsgesetz von de Saussure die Nr. 3 ist, betrifft der hier genannte Fall die Nr. 2. Die Nr.1 korrespondiert dem sog. semiotischen Axiom Benses: "Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden" (Bense 1967, S. 9).

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Ontik, Präsemiotik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Präsemiotik und Subjektpräsenz

1. In Toth (2014a) wurden, gestützt auf zahlreiche Vorarbeiten, unter denen besonders Toth (2014b) genannt seien, folgende mögliche relationale Beziehungen zwischen objektiven Objekten (Ω), den von Bense (1975, S. 44 u. 64 ff.) eingeführten disponiblen oder vorthetischen Objekten (O^0) und Zeichen (vgl. bes. die in Bense 1979, S. 53 gegebene Definition) unterschieden

$$\Omega = Z \qquad O^0 = Z$$

$$\Omega \subset Z \qquad O^0 \subset Z$$

$$\Omega \supset Z \qquad O^0 \supset Z$$

$$\Omega \neq Z \qquad O^0 \neq Z.$$

Wie in Toth (2014c) ausgeführt, sind die O^0 subjektive Subjekte, da sie von Subjekten selektierte Objekte sind, die dadurch für eine Abbildung von Zeichen im Sinne von "Metaobjekten" (Bense 1967, S. 9) verfügbar werden. d.h. "daß ein Zeichen als solches nicht vorgegeben, sondern gesetzt ist, d.h., daß die Einführung eines Zeichens in einen gedanklichen, kreativen oder kommunikativen Prozeß darauf beruht, daß ein (beliebiges) Etwas zum Zeichen 'erklärt', also als solches 'selektiert' wurde" (Bense/Walther 1973, S. 125). Daraus folgt natürlich, daß die thetische Setzung von Zeichen als Domäne nicht die Ω , sondern die O^0 nehmen muß und daß demzufolge die Zeichensetzung als Abbildung, d.h. die Metaobjektivation

$$\mu: \quad O^0 \rightarrow Z$$

eine Abbildung von subjektiven Objekten auf objektive Subjekte ist. Da bekanntlich Zeichen und Objekt der klassischen logischen Dichotomie von Wahr und Falsch bzw. Position und Negation folgt, folgt wegen der Gültigkeit des Gesetzes vom Ausgeschlossenen Dritten, daß die Metaobjektivation μ eine Instanz der Etablierung von Transzendenz ist: Objekt und Zeichen sind, wie besonders Kronthaler (1992) nachgewiesen hatte, ewig voneinander getrennt, und, die Abbildung einmal vollzogen, gibt es ein Zurück mehr, d.h. keine zu μ konverse Abbildung μ^{-1} . Ein Zeichen in ein Objekt zurückzutransformieren ist also genau so unmöglich, wie vom Tod ins Leben zurückzukehren.

2. Betrachten wir nun die 8 in Kap. 1 aufgelisteten möglichen relationalen Abbildungen zwischen Ω , O^0 und Z unter dem Aspekt der Subjektpresenz, so können wir die bisherigen Ergebnisse direkt in dem folgenden Schema zusammenfassen (vgl. dazu Günther 1976, S. 336 ff.)

	Objekt	Subjekt
Objekt	objektives Objekt	objektives Subjekt
Subjekt	subjektives Objekt	subjektives Subjekt

Bislang haben wir also die folgenden ontisch-präsemiotisch-semiotisch-epistemologischen Korrespondenzen

	Objekt	Subjekt
Objekt	Ω	Z
Subjekt	O^0	—

Wo in der letzten Tabelle die Leerstelle markiert ist, haben wir natürlich das Subjekt, und zwar das ontische Subjekt, d.h. der Interpret oder Zeichensetzer (Selektor, "Thetor") im Gegensatz zum Interpretanten als triadischer Subrelation der Zeichenrelation (vgl. Bense/Walther 1973, S. 44). Bezeichnen wir es durch das Symbol Σ . Ohne Σ gibt es in Sonderheit keine Etablierung der Transzendenz zwischen Objekten und Zeichen, besonders natürlich dann nicht, wenn diese Objekte bereits subjektive Objekte sind, d.h. wir haben

$$\mu = f(\Sigma) \equiv (O^0 \rightarrow Z) = f(\Sigma).$$

Ohne Σ gibt es also nicht nur keine Zeichensetzung, sondern die objektiven Objekte Ω können nur durch die "Filter" der Sinne von Σ , d.h. als O^0 wahrgenommen werden. Daraus folgt, daß es eine ontisch-vorthetische Differenz der Form $\Delta(\Omega, O^0)$ gibt, welche genau der kantischen Unterscheidung apriorischer von aposteriorischen Objekten entspricht (vgl. Bense 1976, bes. S. 23 ff., S. 36 ff.). Die in pseudowissenschaftlichen Publikationen vertretene Ansicht, wir würden nur einen Bruchteil unseres Gehirns benutzen, macht für $\Delta(\Omega, O^0)$ die Subjekte Σ verantwortlich, die bekannte Äußerung Kafkas, daß wir, wenn wir alle Sinneseindrücke unserer Umwelt gleichzeitig wahrnehmen könnten, wir

auf der Stelle tot zusammenbrechen müßten, macht für $\Delta(\Omega, O^0)$ die Objekte Ω verantwortlich. Tatsächlich ist es so, daß wir

$$g: \quad \Delta(\Omega, O^0) = f(\Omega, \Sigma)$$

haben, d.h. daß die Subjekte Σ nicht nur für die Zeichensetzung, sondern auch für die Wahrnehmung der Ontik verantwortlich sind (vgl. Toth 2014d). Was uns von der uns aus prinzipiellen Gründen unzugänglichen Welt der Ω zugänglich ist, sind nur die als O^0 erscheinenden Codomänenelemente einer Abbildung

$$h: \quad \Omega \rightarrow O^0.$$

Daraus folgt ein nicht zu unterschätzender Schluß, den wir als Satz formulieren können.

SATZ. Im Gültigkeitsbereich der 2-wertigen aristotelischen Logik gibt es weder logische, ontische, präsemiotische noch semiotische Abbildungen zwischen objektiven Objekten (Ω) und subjektiven Subjekten (Σ).

3. Wegen der Gültigkeit dieses Satzes scheiden also von den in Kap. 1 aufgelisteten 8 relationalen Typen die 4 auf der linken Seite zum vornherein aus, und es verbleiben die 4 Typen

1. $O^0 = Z$

2. $O^0 \subset Z$

3. $O^0 \supset Z$

4. $O^0 \neq Z$.

Da die Typen 1. und 4. trivial sind, insofern sie die Definitionen natürlicher (1.) und künstlicher (4.) Zeichen sind (vgl. Toth 2014a), sind es die beiden Typen 2. und 3., bei welchen die Nichtbeachtung des obigen Satzes immer wieder zu katastrophalen Fehleinschätzungen führen. Wir bringen je ein Beispiel.

3.1. $R = O^0 \subset Z$

Diese Relation besagt, daß das vorthetische Objekt eine Teilmenge seines Zeichens ist.

Dieser Fall ist v.a. bei als Zeichen interpretierbaren Verfremdungen gegeben. Nehmen wir an, ein Safe befindet sich hinter einem Bild. Ein Szenario 1 könnte so aussehen: Die Putzfrau staubt das Bild ab und versetzt es dadurch in eine Schiefelage. Hier ist das Bild kein vorthetisches Objekt, denn es wurde ja nicht vom Subjekt der Putzfrau mit der Absicht einer späteren Zeichensetzung selektiert. Allerdings gäbe es ein Szenario 2: Einbrecher, die den hinter dem Bild versteckten Safe entdeckt hatten, räumten diesen aus, versäumten es aber, nach vollzogenem Raub das Bild aus der Schiefelage wieder in seine normale Position zurückzusetzen. Dieser zweiten Verfremdung liegt nun tatsächlich eine vorthetische Selektion zugrunde, allerdings mutmaßlich nicht von den Subjekten der Einbrecher intendiert, aber von den Subjekten der den Tatort später inspizierenden Polizisten so interpretiert wird. Im ersten Szenario hat die Verfremdung des Bildes in Schiefelage keine semiotische Bedeutung, im zweiten Szenario hat sie jedoch insofern eine semiotische Bedeutung, als die Polizei daraus schließt, was am Tatort geschehen ist.

3.2. $R = O^0 \supset Z$

Die zu 3.1. konverse Relation besagt, daß das Zeichen eine Teilmenge des vorthetischen Objektes ist. Das bekannteste Beispiel ist die Haarlocke der Geliebten, welche als Ersatz z.B. für eine Photographie von ihr dient. Hier sind also zwei Subjekte Σ_1 und Σ_2 (Geliebte und Geliebter) beteiligt, d.h. wir haben

$$i: (O^0 \supset Z) = f(\Sigma_1, \Sigma_2).$$

Dieser Funktionstypus wird daher besonders gerne in der Kriminalistik verwendet, denn das Zeichen kann in diesem Fall als Spur eines Objektes dienen, das zu einem Subjekt führt. Spektakulär war die "Überführung" Jack Unterwegers aufgrund eines einzigen Haares für neunfachen Mord. Die Argumentation von dessen Verteidigerin Dr. Astrid Wagner, daß jemand das Haar Unterwegers in den Kofferraum von dessen Auto gelegt haben könnte, wurde als unsinnig ausgeschlossen. Tatsächlich ist es aber so, daß i eine Funktion ist, deren Variablen eine theoretisch unendliche Menge bilden können, d.h. die zwei Subjekt Σ_1 und Σ_2 stellen nur die minimale Anzahl verschiedener Subjekte der Abbildung i dar. Ferner werden durch i sowohl vorthetisches Objekt O^0 als auch Z als Funktion einer Menge von Subjekten Σ_i bestimmt und also

keinesweges mit diesen identifiziert. Es gibt in Wahrheit überhaupt keine Abbildungen von Objekten auf Subjekten, welche notwendige Beziehungen, d.h. Identitäten zwischen den beiden dichotomisch geschiedenen Entitäten etablieren. Im Gegenteil schließen Dichotomien ja gerade wegen der Gültigkeit des Tertium-Gesetzes vermittelnde, d.h. dritte, Elemente zwischen den Gliedern der Dichotomien aus. Daraus folgt nicht mehr und nicht weniger als dies: Als Zeichen interpretierte Spuren lassen keine eindeutigen Schlüsse auf ihre Objekte zu, und da diese Schlüsse ausgeschlossen sind, folgt durch logische Transitivität, daß selbstverständlich auch eindeutige Schlüsse von diesen Objekten auf Subjekte (d.h. in unserem Beispiel den oder die Täter) per definitionem ausgeschlossen sind, denn weder die Abbildung einer Spur als Zeichen auf ein Objekt, noch diejenige eines Objektes auf ein Subjekt ist bijektiv, und der Grund für diese Nicht-Bijektivität ist die Existenz einer Kontexturgrenze zwischen den Gliedern dichotomischer Relationen, die durch das Gesetz des ausgeschlossenen, vermittelnden, dritten Gliedes etabliert wird. Werden solche Schlüssen von Zeichen auf Objekte und von Objekten auf Subjekte, v.a. in den berüchtigten Indizienprozessen wie demjenigen Unterwegers, dennoch vollzogen, dann widersprechen sie nicht nur der Semiotik, sondern der Logik, auf denen unser gesamtes Fühlen, Denken und Handeln beruht.⁴

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

⁴ Vielleicht sollte man sich also einmal Gedanken darüber machen, inwieweit Verstöße gegen die Ethik sich als solche gegen elementarste Gesetze der Logik entpuppen.

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Präsemiotische Semiosen und Retrosemiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Zur Kybernetik eingebetteter Dichotomien I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Relationen zwischen Objekten, disponiblen Objekten und Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Toth, Alfred, Gibt es Wahrnehmungszeichen?. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014d

Obiectum absconditum

1. Zeichen und Objekt bilden eine Dichotomie, d.h. die beiden Entitäten folgen dem Muster der allem Denken zugrunde liegenden zweiwertigen aristotelischen Logik. Genauso, wie es gemäß dem Satz vom Ausgeschlossenen Dritten kein drittes, vermittelndes Glied zwischen Wahr und Falsch bzw. Position und Negation gibt, gibt es auch kein vermittelndes Glied zwischen Zeichen und Objekt. Eine Entität ist entweder ein Zeichen oder ein Objekt. Tertium non datur.

2. In Benses erstem semiotischen Buch wird das fundamentale semiotische Axiom festgelegt: "Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermaßen Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9). Das Problem mit dieser Formulierung ist, daß sie einerseits die korrekte Folgerung erlaubt, daß dem Objekt ein Zeichen zur Seite gestellt und dergestalt die erwähnte Dichotomie von Objekt und Zeichen etabliert wird

$S = [\text{Objekt, Zeichen}]$.

Sie läßt allerdings auch den Schluß zu, daß ein zum Zeichen erklärtes Objekt aufhört, Objekt zu sein, d.h. daß bei der von Bense erwähnten "Zuordnung" das Zeichen sein Objekt ersetzt

f: Objekt \rightarrow Zeichen.

Diese zweite Interpretation des semiotischen Axioms widerspricht nun zwar nicht dem Tertium-Gesetz, aber selbstverständlich der gesamten zweiwertigen Logik, die eben dyadisch und nicht monadisch ist. Eine Logik, in der einer der beiden Wahrheitswerte vom anderen absorbiert wird, ist keine Logik mehr, sondern eine Ontologie, wie Gotthard Günther einmal scharfsinnig bemerkt hatte.

3. Leider liegt nun der Peirce-Bense-Semiotik die zweite Interpretation zugrunde. Noch vorsichtig ist die Formulierung dieses Sachverhaltes im "Wörterbuch der Semiotik": "Was als solches wahrgenommen, erkannt oder gedacht werden und schließlich durch ein Zeichen repräsentiert oder präsentiert werden, also bezeichnet werden kann, ist Objekt" (Bense ap. Bense/Walther 1973, S. 70). Doch einige Jahre später setzt Bense dann axiomatisch

fest: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist". Allerdings widerspricht dieser Satz nicht nur der Logik, die ihm zugrunde liegt, sondern auch der Semiotik, denn gemäß Bense (1967, S. 9) muß das "Etwas", das zum Zeichen erklärt wird, ja vorgegeben sein. Folglich müßte das Objekt bereits vor der thetischen Setzung eines Zeichens ein Zeichen sein.

Die Substitution von Objekten durch Zeichen verschärft sich dann innerhalb der Stuttgarter Schule um Bense und Walther ab ca. den 1970er-Jahren, nachdem Bense die sog. Realitätsthematiken entdeckte hatte, welche als Dualrelationen von Zeichenrelationen definiert wurden (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.). Von diesem Zeitpunkt an erscheint also das ursprüngliche, der Zeichensetzung vorgegebene Objekt in zwei formalen Strukturen: einer sogenannten Zeichenthematik, welche die relationale Form eines Zeichens darstellt, und ihrer dual koordinierten Realitätsthematik. Dabei thematisiert die Zeichenthematik das erkenntnistheoretische Subjekt und ihre Realitätsthematik das erkenntnistheoretische Objekt. Diese Verdoppelung der Zeichenrelation ist wohl durch Peirce inspiriert, denn dieser hält "den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und -subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet" (Walther 1989, S. 76). Entsprechend liest man bei Bense: "Zeichenthematik und Realitätsthematik verhalten sich demnach nicht wie 'platonistische' und 'realistische' Seinskonzeption, sondern nur wie die extremen Fälle bzw. die extremen Entitäten der identisch-einen Seinsthematik" (Bense 1976, S. 85).

Immerhin bleibt die Primordialität des Objektes, d.h. die Bedingung, daß es vor der Zeichensetzung vorgegeben sein muß, auch innerhalb der Dualität von Zeichen- und Realitätsthematik erhalten: "Das Präsentamen geht kategorial und realiter dem Repräsentamen voran. So auch die Realitätsthematik der Zeichenthematik; aber wir können den präsentamentischen Charakter der Realitätsthematik erst aus dem repräsentamentischen Charakter ihrer Zeichenrelation eindeutig ermitteln" (Bense 1981, S. 11).

Damit ist nun der Zirkelschluß, der mit der Substitution eines Objektes durch das es bezeichnende Zeichen begonnen hatte, vollendet: Die Zeichenthematik erscheint als zeichenvermittelte Realität, aber die Realitätsthematik erscheint gleichzeitig als realitätsvermitteltes Zeichen.

Durch diesen *circulus vitiosus*, in dem das ursprüngliche vorgegebene, reale, d.h. ontische Objekt nur in den erwähnten zwei Formen

1. als Objektrelation, d.h. als zweitheitlicher Bezug der triadischen Zeichenrelation
2. als Realitätsthematik, d.h. als dual-konverse Abbildung ihrer zugehörigen Zeichenthematik

erscheint, wird nun die Semiotik im Sinne eines "Universums" (vgl. Bense 1983) etabliert, eine Konzeption, die gemäß den Ausführungen bei Bense (1986, S. 24 f.) ebenfalls auf Peirce zurückgeht. Die Semiotik wird dadurch zum Teil der metamathematischen Modelltheorie, deren "universaler" Charakter durch die Definition des Begriffs der Folgerung garantiert wird (vgl. Schwabhäuser 1971, S. 35 ff.). Die Definition der Folgerungsmenge garantiert, daß jeder Satz, der aus einem anderen folgt, bereits zur Menge aller Sätze einer Sprache gehört. In anderen Worten: Genauso wie das semiotische Universum eine abgeschlossene "Welt" darstellt, insofern das Objekt nur entweder als Objektbezug oder als Realitätsthematik" erscheint, d.h. repräsentiert oder präsentiert, aber nicht ontisch existiert, ist das modelltheoretische Universum durch den Konsequenzoperator eine ebenso abgeschlossene "Welt". Sehr schön auf den Punkt gebracht hat diese Tatsache Gfesser: "Das Zeichen ist ein realitätsthematisierendes Instrument, weil Zeichenmittel, Objekt und Interpretant in ein und derselben Welt sind" (Gfesser 1990, S. 139). Solange also dem Zeichen kein Objekt bzw. der Semiotik keine Ontik an die Seite gestellt wird, haben wir es innerhalb der Semiotik mit dem objektalen Pendant des *deus absconditus* zu tun: dem "*obiectum absconditum*". Solange diesem kein "*obiectum revelatum*" beigesellt wird, gilt tatsächlich die wiederum von Gfesser stammende Zusammenfassung des wissenschaftstheoretischen Status der Zeichentheorie: "Die Semiotik Peircescher Provenienz ist ein nicht-transzendentes, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon" (Gfesser 1990, S. 133).

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
- Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
- Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981
- Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
- Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986
- Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
- Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Udo Bayer (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990, S. 129-141
- Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1971
- Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Baden-Baden 1989

Identitäten in einer 3-wertigen Semiotik

1. Die klassische 2-wertige Logik ist eine "Lichtschalter-Logik", in welcher sich Position und Negation in einem einfachen Austauschverhältnis befinden, so daß also doppelte Negation gleich Position ist und das Auftreten eines Neuen, Vermittelnden, Dritten durch das logische Grundgesetz des Tertium non datur ausgeschlossen ist, wobei es im Prinzip egal ist, welche der beiden Positionen im abstrakten Werteschema

$$L = [x, y]$$

als Subjekt- und welche als Objektposition designiert wird (vgl. dazu Günther 2000, S. 230). Der Selbstgegebenheit des Objektes steht in einer solchen 2-wertigen Logik die Selbstidentität des Subjektes gegenüber, und dieses tritt als Ich-Subjekt auf, da die 2-wertige Logik gar keinen Platz für weitere Subjekte hat. Diese in den logischen Standardwerken durchwegs übersehene Tatsache bedeutet also, daß Selbstidentität gleich Individualität des Subjektes ist. Nun hatte aber Günther (1976-80) gezeigt, daß bereits eine 3-wertige, nicht-klassische Logik über drei Identitäten verfügt, von denen nur die erstere die Identität der klassischen Logik darstellt.

1 \equiv 2: 1. Identität

2 \equiv 3: 2. Identität

1 \equiv 3: 3. Identität.

In den beiden anderen Subjekten wird somit die Identität eines Subjektes, das jedoch auch ein Du-Subjekt sein kann, aufgehoben, und somit ist "erst noch zu untersuchen, ob der Fortfall der ersten Identität im Tode wirklich die ichhafte Identität des Individuums endgültig auflöst" (Günther 1976-80, III: S. 2 u. S. 11 f.).

2. In der Semiotik wird innerhalb der der 2-wertigen logischen Dichotomie $L = [x, y]$ folgenden Dichotomie

$$S = [x, y]$$

die Subjektposition natürlich durch das Zeichen eingenommen, das somit als Negat seines bezeichneten Objektes auftritt. In der gesamten Geschichte der

wissenschaftlichen Semiotik von Peirce tritt in deren Weiterführung durch die Stuttgarter Schule nur einziges Mal, und zwar in Benses wohl wichtigstem Werk "Semiotische Prozesse und Systeme" (vgl. Bense 1975, S. 43 f., S. 45 ff., S. 64 ff.), der fast scheu zu nennende Versuch auf, mit dieser unsinnigen Vorstellung, daß das Zeichen das Negat seines Objektes bzw. das Objekt das Negat seines Zeichens sei, aufzuräumen, an jenen Stellen von Benses Buch nämlich, wo dieser das "disponible" oder "vorthetisch" Objekt als null-stellige Relation (O^0) definiert. Hier haben wir es also mit einer logisch 3-wertigen semiotischen Struktur zu tun, für welche das obige nicht-klassische 3-wertige logische Identitätenschema Günthers gelten könnte. Dieses sähe, wenn wir O für Objekt, O^0 für vorthetisches Objekt und Z für Zeichen setzen, wie folgt aus

$O \equiv O^0$: 1. Identität

$O^0 \equiv Z$: 2. Identität

$O \equiv Z$: 3. Identität.

Allerdings stellt sich die Frage, ob diese Lösung wirklich korrekt ist, denn eine 3-wertige Logik Güntherscher Prägung ist eine Logik, bei der die Einzigkeit des Objektes unangetastet bleibt und dessen zur 2-wertigen Logik hinzutretende Werte somit ausnahmslos Subjekt-Werte sind.⁵ Nun ist aber das vorthetische Objekt eben ein Objekt und also kein Subjekt, sondern wegen seiner Disponibilität (d.h. weil es durch ein Subjekt selektiert worden ist) ein subjektives Objekt, während das Zeichen ein objektives Subjekt ist (vgl. Toth 2014a). Eine mehrwertige Logik für die Semiotik müßte daher eine solche sein, bei der konvers zur Günther-Logik nicht die Subjekt-, sondern die Objektposition von $S = [x, y]$ iterierbar ist, und eine solche Logik ist eben keine Logik, sondern eine Ontologie. Dennoch ist sie, wie im semiotischen Identitätenschema zum Ausdruck kommt, eine mehrwertige Ontologie und somit trotz ihrer Absonderlichkeit wiederum ein Teil der Polykontexturali-

⁵ Der Grund hierfür ist, daß diese sog. polykontexturale Logik ein Verbundsystem von zwertigen Logiken ist, da sich die Mehrwertigkeit auf die Möglichkeit beschränkt, daß neben dem Ich-Subjekt jedes Individuum eine eigene Logik besitzen kann, ohne daß für das einzelne Ich-, Du-, Er- ... -Subjekt die drei Grundgesetze des Denkens aufgehoben werden. Diese werden also erst bei den (durch sog. Transoperatoren) bewerkstelligten Übergängen zwischen den Teillogiken des Verbundsystems außer Kraft gesetzt.

tätstheorie, allerdings einer, den zu entwickeln ihre Schöpfer vergessen haben. Welche Wichtigkeit dieser letzteren Feststellung zukommt, folgt daraus, daß es im Anschluß an Toth (2014b) in der Semiotik nicht weniger als sechs unterscheidbare Objektbegriffe gibt

1. das ontische Objekt, das der Zeichensetzung vorgegeben sein muß und das als Referenzobjekt fungiert,
2. das ontische Objekt des Objektträgers (bei semiotischen Objekten),
3. das ontische Objekt des Zeichenträgers,
4. das vorthetische Objekt, das als Domänenelement der Metaobjektivation fungiert,
5. die Objektrelation als dyadische Subrelation der triadischen Zeichenrelation
6. die durch die Realitätsthematik präsentierte "strukturelle" oder "entitatische" Realität thematisierter oder thematisierender Objekte.

Eine bisher nicht nur unbeantwortete, sondern nicht einmal untersuchte Frage ist die, ob das 1. und 4. Objekt ontisch identisch sind. Semiotisch gesehen sind sie es jedoch nicht, denn das Referenzobjekt existiert nicht unabhängig von der Zeichenrelation und ist also ein Objekt, das eine Funktion eines objektiven Subjektes darstellt, während das vorthetische Objekt, wie bereits gesagt, ein subjektives Objekt ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Wirklichkeit und Wahrheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Zeichen als Entlastung von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

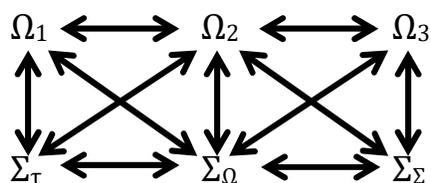
Kann die Semiotik als Vermittlerin zwischen Logik und Ontik fungieren?

1. Das fundamentale Axiom der Semiotik (vgl. Bense 1967, S. 9) besagt, daß ein Objekt Ω_1 vorgegeben sein muß, das durch den Prozeß der thetischen Setzung (vgl. Bense/Walther 1973, S. 26) in ein Zeichen im Sinne eines Metaobjektes ($Z = \Omega_2$) transformiert wird. Ferner bedarf jedes realisierte Zeichen eines Zeichenträgers (vgl. Bense/Walther 1973, S. 137), der von Bense als weiteres Metaobjekt bzw. Präobjekt (Ω_3) bezeichnet wird. Die Semiotik hat es also mit einem Minimum von drei Objekten zu tun, von denen nur die Objekte Ω_1 und Ω_3 in einer (evtl. sogar echten) Teilmengenrelation stehen können, und zwar nach Toth (2014) bei natürlichen Zeichen und bei Ostensiva. Hingegen sind alle drei Objekte bei künstlichen Zeichen paarweise verschieden.

2. Da sich die triadische Zeichenrelation nach Bense (1971, S. 39 ff.) als Kommunikationsschema darstellen läßt, setzt die Semiotik zwei verschiedene Subjekte, ein objektives (Σ_Ω) und ein subjektives Subjekt (Σ_Σ), voraus. Da zudem Zeichensetzer (Σ_τ) und Zeichenverwender praktisch nie koinzidieren, folgt daraus ein absolutes Minimum von drei Subjekten.

3. Die Semiotik selbst basiert auf einer triadischen Zeichenrelation, die eine monadische und eine dyadische Subrelation enthält, von denen die letztere wiederum die erstere enthält (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67). Die erstheitliche Relation wird als Relation des Zeichens zu seinem Zeichenträger, d.h. also zu Ω_3 , die zweitheitliche Relation wird als Relation des Zeichens zu seinem bezeichneten Objekt, d.h. also zu Ω_1 , definiert. Der Interpretant, d.h. der Subjektanteil der Zeichenrelation kann demzufolge Σ_τ , Σ_Ω oder Σ_Σ sein.

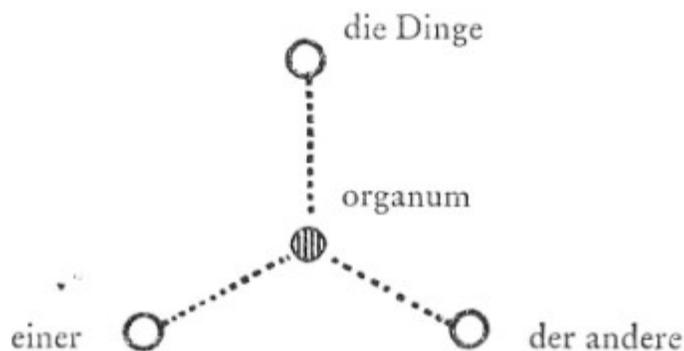
4. Wenn wir diese nicht ganz einfachen Verhältnisse kurz zusammenfassen, ergibt sich ein relationales ontisch-semiotisches System der folgenden Gestalt.



Nun besitzt allerdings die 2-wertige aristotelische Logik nur einen Platz für ein Objekt und einen Platz für ein Subjekt. Zudem stehen beide in einem Austauschverhältnis, das sie willkürlich austauschbar macht (vgl. Günther

2000, S. 230). Die Semiotik besitzt hingegen 3 Objekte und 3 Subjekte, die zudem nicht-isomorph zu einander sind. Die einzige Logik, die im Stande ist, mehrere Subjekte bei gleichzeitiger Wahrung der logischen 2-Wertigkeit für jede Teillogik im Rahmen ihres Verbundsystems zu handhaben, ist die von Gotthard Günther begründete polykontexturale Logik (vgl. Günther 1976-80). Allerdings verfügt auch sie nur über einen Objektbegriff. Um das obige ontisch-semiotische System auf eine Logik abzubilden, müßte diese also nicht nur über Transoperatoren verfügen, die logische Teilsysteme über den Kontexturbereich des Nichts, sondern auch über denjenigen des Seins aufeinander abbilden.

5. Da es eine solche Logik bisher nicht gibt – es würde sich wohl um eine Logik handeln, die selbst eine Vermittlung zwischen Logik und Ontologie darstellt –, steht bisher nur fest, daß die Semiotik als Vermittlung zwischen Ontik und Logik in Frage kommt. Als Modell könnte das leider in der semiotischen Literatur zu diesem Zwecke kaum benutzte Modell Bühlers dienen (Bühler 1969, S. 94).



Als "organum" würde – übrigens in Einklang mit Bühlers Sprachtheorie (vgl. Bühler 1934) – das Zeichen dienen (deren funktionale Differenzierung Bühlers bekanntlich der peirceschen Objektrelation isomorph ist). Im Einklang mit den differenten Objektbegriffen der Bense-Semiotik verbindet Bühlers Modell eine Pluralität von Dingen und in teilweiser Übereinstimmung mit den differenten Subjektbegriffen der Bense-Semiotik unterscheidet es wie im semiotischen Kommunikationsmodell zwischen Ich- und Du-Subjekt und setzt damit eine

mindestens 3-wertige nicht-klassische Logik voraus (vgl. Günther 1976, S. 336 ff.).

Übrigens hat das Böhlersche Modell, das offenbar nichts mit dem gegabelten Graphenmodell von Peirce zu tun hat, dem der mittlere Knoten fehlt – denn ansonsten wäre das Peircesche Zeichenmodell ja tetradisch und nicht triadisch – seine Vorläufer in der frühneuzeitlichen Semiotik. Vgl. die folgenden interessanten Feststellungen Hartmut Böhmes zum Zeichenbegriff des Paracelsus: "Das Zeichen bei Paracelsus siedelt an der Grenze zwischen Außen und Innen, Oben und Unten, Sichtbarem und Unsichtbarem". – "Das tertium datur einer Zeichenlehre, welche die metaphysische Kluft zwischen Dingen und Menschen durch das Spiel der wesentlichen Ähnlichkeiten überückt" (Böhme 1988). Auch wenn das letztere Zitat auf die typische Nichtarbitrarität der vor-saussureschen Zeichenmodelle verweist, so stellt die Aufhebung des logischen Drittsatzes auch die Bedingung für die Operation der polykontexturalen Transjunktionen dar, mittels deren 2-wertige logische Teilsysteme verbunden werden, d.h. ein Tertium datur wird bereits für eine 3-wertige nicht-klassische Logik gefordert, als deren Modell dasjenige Böhlers ja dienen kann.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Böhme, Hartmut, Natur und Subjekt. Frankfurt am Main 1988

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Jena 1934

Bühler, Karl, Die Axiomatik der Sprachwissenschaften. Frankfurt am Main 1969

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Zeichen als Entlastung von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Herr Brink und die Jeeinzigkeit des Subjekts

1. Kurt Frühs später Film "De Tod uf em Öpfelbaum" (1966), bei dem Joschi Scheidegger Regie führte, ist eine adaptierte Studioverfilmung von "On Borrowed time" (1939, Regie: Harold S. Bucquet), der auf dem gleichnamigen Theaterstück von Paul Osborn beruht. Der Tod tritt in der Gestalt des Herrn Brink auf, ein Subjekt, das jedoch nur vom Großvater und dessen Enkel wahrgenommen werden kann. Nachdem Herr Brink sich die Großmutter geholt hatte, möchte er auch den Großvater mitnehmen, aber dieser versteht es, den Herrn Brink auf einen Apfelbaum zu bannen. Da des Großvaters Hausarzt und ein beigezogener Rechtsanwalt ebenso wie die Tante des Enkels den Herrn Brink nicht sehen können, folgern sie daraus eine Geisteskrankheit des Großvaters und wollen ihn in eine psychiatrische Klinik einweisen. Um nicht ohne seinen geliebten Großvater weiterleben zu müssen, steigt der Enkel auf einer Leiter zu Herrn Brink auf den Apfelbaum. Er stirbt im gleichen Moment. Als der Großvater dies bemerkt, hebt er den Bann auf und folgt seinem Enkel in den Tod.

2. Während Heideggers Jemeinigkeit die Subjektabhängigkeit von Objekten betrifft und daher mit der Grundannahme der Ontik (vgl. Toth 2012) konform geht, wonach eine der Zeichentheorie an die Seite gestellte Objekttheorie nur auf dem Begriff des subjektiven, nicht aber eines absoluten, objektiven Objektes, aufgebaut werden kann, liegt bei Objekten, die nur von bestimmten Subjekten wahrgenommen werden können, eine Filterung der Jemeinigkeit zur Jeeinzigkeit vor. Da der Begriff des subjektiven Objektes wie sein dualer Begriff des objektiven Subjektes ein elementares Kommunikationsschema der Form

Objekt → Wahrnehmung → Subjekt

bzw.

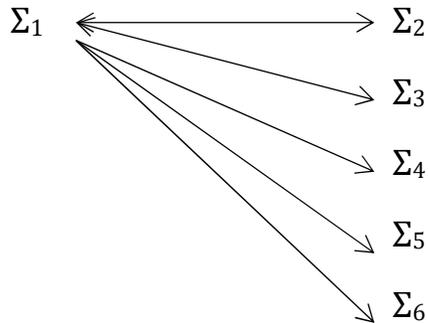
Objekt ← Wahrnehmung ← Subjekt

voraussetzen, kann man die Differenz zwischen Jemeinigkeit und Jeeinzigkeit von Objekten und von Subjekten durch

f: $\Omega_i \rightarrow \Sigma_j$

darstellen. Im Gegensatz zu Jeeinzigkeit schließt Jemeinigkeit den Fall $i = j$ aus, d.h. Jeeinzigkeit ist eine je nach dem nach Objekten oder nach Subjekten

"gefilterte" Jemeinigkeit. Im Falle des Herrn Brink gilt z.B. für die sechs involvierten Subjekte des Herrn Brink (Σ_1), des Großvaters (Σ_2), des Enkels (Σ_3), des Arztes (Σ_4), des Anwaltes (Σ_5) und der Tante (Σ_6) das folgende Schema



Σ_1 ist also nur für die subjektiven Subjekte Σ_2 und Σ_3 ein objektives Subjekt, nicht aber für die subjektiven Subjekte Σ_4 , Σ_5 und Σ_6 . Hingegen sind $\Sigma_2 \dots \Sigma_6$ natürlich objektive Subjekte für das subjektive Subjekt Σ_1 . Alle Abbildungen $f_1 \dots f_6$ sind somit jemeinig, aber nur die beiden Abbildungen f_1 und f_2 sind jeeinzig.

3. Auf dem Hintergrund der 2-wertigen aristotelischen Logik gibt es weder die Differenzierung zwischen Jemeinigkeit und Jeeinzigkeit noch die Jemeinigkeit, denn die Annahme eines objektiven Subjektes würde die Existenz eines Tertium comparationis zwischen Position und Negation, d.h. zwischen Objekt und Subjekt, voraussetzen und damit mit dem Drittsatz die gesamte Grundlage der klassischen Logik aufheben. Für die Semiotik hingegen ist die Differenz zwischen subjektivem und objektivem Subjekt insofern relevant, als Bense (1971, S. 39 ff.) den Sender des semiotischen Kommunikationsschemas mit der Objektrelation und dem Empfänger mit der Interpretantenrelation thematisierte. Sehr schön kann man nicht nur die Differenz zwischen Jemeinigkeit und Jeeinzigkeit, sondern Übergänge zwischen ihnen auf metasemiotischer Ebene aufzeigen, vgl. die folgenden Sätze des Deutschen.

- (1) Ich habe geträumt, daß der Mond quadratisch ist.
- (2) ? Ich glaube, daß der Mond quadratisch ist.
- (3) ?* Ich sehe, daß der Mond quadratisch ist.
- (4) * Ich weiß, daß der Mond quadratisch ist.

Üblicherweise wird in der Linguistik die Grammatikalitätsdifferenz von Sätzen solcher Art lediglich durch die Differenz zwischen epistemischen und nicht-epistemischen Verben "erklärt" (vgl. dazu Toth 1997, S. 85). Danach ist Satz (1) grammatisch, weil man auch solche Eigenschaften von Objekten oder Subjekten (Prädikationen von Argumenten) träumen kann, die diesen nicht zukommen. (4) ist ungrammatisch, weil hier eine Eigenschaft, die einem Objekt nicht zukommt, trotzdem behauptet wird. Schwieriger wird es jedoch, wenn man die Übergangsformen (2) und (3) hinzunimmt. Das Sehen einer einem Objekt nicht-zukommenden Eigenschaft ist eine stärkere Form der Jemeinigkeit als es das Glauben einer solchen, einem Objekt nicht-zukommenden Eigenschaft ist, denn das Glauben schließt die Möglichkeit der Falschheit der Prädikation über das Argument nicht aus, während das Sehen diesen Ausschluß impliziert. Somit ist für alle vier subjektiven, in (1) bis (4) als Ich-deiktische kodierten subjektiven Subjekte das subjektive Objekt des Mondes zwar jemeinig, aber nur in (4) ist es jeeinzig, während in (2) und (3) die Filterung der Jemeinigkeit zur Jeeinzigkeit vollzogen wird.⁶

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

⁶ Übrigens läßt sich mittels der in diesem Aufsatz besprochenen Probleme natürlich der Weg, der vom transzendentalen Idealismus Hegels über den Solipsismus Stirners bis zum Illusionismus Panizzas führt, nachzeichnen.

Die Erweiterung der Augen beim Abstieg in die Talsohle⁷

1. Ein Axiom der Semiotik lautet, daß man nicht tiefer als bis zum Qualizeichen gelangen könne. Diese semiotische Subrelation stellt die selbstiterierte Qualität des repräsentativen Universum der Semiotik dar (vgl. Bense 1983). Metamathematisch betrachtet ist diese ein abgeschlossenes System, für welches der modelltheoretische Folgerungsoperator gilt, d.h. alle Sätze, die aus den semiotischen Axiomen, Theoremen und Lemmata gewonnen werden, gehören bereits zur Semiotik. Die Semiotik handelt somit ausschließlich von Zeichen. Daß diese noch in Bense (1967, S. 9) als Metaobjekte, genauer: als Codomänen von Abbildungen, thetische Setzung genannt, von Objekten auf Zeichen definiert werden, spielt also offenbar keine Rolle mehr. Zwar gäbe es ohne Objekte keine Zeichen, aber sobald die Zeichengenesse abgeschlossen ist, gibt es die Objekte nicht mehr, sondern nur noch Objektrelationen als Subrelationen der vollständigen triadischen Zeichenrelationen. Bereits in einem vor-semiotischen Werk Benses steht der Schlüsselsatz: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80).

2. Nun ist aber eine Semiotik, welche die Objekte zwar voraussetzt, sie aber gleichzeitig aus ihrem Universum ausschließt, schlicht unwissenschaftlich. Der Grund für die Konzeption eines solchen pansemiotischen Universums bereits durch Peirce stellt nach meiner Einschätzung eine durch und durch gespaltene metaphysische Position dar: Einerseits ist die Triadizität der Zeichenrelation, wie bereits Günther (1978, S. vi ff.) nachgewiesen hatte, in Wahrheit eine Trinität. Andererseits soll gerade die Definition des Zeichens als Instrument zur Verdammung der Transzendenz dienen: "Die Semiotik peircescher Provenienz ist ein nicht-transzendentes, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon" (Gfesser 1990, S. 133). Diese semiotische Gespaltenheit kommt nun auch explizit in verschiedenen Phasen der Entwicklung der Theoretischen Semiotik zutage.

⁷ Der Titel ist natürlich eine Anspielung auf Nikolaus Meienbergs bekanntes Buch "Die Erweiterung der Pupillen beim Eintritt ins Hochgebirge" (Zürich 1981).

1. In Bense (1975, S. 16) wird das Zeichen als Funktion definiert, die dazu dient, "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren".

2. In Bense (1975, S. 64 ff.) wird die metaphysisch diskrete Trennung zwischen Objekten und Zeichen relativiert und damit aufgehoben, indem sog. vorthetische bzw. disponible Objekte, angesiedelt zwischen Objekten und Zeichen, definiert werden: "Der Raum mit der 0-relationalen oder 0-stelligen semiotischen Struktur wäre kein semiotischer Raum, sondern der ontische Raum aller verfügbaren Etwas O° , über denen der $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (a.a.O., S. 65).

3. In Bense (1979, S. 43) wird Evidenz definiert als "die Mitführung der Selbstgegebenheit (eines Objektes, eines Sachverhalts, eines Phänomens, etc.) in objektbezogener Repräsentanz, wobei 'Mitführung' heißt, daß das Präsentamen im Repräsentamen graduell bzw. partiell erhalten bleibt".

4. Sollte man nicht vergessen, daß die nicht von Peirce stammende, sondern erst von Bense (1975, S. 100 ff.) vorbereitete und in Bense (1976) eingeführte Differenzierung der triadischen Zeichenrelation in ein Dualsystem, bestehend aus einer Zeichen- und ihrer koordinierten Realitätsthematik, die durch Ausschluß der Objekte aus dem semiotischen Universum verursachte Elimination der fundamentalen Subjekt-Objekt-Dichotomie wiederherstellen soll, insofern die Zeichenthematik die Subjekt- und die Realitätsthematik die Objektposition der dergestalt verdoppelten, v.a. aber semiotisch zirkulär definierten Erkenntnisrelation thematisiert.

3. Alle Versuche, die Objekte dennoch irgendwie in das modelltheoretisch abgeschlossene Universum der Zeichen hineinzuschmuggeln, machen jedoch den Eindruck eines Flickwerks. Tatsache bleibt, daß die ontisch-semiotische Dichotomie

$S^2 = [\text{Objekt, Zeichen}]$

der fundamentalen logischen Dichotomie

$L^2 = [\text{Objekt, Subjekt}]$

bzw. derjenigen von Position und Negation isomorph ist, d.h. die Semiotik ist, da sie auf der klassischen aristotelischen Logik gegründet ist, 2-wertig. Wenn nun also die Objekte aus der Semiotik ausgeschlossen werden, haben wir eine 1-wertige Logik der Form

$L^1 = [\text{Subjekt}]$

vor uns, die allerdings nicht nur baren Unsinn darstellt, sondern angesichts der Tatsache, daß in der peirce-benseschen Zeichenrelation

$Z = [M, O, I]$

ja nicht nur in der Objektrelation das vorthetische Objekt, sondern in der Interpretantenrelation auch das vorthetische Subjekt "mitgeführt" wird, L^1 gleichzeitig widerspricht. Allerdings stellt die Semiotik qua Z auch deswegen eine logische Abnormität dar, als das Objekt ja in zwei Positionen auftritt, nämlich nicht nur als Objekt per se, sondern auch als Mittelbezug, der den Zeichenträger repräsentiert (vgl. Bense/Walther 1973, S. 173). Ferner läßt sich, wie Bense (1971, S. 33 ff.) gezeigt hatte, die informationstheoretische Kommunikationsrelation, welche auf der expliziten Scheidung zwischen Sender und Empfänger, d.h. logischem Ich- und logischem Du-Subjekt beruht, ebenfalls in Form von Z darstellen

$K = [O, M, I]$.

In K repräsentiert also M den Kanal der Informationsübertragung und I das Du-Subjekt des Empfängers. Da die Semiotik nun logisch 2-wertig ist, verfügt sie natürlich nur über eine einzige Subjektrepräsentanz qua Interpretantenbezug, d.h. das Subjekt des Senders muß unsinnigerweise durch die Objektrelation repräsentiert werden, die doch eigentlich gerade die Nachricht, welche im Kommunikationsschema übertragen wird, repräsentieren sollte. Diese Kodierung in Union von logischem Es-Objekt und logischem Du-Subjekt ist übrigens nicht Benses Fehler, sondern bereits derjenige des dem benseschen Kommunikationsschema zugrunde liegenden kybernetischen Schemas von Shannon und Weaver. Günther bemerkt hierzu äußerst zutreffend: "An der Ignorierung dieser Differenz zwischen dem Objekt als Sache und dem Objekt als Du ist der transzendente Idealismus schließlich gescheitert" (1991, S.

176). Da die Kommunikation eine Hauptfunktion des Zeichens ist, müßte folglich eine minimale Semiotik logisch 3-wertig sein und sich damit ihrer 2-wertigen aristotelischen Fesseln befreien. Das elementare semiotische Kommunikationsschema setzt somit eine Relation zwischen zwei Objekten, und nicht nur einem, und zwei Subjekten, und nicht nur einem, voraus und somit zwei und nicht nur eine logische Kontextur, d.h. sie ist ein minimales kontexturales Verbundsystem, in welchem die Grundgesetze des Denkens, der Satz vom ausgeschlossenen Dritten, der Satz vom verbotenen Widerspruch und der Satz der Identität, 2-wertig aufgehoben sind. Für die Semiotik gilt also nicht nur wegen ihrer Triadizität, sondern auch auf logischer Ebene ein Tertium datur, d.h. eine minimale Semiotik ist eine logisch 3-wertige und semiotisch 4-adische Relation.

4. Transzendenz läßt sich also allein deswegen nicht aus der Semiotik eliminieren, weil die Opposition zwischen bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen die logische Transzendenz zwischen der Positivität des Objektes und der Negativität des Subjektes ebenfalls "mitführt". Zeichen sind damit keineswegs Abstraktionen von Objekten, sondern das Gegenteil ist der Fall: Man kann tiefer als bis zum Qualizeichen gelangen, indem man von der Ebene der Zeichen noch in tiefere Erkenntnisschichten hinabsteigt, dorthin nämlich, wo sich die Objekte befinden, die wahrgenommen und allenfalls zu Zeichen erklärt werden. Die Abbildung von Objekten auf Zeichen gehört daher zu den komplexesten überhaupt vorstellbaren Phänomenen der Wissenschaft, und was wir über diese als "thetische Einführung" oder "Metaobjektivation" bezeichneten Transformationen bis heute wissen, ist fast gar nichts. Sowohl die Semiotik als auch die Ontik sind Typologien, d.h. methodologisch fundierte Klassifikationssysteme, wie sie jeder Wissenschaft (die eine solche ist) eignen, und also keine "Reduktionssysteme". Es würde wohl niemand auf die Idee kommen, etwa die Phoneme oder die Morpheme gegenüber den Phonen (Lauten) oder den Morphen (Silben) als Redukate abzuqualifizieren. Würde man die Welt der Erscheinungen nur nach ihrer Phänotypik klassifizieren, entstünde eine Sammlung dieser phänotypischen Erscheinungen, aber keine methodologische Klassifikation und damit auch kein Erkenntnisgewinn. Mit der scheinbaren Reduktion relativ zum wissenschaftlichen Fokus der jeweiligen Klassifikation irrelevanter von relevanten Eigenschaften von Phänomenen

geht daher stets der gerade durch die Abstraktion induzierte Erkenntnisgewinn einher. Im Falle der Ontik und der Semiotik bedeutet daher der Abstieg in tiefer liegende Erkenntnisebenen eine Erweiterung und nicht eine Verschließung der Augen.⁸

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

⁸ Keine Erweiterung von Erkenntnisgewinn findet sich jedoch bezeichnenderweise bei Vertretern von Pseudowissenschaften, welche sich vehement gegen den angeblichen Reduktionismus methodologischer Forschung wehren. Als arbiträres Beispiel sei der Titel einer medizinischen Publikation zitiert: "Psychological causes of non-compliance with electronically monitored occlusion therapy for amblyopia". Warum schreibt niemand einen Aufsatz zum Thema: "Psychologische Gründe, weshalb Hotelgäste Treppen, die mit roten Teppichen ausgelegt sind, vermeiden"? - In einem kürzlich veröffentlichten Nachruf auf einen selbsternannten Semiotiker wird dieser mit den folgenden Worten gewürdigt: "Er entwickelte eine neue Sicht auf den großen Linguisten [gemeint ist Ferdinand de Saussure, A.T.], indem er dessen offene Denkweise und dessen skeptischen Blick auf die eigene Sprachtheorie herausarbeitete". Das wirklich Grauensvolle an dieser pseudowissenschaftlichen Leistung ist, daß dem Verstorbenen dafür zu Lebzeiten nicht nur die Habilitation ermöglicht, sondern auch noch eine Titularprofessur verliehen wurde. - Zugunsten eines inzwischen sogar durch den Kakao der Schweizer Tagespresse gezogenen Medizinhistorikers sah sich ein Fachkollege zur folgenden Rechtfertigung genötigt: [Prof. X. habe] "für die Medizingeschichte wichtige Erkenntnisse" [gewonnen]. Er habe "das bis in die Gegenwart von Thomas Manns Roman 'Zauberberg' dominierte Bild der Sanatorien 'vom Kopf auf die Füße gestellt'. 'Dank [Prof. X.] weiß man heute, daß viele Tuberkulosepatienten nicht jahrelang in den Sanatorien vor sich hin litten, sondern oft nur relativ kurz dort weilten". Für diese großartige Leistung, die also darin bestand, die Fiktion eines Romanautors als bare Münze zu nehmen und anschließend zu "korrigieren", bekam Prof. X übrigens sogar eine ordentliche Professur. Logisch konsequent wäre es, jemandem ein Ordinariat für Architektur zu verleihen, der nachweisen könnte, daß die Schiefheit von Häusern, die wir z.B. in den Bildern Chaim Soutines oder in den Gedichten Georg Heims finden, nicht der "Realität" entsprechen.

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Udo Bayer (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Anfang, Ende, Kontextur

Die Urteile über die Menschen sind wertvoller
als Menschen selber.

Magdalena Montezuma in: Der Tod der Maria
Malibran (Regie: Werner Schroeter, 1972)

1. Die 2-wertige aristotelische Logik ist dadurch ausgezeichnet, daß es keine
zwischen Objekt und Subjekt vermittelnde Kategorie gibt

$$L = [\Omega, \Sigma],$$

denn eine solche wird explizit durch den logischen Drittsatz ausgeschlossen.
Wie Kronthaler (1986, S. 8) deshalb sehr richtig bemerkte, ist L nichts als eine
Reflexionsrelation, denn innerhalb der Kontextur L kann Ω nichts enthalten,
was Σ nicht enthält, und Σ kann nichts enthalten, was Ω nicht enthält. Günther
formulierte diese Tatsache wie folgt: "Beide Werte einer solchen Logik aber
sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander
vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen
Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche
Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht
auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt
wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (2000, S.
230 f.).

Nun vermittelt aber das Zeichen zwischen Objekt und Subjekt, indem es "die
Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein in der prinzipiellen Frage nach der
Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren vermag" (Bense
1975, S. 16).

Das Zeichen ist somit explizit als das durch die 2-wertige Logik ausgeschlos-
sene Dritte für L eingeführt, dabei ist es aber selbst 2-wertig, d.h. die neue
logische Struktur mit einem Tertium datur

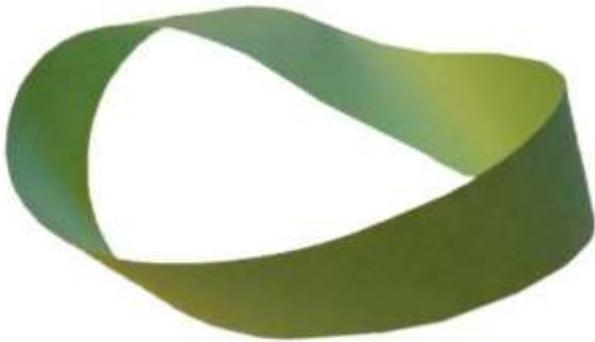
$$L^* = [\Omega, Z, \Sigma]$$

bleibt paradoxerweise 2-wertig, obwohl L^* im Gegensatz zu L nun 3 Werte,
nämlich Objekt, Zeichen und Subjekt bzw. Welt, Zeichen und Bewußtsein ent-

hält. Nur wegen dieser künstlichen Beibehaltung der 2-Wertigkeit von Z ist es möglich, daß das selbstduale Schema von Zeichen- und Realitätsthematik

$$DS_{ER} = [(3.1), (2.2), (1.3)] \times [(3.1), (2.2), (1.3)]$$

von Bense (1992) als "eigenreal" im Sinne der repräsentationstheoretischen Identität von realitätsvermittelter Zeichenthematik und zeichenvermittelter Realitätsthematik interpretiert und durch das Möbius-Band illustriert wird (vgl. Bense 1992, S. 49).



Eigenrealität ist somit nur innerhalb der paradoxalen Situation möglich, daß eine in L intrakontextuelle Vermittlung, welche die Transformation von $L \rightarrow L^*$ bewirkt, selbst logisch 2-wertig bleibt. Systemtheoretisch betrachtet, ist somit L^* ein "randloses" System, d.h. es gilt

$$R[\Omega, Z] = R[Z, \Omega] = \emptyset,$$

und die ontische Illustration dieser Randleerheit ist natürlich nicht ein Streifen Niemandsland zwischen Diesseits und Jenseits, sondern ein mathematischer Schnitt, der zwar idealiter, aber nicht realiter existieren kann. Bense selbst lieferte, unterstellterweise unbeabsichtigt, das beste Beispiel hierfür in einem späten Gedicht.

Spekulatives Abenteuer

Die fürchterliche Vorstellung
der tiefsten Minuten meines Bewußtseins:
vor der unerbittlichen Kante
der Fläche des Verlassens.

Abenteuer zwischen Schritten und Wörtern

an der Küste
zwischen Gewesenem und Gewordenem.

Aber in der Ferne dort hinten
erkenne ich mich ganz als mich
am scharfen Schnitt eines Messers.

Max Bense, Kosmos atheos (Baden-Baden 1985, S. 24)

Man beachte, daß hier die Subjektverdoppelung auf beiden Seiten der Kontexturgrenze ausdrücklich vom "scharfen Schnitt eines Messers" abhängt!

2. Geht man jedoch statt von einer idealen, d.h. ontisch unmöglichen, von einer realen, d.h. ontisch möglichen Situation, also statt von einem abstrakten Schnitt von einem konkreten Niemandsland als kontexturellem Rand aus, dann muß erstens

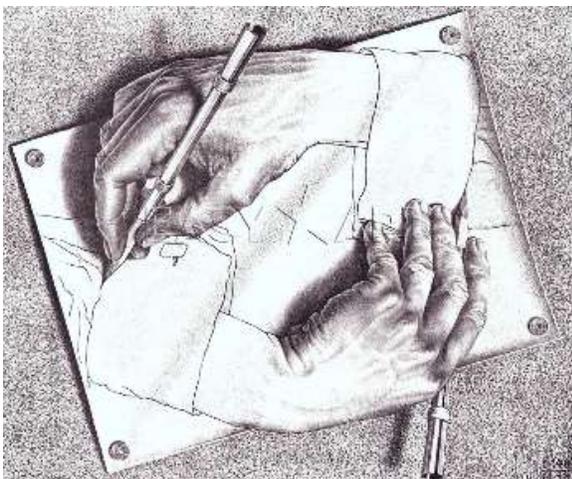
$$R[Z, \Omega] \neq \emptyset$$

$$R[\Omega, Z] \neq \emptyset$$

und zweitens

$$R[Z, \Omega] \neq R[\Omega, Z]$$

gelten, man erinnere sich an die von Günther (2000, S. 231) erwähnte Relevanz der Subjektperspektive bei nicht-2-wertigen Rändern. Selbstverständlich gibt es in diesem Fall keine Eigenrealität mehr, und selbst in Eschers bekannter Graphik "Zeichnende Hände" (1948)



bleibt, wie man sofort sieht, die Differenz zwischen zeichnender Objekt-Hand und von ihre gezeichneter Zeichen-Hand bestehen, d.h. es gilt

$$[Z, \Omega] = [\Omega, Z].$$

Diese real nicht mögliche Situation impliziert somit die Aufhebung einer immer noch 2-wertigen Kontexturgrenze, denn auch in Eschers Bild gibt es kein Drittes, welches den unendlichen Austausch von Objekt und Zeichen bzw. Zeichen und Objekt vermittelt. Das bedeutet aber nichts anderes, als daß Zeichen und Objekt logisch koinzidieren, d.h. das Ergebnis ist nicht die Einbettung beider in ein logisch höherwertiges System, in dem sie beide, als Zeichen und als Objekt, erhalten bleiben, sondern die Elimination der logischen Differenz zwischen ihnen, d.h. das Ergebnis ist nicht eine 3-wertige oder höherwertige, sondern eine 1-wertige Logik, in der nicht einmal mehr die nicht-triviale Leerheit der Ränder, wie wir sie oben für die 2-wertige Logik festgestellt hatten, existiert. Nicht-eigenreale Zeichen-Objekt- bzw. Objekt-Zeichen-Isomorphie führt also zur Aufhebung der logischen und erkenntnistheoretischen Differenz beider, d.h. es gibt weder Zeichen noch Objekte, und selbst wenn sie noch irgendwie existieren könnten, sie könnten gar nicht mehr voneinander unterschieden werden.

2.2. Neben logisch paradoxaler Eigenrealität und ontisch unmöglicher Objekt-Zeichen-Koinzidenz gibt es noch einen dritten Fall. Als Illustration möge der folgende Ausschnitt aus einer Todesanzeige dienen.

*«Was die Raupe
das Ende der Welt nennt,
nennt der Rest der Welt
Schmetterling.
Flieg, Nadine, flieg!»*



(aus: St. Galler Tagblatt, 28.10.2014)

Hier kommen zum ersten Mal zwei logisch differente Subjekte ins Spiel: die Raupe und "der Rest der Welt", und der Zusammenhang zwischen Anfang und Ende (des Lebens) mit den dadurch implizierten Kontexturgrenzen zwischen Diesseits und Jenseits wird in funktionale Abhängigkeit der deiktischen Diffe-

renz zwischen diesen logisch differenten Subjekten gesetzt. Vgl. das vielleicht noch deutlichere nächste Beispiel.

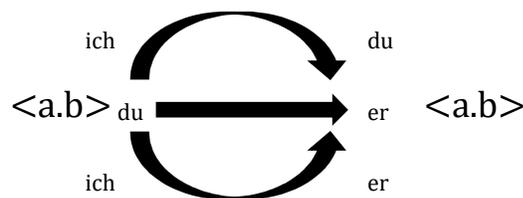
Fekete pillangók fogatja
 Térjen vissza üres batárral,
 Halálvirág, szaladj te is,
 Ne tudd meg, hogy én egyedül
 Mit beszélek majd a Halállal.

Ady Endre (1877-1919)⁹

Wenn wir nun diese deiktische Differenz auf das oben besprochene bensesche eigenreale Dualsystem DS_{ER} abbilden, erleben wir jedoch eine Überraschung

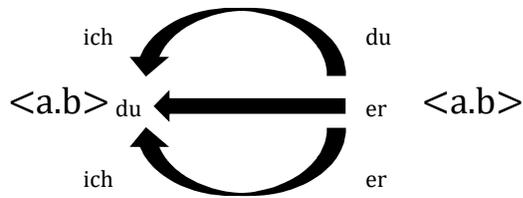
$$\times[(3.1)_{ich,du}, (2.2)_{ich,du}, (1.3)_{ich,du}] \neq [(3.1)_{du,ich}, (2.2)_{du,ich}, (1.3)_{du,ich}],$$

d.h. es gibt keine Eigenrealität mehr, sobald mehr als 1 Subjekt im Spiel ist. Innerhalb der 2-wertigen aristotelischen Logik kann es sich bei diesem Subjekt außerdem nur um das Ich-Subjekt handeln (vgl. Günther 1991, S. 59 ff.). Vom sterbenden Ich aus gesehen jedoch der Tod das Du-Subjekt, und die Nicht-Identität zwischen Zeichen- und Realitätsthematik im nunmehr 3-wertigen Dualsystem DS_{ER} impliziert die Nicht-Umkehrbarkeit des Weges vom Diesseits ins Jenseits, d.h. also die mehrwertige semiotische Nicht-Bijektion zwischen dem durch die Zeichenthematik repräsentierten Subjekt- und dem durch die Realitätsthematik repräsentierten Objektpol der Erkenntnisrelation impliziert die Irreversibilität der ontischen Transgression über die Kontexturgrenze. Formal bedeutet dies für jede semiotische Subrelation der Form $S = \langle a.b \rangle$ die Ungleichheit der folgenden kategorialen Abbildungen



≠

⁹ "Schwarzer Schmetterlinge Gespann / Kehr zurück mit leerem Karren, / Todesblume, eile auch du, / Du sollst nicht wissen, was ich allein / mit dem Tod zu reden habe" (übers. A.T.).



die hier nicht nur für die Opposition zwischen logischem Ich und logischem Du, sondern im Sinne der vollständigen Ich-, Du-, Er-Deixis auch für das logische Er gegeben werden (vgl. Toth 2014).

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Eingenrealtät der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Kontexturierte semiotische Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Zeichenträger und Mittelrelation als logisches Tertium

Geist ist der Inbegriff möglicher Realität, nichts anderes und nichts mehr oder weniger. Was wirklich geworden ist, ist schon nicht mehr Geist.

Max Bense (Ungehorsam der Ideen, Köln 1965, S. 94)

1. Obwohl die peirce-bensesche Semiotik, logisch betrachtet, 2-wertig und damit aristotelisch ist, stellt sie eine triadische Relation

$$Z = R(M, O, I)$$

dar. Während der Objektbezug O das ontische Objekt Ω und der Interpretandenbezug I das ontische Subjekt Σ repräsentieren, repräsentiert der Mittelbezug M ebenfalls ein ontisches Objekt, das aber nur bei natürlichen, nicht jedoch bei künstlichen Zeichen mit dem Referenzobjekt koinzidiert. Wir wollen daher das durch O repräsentierte Referenzobjekt von Z mit Ω_1 und das durch M repräsentierte Objekt des Zeichenträgers mit Ω_2 bezeichnen. Damit gerät also die Semiotik zum ersten Mal in Konflikt mit der 2-wertigen Logik, deren allgemeine Form

$$L = [\Omega, \Sigma]$$

bzw. Position und Negation ist und also nur über eine, nicht über zwei Objekt-Positionen verfügt. Die Abbildung

$$f: Z \rightarrow L$$

hat damit zwei Möglichkeiten: Entweder L wird durch eine zusätzliche Objekt-Position erweitert, oder Z wird um eine Objektposition vermindert. De facto funktioniert aber beides nicht: Es gibt überhaupt keine Logik, nicht einmal die polykontexturale, welche über mehr als eine Objekt-Position verfügt. Und in der Semiotik kann weder das Referenzobjekt, d.h. das vom Zeichen bezeichnete Objekt Ω_1 noch der Zeichenträger Ω_2 entfallen, die erstere Elimination würde der definitorischen Einführung des Zeichens als Metaobjekt (vgl. Bense 1967, S. 9) und die letztere Elimination würde dem semiotischen Satz, wonach Zeichen Zeichenträger haben müssen (vgl. Bense/Walther 1973, S. 137) widersprechen.

2. Zum zweiten Mal gerät die Semiotik in Konflikt mit der 2-wertigen Logik, insofern das von Bense (1971, S. 39 ff.) definierte semiotische Kommunikationsschema

$$K = (O \rightarrow M \rightarrow I)$$

zwar explizit zwei deiktisch und damit kontextuell geschiedene Subjekte, nämlich Ich- und Du-Subjekt bzw. Sender und Empfänger, voraussetzt, daß, wie man anhand der Definition von K ersieht, in diesem Falle das Du-Subjekt in Form des Senders aber von dem das logische Es-Objekt repräsentierenden semiotischen Objektbezug repräsentiert werden muß. Günther hatte bereits explizit auf diesen Sachverhalt hingewiesen: "An der Ignorierung dieser Differenz zwischen dem Objekt als Sache und dem Objekt als Du ist der transzendente Idealismus schließlich gescheitert" (1991, S. 176). Da die Semiotik also brav der 2-wertigen Logik, vermittelt über das ebenfalls 2-wertige Shannon-Weaversche Kommunikationsmodell, folgt, liegt hier also ein gegenüber der verdoppelten logischen Objekt-Position noch viel schwerer wiegendes Problem vor, indem die für die Semiotik zentrale Funktion der Kommunikation über mindestens zwei Subjekte verfügen, d.h. logisch mindestens 3-wertig sein müßte, aber, wie K zeigt, in Widerspruch dazu 2-wertig bleibt.

3. Da eine vollständige Subjektdeixis indessen nicht nur ein Ich- und Du-, sondern auch ein Er-Subjekt enthält, war in Toth (2014a) vorgeschlagen worden, die von Bense (1975, S. 101) eingeführte semiotische Matrix zu kontextuieren

$$\begin{array}{lll} (1.1)_i & (1.2)_i & (1.3)_i \\ (2.1)_i & (2.2)_i & (2.3)_i \\ (3.1)_i & (3.2)_i & (3.3)_i \end{array}$$

mit $i \in \{\text{ich, du, er}\}$.

Ferner wurde in Toth (2014b) gezeigt, daß man sowohl das Objekt, das bezeichnet wird, als auch sein bezeichnendes Zeichen, durch zwei Systeme definieren kann, welche sich relativ zu Ω und Σ in L im Sinne von These und Antithese wie eine dialektische Synthese verhalten (vgl. zur Idee einer dialek-

tischen Semiotik, allerdings in vollkommen anderem Zusammenhang, bereits Bense 1975, S. 28)

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$$\Omega^* = [\Omega, Z].$$

Dann kann man nicht-leere Ränder in Z^* und in Ω^* durch

$$Z^{**} = [Z, R[Z, \Omega], \Omega]$$

$$\Omega^{**} = [\Omega, R[\Omega, Z], Z]$$

definieren, womit nun der logische Drittsatz aufgehoben ist und L die Form

$$L = [\Omega, T, \Sigma]$$

mit

$T = [\Omega, \Sigma]$ oder $T = [\Sigma, \Omega]$ annimmt. Wenn man also Benses Definition folgt, daß das Zeichen die "Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" (1975, S. 16) überbrückt, dann stellen die Ränder

$$R[Z, \Omega] \subset Z^{**}$$

$$R[\Omega, Z] \subset \Omega^{**}$$

die Zeichenträger dar, durch welche das Zeichen gemäß dem Satz, wonach sie über Zeichenträger verfügen müssen (Bense/Walther 1973, S. 137) sowohl in der Welt der Objekte (Ω) als auch im Bewußtsein der Subjekte (Σ) verankert wird. Die Ränder in Z^{**} und Ω^{**} sind daher nichts anderes als die systemtheoretischen Strukturen von Zeichenträgern, also jener zweiten, die Abbildung $f: Z \rightarrow L$ störenden Objekt-Position.

Da nun außerdem gemäß Voraussetzung gilt, daß der semiotische Objektbezug O das ontische Objekt Ω und der semiotische Interpretantenbezug I das ontische Subjekt Σ repräsentiert, folgen daraus die folgenden Isomorphismen

$$[Z, R[Z, \Omega], \Omega] \cong [I, M, O]$$

$$[\Omega, R[\Omega, Z], Z] \cong [O, M, I]$$

(das Zeichen nimmt natürlich die logische Subjekt-Position ein). Damit haben wir in Sonderheit die Isomorphien

$$[R[Z, \Omega] \subset Z^{**}] \cong M \subset Z$$

$$[R[\Omega, Z] \subset \Omega^{**}] \cong M \subset Z,$$

d.h. das ontisch zwiefach mögliche Objekt des Zeichenträgers wird durch den semiotisch einfach möglichen Mittelbezug repräsentiert. Zeichenträger und Mittelbezug sind damit isomorph, der letztere repräsentiert den ersteren und der erstere präsentiert den letzteren. Wegen Isomorphie folgt ferner, daß beide, ontischer Zeichenträger und semiotischer Mittelbezug, als logisches Tertium fungieren, womit nach der Lösung des Problems mehrwertiger Subjektdeixis durch Kontexturierung der semiotischen Matrix nun auch das Problem der verdoppelten Objekt-Position gelöst ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth (Hrsg.), Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl.
Hamburg 1991

Toth, Alfred, Nicht-minimale Semiotiken. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Kontexturierte semiotische Morphismen. In: Electronic Journal
for Mathematical Semiotics, 2014b

Systemtheorie oder Morphogrammatik?

1. In Toth (2014a) und weiteren Arbeiten war gezeigt worden, daß die peircesche Semiotik dadurch, daß sie einerseits 2-wertig aristotelisch ist und daß sie andererseits a) über zwei statt einer Objekt-Position, aber b) nur über eine statt drei Subjekt-Positionen verfügt, logisch gleichzeitig über- und unterdeterminiert ist. Da eine minimal subjektale Deixis Ich-, Du- und Er-Subjekt unterscheiden muß, in der peirceschen Zeichenrelation die Interpretantenrelation aber lediglich das Ich-Subjekt der klassischen Logik repräsentieren kann, muß die Semiotik also minimal logisch 4-wertig und damit nicht-aristotelisch sein. Nun gibt es eine mehrwertige Logik, und zwar in der Form der von Gotthard Günther begründeten Polykontextualitätstheorie (vgl. Günther 1976-80). In einer auf Günther Werk aufbauenden Arbeit wurde sogar versucht, den "Ort des Zeicheprozesses" zu bestimmen (Mahler 1993, S. 34).

3.1.1.3 Der Ort des Zeichenprozesses

Der semiotische Begriff des Atomzeichen abstrahiert von der (physikalischen) Realisierung eines Zeichensystems⁹, so daß der ontologische Status von Zeichen, daß sie nämlich einen *Ort im Sein* einnehmen, nicht thematisiert werden kann. In der Semiotik gibt es mithin keinen Begriff des Ortes von Zeichensystemen, sondern nur einen — nichtthematisierten — Universalort der Semiosis. Die Kenogramme der Kenogrammatik sind als Leerstellen (als Orte) intendiert, an denen semiotische Zeichenprozesse eingeschrieben werden können. In der Kenogrammatik existiert also eine fundamentale Differenz zwischen Ort und Zeichen (und nicht wie in der Semiotik eine Ineinssetzung). Somit ist in der Kenogrammatik die Orthaftigkeit von Zeichenprozessen notierbar.

Die Kenogrammatik geht historisch und konstruktiv aus der Semiotik hervor, kenogrammatische Strukturen werden zunächst als Abstraktionen semiotischer Zeichenreihen definiert (*Kenosis*). Da die semiotischen Gesetzmäßigkeiten für die kenogrammatischen Strukturen aber nicht mehr gelten, können sie nicht als abgeleitete semiotische Konstrukte betrachtet werden. Vielmehr erweisen sich Zeichen vom erweiterten Standpunkt der Kenogrammatik als Reduktionen oder Kristallisationen von Kenogrammen. Die Semiotik kann Zeichen nur als aus einem schon gegebenen Alphabet stammend voraussetzen, den semiotischen Zeichen ist aber die Semiose, der Prozeß der Zeichengenerierung selbst vorgeordnet. Die Kenogrammatik, insofern sie den Prozeß der Semiose notierbar macht, muß also der Semiotik systematisch vorgeordnet werden, da sie diese überhaupt ermöglicht.

2. Die polykontexturale Logik und Ontologie geht also von Abstraktionen der logischen Basisdichotomie

$$L = [\Omega, \Sigma]$$

aus und setzt stattdessen ein Morphogramm, dessen Leerstellen Kenogramme genannt werden, d.h. wir haben

$$M = [\square, \square]$$

zusammen mit einer Funktion

$$f: L \rightarrow M = [[\Omega, \Sigma], [\Sigma, \Omega]],$$

d.h. Kenogramme sind "wertneutrale" Leerstrukturen, durch welche die Logik verallgemeinert werden soll. Allerdings stellt sich die Frage, ob M wirklich nötig ist. Daß es zu L ein L^{-1} gibt, welche die Abbildung f überflüssig macht, folgt allein aus dem logischen Drittensatz: Da in L kein vermittelndes Drittes existiert, können Ω und Σ nur Reflexionen voneinander sein, d.h. L ist auch das formale Schema eines Lichtschalters bzw. "Switches". Da nun die Mehrwertigkeit innerhalb der Polykontextualitätstheorie nicht durch zwischen die Werte von L gesetzte weitere logische Werte erreicht wird, sondern dadurch, daß für jedes Subjekt ein separates L, d.h. also im minimalen Falle

$$L_{\text{ich}} = [\Omega, \Sigma]$$

$$L_{\text{du}} = [\Omega, \Sigma]$$

$$L_{\text{er}} = [\Omega, \Sigma]$$

angesetzt werden, bedeutet Polykontextualität nichts anderes, als daß ein Verbundsystem 2-wertiger aristotelischer Logiken konstruiert wird, zwischen denen allerdings (und natürlicherweise) innerhalb der klassischen Logik nicht vorhandene (da nicht benötigte) Transjunktionen (Günther) bzw. Transoperatoren (Kronthaler) vermitteln. Im Gegenteil muß es vom Standpunkt der Semiotik aus als ein Problem angesehen werden, daß Günther und seine Nachfolger nicht bei 4-wertigen Logiken stehen bleiben, sondern zu n-wertigen mit $n > 4$ fortschreiten. Für solche Subjekte – und nur diejenigen, nicht die wie in der aristotelischen Logik konstanten Objekte – gibt es jedoch überhaupt keine erkennbare oder bestimmbare erkenntnistheoretische Relevanz. Selbst die pluralischen Deixen, die Günther (1991, S. xviii) erwähnt, lassen sich allesamt durch Konjunktionen auf die singularische Ich-, Du- und

Er-Deixis zurückführen: Wir = Ich + Du oder Ich + Er oder Ich + Du + Er. Ihr = Du + Er. Sie = Er. Im letzteren Falle besteht also sogar überhaupt kein Unterschied zwischen singularischer und pluralischer Deixis.

3. Das größte Problem stellt aber die mit der Annahme von Morphogrammen direkt verbundene, von Mahler eingeführte "Kenose" dar, die als Umkehrabbildung der Semiose definiert wird. Eine solche gibt es jedoch nicht, da durch Benses Pro-Axiomatik zwar sowohl Objekte als auch Zeichen zu Zeichen erklärt werden, aber keine Zeichen zu Objekte "zurückklärt" werden können (vgl. Bense 1981, S. 172). Mit der Kenose entfällt aber auch die Rückführung von Zeichen auf Morphogramme. Davon abgesehen, fehlt in Mahlers Darstellung das wesentlichste Etwas: das Objekt, das vorgegeben sein muß, damit die Semiose überhaupt stattfinden kann, denn Bense definierte das Zeichen als "Metaobjekt" (1967, S. 9). Wenn es also keine Objekte gibt, sondern Morphogramme an ihre Stelle treten, dann folgt daraus, daß es auch keine Zeichen geben kann – und damit erübrigt sich nicht nur die Semiose, sondern auch die Kenose. Hingegen fehlt bei Unterstellung der Existenz von Objekten in der Polykontextualitätstheorie jeglicher Hinweis, wie denn Objekte, d.h. ontische Entitäten, auf Morphogramme zurückgeführt werden sollen. Nimmt man sie als reale Objekte, die sie ja tatsächlich sind, ist eine solche Vorstellung barer Unsinn. Definiert man sie vermöge Bense (1975, S. 65) als 0-stellige Relationen, dann können sie ebenfalls nicht auf Morphogramme abgebildet werden, da diese bereits von Günther als Komplexionen von Kenogrammen definiert wurden. Kenogramme sind ja Differenzen, d.h. sie können in Sonderheit nicht einzeln auftreten. Daraus folgt, daß der Begriff des Objektes inkompatibel ist mit der Morphogrammatik als Basis der Polykontextualitätstheorie.

4. Hingegen ist es möglich nicht nur Objekte, sondern auch Zeichen, die innerhalb von L sich wie Position und Negation, oder, dialektisch gesprochen, wie These und Antithese zueinander verhalten, durch eine synthetische Selbsteinbettung wie folgt zu definieren (vgl. Toth 2014b)

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$$\Omega^* = [\Omega, Z].$$

Dadurch kann man Systeme mit nicht-leeren Rändern konstruieren

$$Z^{**} = [Z, R[Z, \Omega], \Omega]$$

$$\Omega^{**} = [\Omega, R[\Omega, Z], Z],$$

bei denen die Ränder die Rolle der in der peirceschen Zeichenrelation logisch gesehen überschüssigen zweiten Objektposition einnehmen und semiotisch präsentativ als Zeichenträger und repräsentativ als Mittelbezug fungieren (vgl. Toth 2014c). Es ist somit möglich, mit Hilfe der universalen systemtheoretischen Definitionen

$$S^* = [S, U]$$

$$U^* = [U, S]$$

und

$$S^{**} = [S, [S, U], U]$$

$$U^{**} = [U, [U, S], S]$$

nicht nur die Ontik und die Semiotik, sondern auch die Logik zu begründen

$$\Omega^* = [\Omega, \Sigma]$$

$$\Sigma^* = [\Sigma, \Omega]$$

und

$$\Omega^{**} = [\Omega, [S, \Sigma], \Sigma]$$

$$U^{**} = [\Sigma, [\Sigma, \Omega], \Omega]$$

und die dreifache und damit erkenntnistheoretisch vollständige Subjektdeixis durch Kontexturierung der benseschen semiotischen Matrix (vgl. Toth 2014d)

$$(1.1)_i \quad (1.2)_i \quad (1.3)_i$$

$$(2.1)_i \quad (2.2)_i \quad (2.3)_i$$

$$(3.1)_i \quad (3.2)_i \quad (3.3)_i \quad \text{mit } i \in \{\text{ich, du, er}\}$$

einzuführen, und zwar ohne daß hierfür die Abbildung f bemüht werden müßte, d.h. ohne die Reduktion einer für die Semiotik ohnehin irrelevanten 2-wertigen logischen Basis auf Morphogramme.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Minimale Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Ontische und semiotische Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Zeichenträger und Mittelrelation als logisches Tertium. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Kontexturierte semiotische Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

Information, Kommunikation und Zeichen

1. Im Grunde scheint der Zusammenhang zwischen den drei im Titel dieses Aufsatzes genannten Begriffen sehr einfach zu sein: Bei Kommunikation wird Information durch Zeichen ausgetauscht. Allerdings treten sehr bald Probleme auf. So hat die 2-wertige aristotelische Logik nur 1 Objektposition und 1 Subjektposition, die durch das Ich-Subjekt designiert wird. Kommunikation setzt jedoch ein Minimum von zwei deiktisch differenten Subjekten, d.h. einem Ich- und einem Du-Subjekt voraus und sprengt daher bereits den logischen Rahmen, in den die informationstheoretisch definierte Kommunikationstheorie von Shannon und Weaver eingespannt ist (vgl. Meyer-Eppler 1969, S. 1 ff.). In Bensees semiotischem Kommunikationsschema, das dem informationstheoretischen nachgebildet ist (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.)

$$K = (O \rightarrow M \rightarrow I),$$

fungiert a) nicht etwa der Sender, sondern der Empfänger als Interpretantenbezug, der das logische Ich-Subjekt vertritt, und repräsentiert b) der semiotische Objektbezug nicht nur das logische Es, d.h. das Referenzobjekt der K zugrunde liegenden Zeichenrelation $Z = R(M, O, I)$, sondern gleichzeitig das Du-Subjekt. D.h. K ist eine Abbildung von einem Du-Sender auf einen Ich-Empfänger und daher weder logisch, noch ontisch, noch erkenntnistheoretisch und – wegen der permutativen Ordnung relativ zu Z – auch nicht semiotisch akzeptabel.

2. Ferner enthält als K als Permutation von Z natürlich sowohl die semiotische Bezeichnungsfunktion

$$\alpha: M \rightarrow O,$$

die semiotische Bedeutungsfunktion

$$\beta: O \rightarrow I,$$

als auch die semiotische Gebrauchsfunktion

$$\alpha \circ \beta: I \rightarrow M,$$

allerdings in Form der konversen Abbildungen

$$(O \rightarrow M) = \alpha^\circ$$

$$(M \rightarrow I) = \beta\alpha,$$

und die konverse Bedeutungsrelation läßt sich nur durch Konkatenation

$$(M \rightarrow I) \circ (O \rightarrow M) = \beta^\circ$$

bestimmen.

3. Geht man hingegen von der konversen Relation

$$K^{-1} = (I \rightarrow M \rightarrow O)$$

aus, hat man a) statt der konversen Bezeichnungs- und Gebrauchsrelationen die nicht-konversen, b) würde I, welches das logische Ich-Subjekt repräsentiert, auch als Sender fungieren, und c) würde O, welches ja in der 2-wertigen aristotelischen Logik obligatorisch sowohl das Es-Objekt als auch das Du-Subjekt vertritt (vgl. Günther 1991, S. 176), nun ebenfalls korrekterweise als Empfänger fungieren. Ferner wird die gleiche Z-Permutation von K^{-1} auch vom semiotischen Kreationsschema vorausgesetzt (vgl. Bense 1976, S. 106 ff.). Der wohl einzige Grund, weshalb Bense die nicht-konverse Relation K direkt aus Meyer-Eppler (1969, S. 1 ff.) abbildet, liegt also darin, daß letzterer auch nicht-subjektale Quellen, jedoch nicht Senken, zuläßt, also z.B. "emissorische" Objekte, wie sie bei radioaktiver Strahlung eine Rolle spielen. Da man in diesen Fällen aber nicht von Kommunikation in semiotischem Sinne sprechen kann, ist die Definition von K schlicht und einfach falsch. Von besonderem Interesse sowohl bei K als auch bei K^{-1} ist jedoch die doppelte funktionale Abhängigkeit der Bedeutung sowohl von Bezeichnung als auch von Gebrauch, ferner fungiert das von Peirce ausdrücklich als Medium eingeführte Mittel nur in den beiden Permutationsordnung K und K^{-1} tatsächlich vermittelnd, nämlich zwischen O und I bzw. I und O (vgl. Toth 2014).

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl.
Hamburg 1991

Meyer-Eppler, W[olfgang], Grundlagen und Anwendungen der Informations-
theorie. 2. Aufl. Heidelberg 1969

Toth, Alfred, Zeichenträger und Mittelrelation als logisches Tertium. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Einbruch logischer Mehrwertigkeit in die 2-wertige Semiotik

1. Die vier möglichen Randrelationen von Zeichen und Objekt sind nach Toth (2014a)

$$Z_1^{**} = [Z, R[Z, \Omega], \Omega]$$

$$Z_2^{**} = [Z, R[\Omega, Z], \Omega]$$

$$\Omega_1^{**} = [\Omega, R[\Omega, Z], Z]$$

$$\Omega_2^{**} = [\Omega, R[Z, \Omega], Z].$$

Sei nun $Z = [M, O, I]$, dann bekommen wir

$$Z_1^{**} = [[M, O, I], R[[M, O, I], \Omega], \Omega]$$

$$Z_2^{**} = [[M, O, I], R[\Omega, [M, O, I]], \Omega]$$

$$\Omega_1^{**} = [\Omega, R[\Omega, [M, O, I]], [M, O, I]]$$

$$\Omega_2^{**} = [\Omega, R[[M, O, I], \Omega], [M, O, I]].$$

2. Setzen wir hingegen mit Toth (2014b)

$$Z = I$$

$$\Omega = O,$$

d.h. statt der unvermittelt-präsentierten die vermittelt-repräsentierten Kategorien in die vier Randrelationen ein, dann erhalten wir

$$Z_1^{**} = [I, R[I, O], O]$$

$$Z_2^{**} = [I, R[O, I], O]$$

$$\Omega_1^{**} = [O, R[O, I], I]$$

$$\Omega_2^{**} = [O, R[I, \Omega], I],$$

d.h. die Ränder vermitteln in diesem Fall nicht zwischen Z und Ω bzw. Ω und Z , sondern zwischen O und I und erfüllen damit die Definition des peirceschen "Mediums", d.h. der semiotischen Mittelrelation. Damit bekommen wir

$$Z_1^{**} = [I, M, O]$$

$$Z_2^{**} = [I, M^{-1}, O]$$

$$\Omega_1^{**} = [O, M, I]$$

$$\Omega_2^{**} = [O, M^{-1}, I],$$

d.h. die Zeichenrelatione $Z = (M, O, I)$ in der Ordnung, die der benseschen semiotischen Kommunikationsrelation (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.)

$$K = (O \rightarrow M \rightarrow I)$$

und ihrer Konversen

$$K^{-1} = (I \rightarrow M \rightarrow O)$$

entspricht. Daraus folgt in Sonderheit, daß

$$M \neq M^{-1}$$

ist, ebenso, wie ja im unvermittelten Fall

$$R[[M, O, I], \Omega] \neq R[\Omega, [M, O, I]]$$

ist. Nun ist dies für die beiden nicht-identitiven Mittelrelationen trivial, denn wir haben

$$(1.2)^{-1} = \times(1.2) = (2.1)$$

$$(1.3)^{-1} = \times(1.3) = (3.1),$$

aber es folgt daraus zwingend, daß die Ungleichheit auch für die identitive Mittelrelation gilt, d.h. es ist

$$(1.1)^{-1} \neq (1.1),$$

und dies kann nur dann der Fall sein, wenn das Tertium-Gesetz der 2-wertigen Logik aufgehoben ist. Da wir ohne Annahme von semiotischer Kontexturiertheit zu diesem Ergebnis gekommen sind, kann hierin nur eine "Einbruchstelle" von logischer Mehrwertigkeit in die der peirceschen Semiotik zugrunde liegende logische 2-Wertigkeit gesehen werden. Nach Günthers logischer Arithmetik enthält ja bereits die elementare Hankel-Matrix

1 2

2 3

einen dritten Wert, der als mehrwertige Vermittlung logischer 2-Wertigkeit in diese "einbricht" (vgl. Günther 1991, S. 421).

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl.
Hamburg 1991

Toth, Alfred, Das Zeichen als Rand. In: Electronic Journal for Mathematical
Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Zeichenträger und Mittelrelation als logisches Tertium. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Hierarchien partizipativer Randrelationen

1. Wie bereits in Toth (2014) gezeigt, stellen weder die Wahrheitswert-Funktionen der Logik noch die Funktionen der Semiotik streng genommen Funktionen im mathematischen Sinne dar, da sie punktuell, aber nicht kontinuierlich sind. Im Falle der Logik handelt es sich um zwei per definitionem (Tertium non datur) unvermittelte Punkte, im Falle der Semiotik handelt es sich um drei Punkte einer triadischen Relation, die nach einem Satz von Peirce irreduzibel ist, d.h. in Sonderheit gibt es keine weiteren Kategorien zwischen den drei als universal definierten Kategorien M, O und I. Wie ebenfalls bereits gezeigt, kann man dieses Problem jedoch dadurch lösen, daß man eine gemeinsame systemtheoretische Basis für Ontik, Logik und Semiotik in den beiden Formen

$$S^* = [S, U]$$

$$U^* = [U, S]$$

rekonstruiert, deren dichotomischer Relation sowohl die Ontik als Dichotomie von Objekt und Subjekt, die Logik als Dichotomie von Position und Negation als auch die Semiotik als Dichotomie von Objekt und Zeichen isomorph sind.

2. Damit ist es nun möglich, zusätzliche Punkte aus diesen dyadischen Relationen dadurch zu konstruieren, daß man Hierarchien von Rändern zwischen ihnen bildet.

1. Stufe

$$S_1 = [S, R[S, U], U] = [S, V_1, U]$$

$$S_2 = [S, R[U, S], U] = [S, V_2, U]$$

$$U_1 = [U, R[U, S], S] = [U, V_1, S]$$

$$U_2 = [U, R[S, U], S] = [U, V_2, S]$$

2. Stufe

$$S_{11} = [S, R[S, V_1], U] = [S, V_{11}, U] \quad S_{12} = [S, R[V_1, U], U] = [S, V^{-1}_{12}, U]$$

$$S_{21} = [S, R[S, V_2], U] = [S, V_{21}, U] \quad S_{22} = [S, R[V_2, U], U] = [S, V^{-1}_{22}, U]$$

$$U_{11} = [U, R[U, V_1], S] = [U, V_{11}, S] \quad U_{12} = [U, R[V_1, S], S] = [U, V^{-1}_{12}, S]$$

$$U_{21} = [U, R[U, V_2], S] = [U, V_{21}, S] \quad U_{21} = [U, R[V_2, S], S] = [U, V^{-1}_{21}, S]$$

3. Stufe

$$S_{111} = [S, R[S, V_{11}], U] \quad S_{112} = [S, R[V_{11}, U], U]$$

$$S_{121} = [S, R[S, V^{-1}_{12}], U] \quad S_{122} = [S, R[V^{-1}_{12}, U], U]$$

$$S_{211} = [S, R[S, V_{21}], U] \quad S_{212} = [S, R[V_{21}, U], U]$$

$$S_{221} = [S, R[S, V^{-1}_{22}], U] \quad S_{222} = [S, R[V^{-1}_{22}, U], U]$$

$$U_{111} = [U, R[U, V_{11}], S] \quad U_{112} = [U, R[V_{11}, S], S]$$

$$U_{121} = [U, R[U, V^{-1}_{12}], S] \quad U_{122} = [U, R[U^{-1}_{12}, S], S]$$

$$U_{211} = [U, R[U, V_{21}], S] \quad U_{212} = [U, R[V_{21}, S], S]$$

$$U_{211} = [U, R[U, V^{-1}_{21}], S] \quad U_{211} = [U, R[V^{-1}_{21}, S], S]$$

Durch Einsetzen erhalten wir

$$S_{111} = [S, R[S, R[S, V_1]], U]$$

$$S_{112} = [S, R[R[S, V_1], U], U]$$

$$S_{121} = [S, R[S, R[V_1, U]], U]$$

$$S_{122} = [S, R[R[V_1, U], U], U]$$

$$S_{211} = [S, R[S, R[S, V_2]], U]$$

$$S_{212} = [S, R[R[S, V_2], U], U]$$

$$S_{221} = [S, R[S, R[V_2, U]], U]$$

$$S_{222} = [S, R[R[V_2, U], U], U]$$

$$U_{111} = [U, R[U, R[U, V_1]], S]$$

$$U_{112} = [U, R[R[U, V_1], S], S]$$

$$U_{121} = [U, R[U, R[V_1, S]], S]$$

$$U_{122} = [U, R[R[V_1, S], S], S]$$

$$U_{211} = [U, R[U, R[U, V_2]], S]$$

$$U_{212} = [U, R[R[U, V_2], S], S]$$

$$U_{211} = [U, R[U, R[V_2, S]], S]$$

$$U_{211} = [U, R[R[V_2, S], S], S], \text{ usw.}$$

Man kann also diese Hierarchien theoretisch ad infinitum fortsetzen und erhält damit, in typisch mathematischer Manier, zwar eine Annäherung an die Unendlichkeit, aber diese selbst wird wegen des logischen Drittsatzes nicht erreicht, d.h. die Funktion der iterativen Randrelationen ist zur Unendlichkeit asymptotisch. Metaphysisch interpretiert, kann man durch sie also zwar nicht den Gang vom Diesseits in Jenseits (und wegen der Möglichkeit konverser Ränder auch wieder zurück) vollziehen, aber man kann diesen Gang mindestens maximal annähern, und zwar sowohl auf ontischer, logischer als auch auf semiotischer Basis.

Literatur

Toth, Alfred, Kombinatorische semiotische Ränder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Die semiotische Repräsentation qualitativer Erhaltung

1. Qualitative Erhaltung, von mir semiotisch und aus der Sicht der polykontexturalen Logik erstmals in Toth (1998) behandelt, bedeutet in ihrer einfachsten Version, daß die Kontexturgrenze im 2-wertigen aristotelischen logischen System

$$L = [P, N]$$

aufgehoben wird. Man kann sich zwar, wie zuletzt in Toth (2014a) ausgeführt, damit behelfen, daß man ein Paar von perspektivischen Systemen

$$P^* = [P, N]$$

$$N^* = [N, P]$$

definiert, wobei P^* bzw. N^* relativ zur These-Antithese-Relation von P und N die Rolle der Synthese einnehmen und so einen Wechsel von logischer 2- zu logischer 3-Wertigkeit umgehen, so daß also der Drittsatz bestehen bleibt, aber L erhält dadurch zwar keinen vermittelnden Wert zwischen ihren dichotomischen Gliedern, wird jedoch selbst Argument einer 3-wertigen Vermittlung. Kurz gesagt: Für die unvermittelte Relation von Position und Negation, Objekt und Subjekt bzw. Objekt und Zeichen ändert sich dadurch nichts. Sie bleiben, wie Kronthaler (1992) es treffend ausdrückte, einander "ewig transzendent". In Sonderheit erlaubt L im Gegensatz zum ontisch-semiotischen System-Paar

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$$\Omega^* = [\Omega, Z]$$

keine Randbildung und induziert damit auch keine Abbildung von Z^* bzw. Ω^* auf das in Toth (2014b) eingeführte Quadrupel von Randrelationen, das wir hier in seiner allgemeinsten Form für System (S) und Umgebung (U) angeben.

$$S_1^{**} = [S, R[S, U], U]$$

$$S_2^{**} = [S, R[U, S], U]$$

$$U_1^{**} = [U, R[U, S], S]$$

$$U_2^{**} = [U, R[S, U], S],$$

denn Ränder wären ja wiederum Vermittlungen, d.h. dritte Werte – et non datur tertium. Nun kann man somit zwar, indem man die Abbildungen

$$P^* \rightarrow \Omega^*$$

$$N^* \rightarrow Z^*$$

vornimmt, qualitative Erhaltung durch Randbildungen darstellen, aber auch diese Vorstellung bleibt, wie in Toth (2014c) dargestellt, im Prokrustesbett der 2-wertigen Logik bzw. der auf ihr basierenden quantitativen Mathematik stecken, denn durch die iterierte Bildung von Rändern von Rändern von Rändern ... erhält man natürlich nur eine Asymptose vom Objekt zum Zeichen bzw. vom Zeichen zum Objekt, die somit beide als Grenzwerte eines Limes-Prozesses fungieren, selbst aber auch in der Unendlichkeit nicht erreicht werden können. Man hat eine ähnliche Situation, wenn man sich einem Gartenzaun unendlich nahe nähern und ihn dennoch niemals berühren könnte. Wie Kronthaler (1986) festgestellt hatte, würde man nämlich dann - um in unserem Bild zu bleiben - wenn man den Gartenzaun tatsächlich erreicht hätte, gleichzeitig sehen, was vor bzw. hinter ihm liegt, d.h. der Zaun als ontische Entsprechung des Grenzwertes würde aufhören, in der Absolutheit der 2-wertigen Logik ein solcher zu sein.

2. Wie die obigen Ausführungen gezeigt haben, gibt es also weder logisch noch ontisch eine Möglichkeit, qualitative Erhaltung formal darzustellen, wenn man nicht bereit ist, die 2-wertige aristotelische Logik zu verlassen. Damit aber kommen wir zum Ausgangspunkt unserer Betrachtungen zurück, zur Frage, wie die semiotische Repräsentation qualitativer Erhaltung aussehen müßte. Grundsätzlich gilt selbstverständlich auch hier, daß die peirce-bensesche Semiotik selbst logisch 2-wertig ist. Das zeigt sich vor allem darin, daß der Interpretantenbezug der Zeichenrelation nur das logische Ich-Subjekt, nicht aber weitere Formen subjektaler Deixis repräsentieren kann. So muß beispielsweise im semiotischen Kommunikationsschema, das Bense (1971, S. 39 ff.) definiert hatte, der semiotische Objektbezug nach klassischer 2-wertiger Manier nicht nur das logische Es-Objekt, sondern auch das Du-Subjekt repräsentieren. Träte zusätzlich ein Er-Subjekt auf – etwa dann, wenn zwei Personen

über eine dritte Person sprechen -, so würde auch dieses vom Objektbezug repräsentiert, da in der 2-wertigen Logik alles, was nicht Ich-Subjekt ist, Objekt ist, also auch Du- und Er-Subjekte. Dies gilt nun selbst für das von Bense (1992) definierte eigenreale Dualitätssystem

$$DS_{ER} = [[3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]],$$

in dem man eine repräsentationelle Erhaltung zwischen Zeichen- und Realitätsthematik erkennen kann. Aber es handelt sich hier eben um zeichenvermittelte Realität und um realitätsvermittelte Zeichenhaftigkeit und also in Sonderheit nicht um ein Dualverhältnis zwischen Objekt und Zeichen wie in der der logischen isomorphen ontisch-semiotischen Fundamentaldichotomie. Zeichen und Objekt können also nur qua repräsentationelle Vermittlung durch Koinzidenz erhalten bleiben, aber nicht unvermittelt, d.h. präsentativ. Ferner korrespondiert weder der rhematisch-offene und logisch nicht behauptungsfähige Interpretantenbezug (3.1), noch der nicht-iconische Index (2.2) und auch nicht der gesetzmäßig-arbiträre Mittelbezug (1.3) der Vorstellung semiotischer Repräsentation qualitativer Erhaltung. Eine solche müsste dagegen einen vollständigen Interpretantenbezug (3.3), einen iconischen Objektbezug (2.1) und qualitative Mittel enthalten, anders gesagt: die reine Qualität (1.1) müsste iconisch abgebildet werden (2.1) und einen vollständigen, d.h. modelltheoretisch abgeschlossenen Konnex (3.3) bilden. Diese drei Subrelationen bilden nun allerdings kein Dualsystem der zehn definitiven peirceschen Dualsysteme

$$DS_{qualErh} = [[3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]].$$

Ferner zeigt dieses irreguläre Dualsystem keine der für Eigenrealität typischen Symmetrien, die man indessen für die semiotische Repräsentation von qualitativer Erhaltung erwarten würde. Versuchen wir also, das asymmetrische irreguläre Dualsystem in eines zu transformieren, das sowohl die Binnen- als auch die ZTh \times RTh-Symmetrie des eigenrealen Dualsystems enthält, bekommen wir als minimale die folgende semiotische Struktur

$$DS_{qualErh}^* = [[3.3, 1.1, 2.1, 1.2, 1.1, 3.3] \times [3.3, 1.1, 2.1, 1.2, 1.1, 3.3]]$$

mit den Symmetrien

[[3.3 1.1 2.1 : 1.2 1.1 3.3] :: [3.3 1.1 2.1 : 1.2 1.1 3.3]],

also entsprechend denjenigen der Eigenrealität

[[3.1 2 : 2 1.3] :: [3.1 2 : 2 1.3]].

Man kann somit DS_{qualErh^*} in Paare von Dyaden abteilen, so daß DS_{qualErh^*} zwar noch immer irregulär bleibt, aber statt über der kleinen nun über der großen, von Bense (1975, S. 101) eingeführten semiotischen Matrix erzeugbar ist

$DS_{\text{qualErh}^*} = [[[3.3, 1.1], [2.1, 1.2], [1.1, 3.3]] \times [[3.3, 1.1], [2.1, 1.2], [1.1, 3.3]]]$.

Literatur

Bense, Max Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Ist ein qualitativer semiotischer Erhaltungssatz möglich? In: Semiosis 91/92, 1998, S. 105-112

Toth, Alfred, Metasemiotische Partizipationsrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Symmetriestrukturen bei systemischen Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Hierarchien partizipativer Randrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Logische und ontische Qualität

1. Logische Qualität gibt es weder in der 2-wertigen Logik noch in der auf ihr beruhenden quantitativen Mathematik. In der auf der mehrwertigen Günther-Logik beruhenden qualitativen Mathematik Kronthalers wird Qualität als "ontologischer Ort" definiert (vgl. Kronthaler 1986, S. 34). Da ferner gilt: "Verschiedene ontologische Orte haben immer eine verschiedene Anzahl von Kenogrammen" (ibd., S. 21), werden ontologische Orte ihrerseits durch die für die polykontexturale Logik typischen Leerformen $L^2 = [\square, \square]$ als Platzhalter für die beiden 2-wertigen Wahrheitswerte W und F determiniert. L ist also die gemeinsame kenogrammatische Struktur für WW, WF, FW und FW. Da ferner höhere als binäre Logiken zugelassen sind, ist die Anzahl von ontologischen Orten qua Qualitäten unendlich, denn die "Pluralität ontologischer Orte [ermöglicht] erst die Berücksichtigung von Diskontexturalität und also in Qualitäten in der Mathematik" (ibd., S. 33).

2. Zeichen haben Orte, aber nur als konkrete, oder, wie Bense (1975, S. 94 ff.) sich ausdrückte, als "effektive" Zeichen, nicht jedoch als "virtuelle", d.h. als Zeichenrelationen. Hingegen ist die Zeichenrelation als solche qualitativ bestimmt, insofern der Mittelbezug durch die modale Möglichkeit, der Objektbezug durch die modale Wirklichkeit und der Interpretantenbezug durch die modale Notwendigkeit bestimmt werden. Allerdings bedeutet dies nicht, daß man einfach quantitative Zahlen auf (qualitative) Zeichen abzubilden braucht, um qualitative Zahlen zu erhalten, denn die peirce-bensesche Zeichenrelation – und mit ihr natürlich die Semiotik – ist logisch gesehen 2-wertig (vgl. Toth 2014a). Es ist ferner unmöglich, die Zeichen auf Kenogramme und Morphogramme qua "Kenose" zu reduzieren (vgl. Toth 2014b), und eine Polykontexturalisierung der 2-wertigen Semiotik ist ebenso sinnlos wie unnötig (vgl. Toth 2014c). Sobald nämlich Diskontexturalität zwischen einem bezeichneten Objekt und seinem bezeichnenden Zeichen eintritt, sind Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar.

3. Hingegen haben Objekte Orte, und diese inhärieren ihnen sogar, indem nämlich ein Objekt Ω für $t = \text{const.}$ sich nur an einem Ort befinden kann. Die Feststellung, daß Objekte sowohl quantitativ als auch qualitativ fungieren, ist trivial, und daher können sie sowohl in materialer als auch in objektaler

Opposition zu einander stehen. Qualität tritt bei Objekten ferner relational in der Differenz von Permanenz und Nicht-Permanenz sowie derjenigen von homogenen und heterogenen Umgebungen auf. IN SONDERHEIT BESITZEN OBJEKTE ALSO ZWAR ONTISCHE, ABER KEINE ONTOLOGISCHEN ORTE. Man sollte sich somit endgültig von der Wahnvorstellung einer metaphysischen Begründung der Realität zugunsten einer systemtheoretischen Ontik im Sinne einer Theorie wahrnehmbarer, d.h. subjektiver Objekte, wie sie seit einigen Jahren entwickelt wird, verabschieden.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Systemtheorie und semiotische Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Systemtheorie oder Morphogrammatik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Toth, Alfred, Zeichenträger und Mittelrelation als logisches Tertium In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014c

Zur Logik des Gleichheitszeichens

La libération de l'espérance est la libération totale.

Unica Zürn (Der Mann im Jasmin. Frankfurt am Main 1977, S. 56)

1. Die Gleichheitsrelation

$$a = b$$

bedeutet, daß die zu $f: a \rightarrow b$ konverse Relation $f^{-1}: b \rightarrow a$ existiert, d.h. daß

$$b = a$$

ist. Daraus folgt – wie bereits Kronthaler (1986) in anderem Zusammenhang festgestellt hatte –, daß a nichts enthalten kann, was b nicht enthält – denn es fehlt ein drittes, vermittelndes Glied (Tertium non datur), dies aber wiederum bedeutet, daß die Gleichheitsrelation eine Reflexion ist. Nochmals anders gesagt: Das Gleichheitszeichen markiert lediglich die Differenz zwischen a und b , d.h. sie gibt an, daß es sich bei der Gleichheit um eine Relation zwischen zwei Objekten handelt, während es sich bei der Identität um eine Relation an einem Objekt handelt. (M.W. hat diese Tatsache niemand so deutlich erkannt oder mindestens formuliert wie Menne [1991, S. 99].) Identität ist daher immer Selbst-Identität, d.h. die definitorische logische Eigenschaft der ontologischen Selbstgegebenheit von Objekten, die damit der Selbst-Reflexivität der Subjekte gegenübersteht. Somit bedeutet die Identitätsrelation

$$a \equiv b$$

genau dasselbe wie die Identitätsrelationen

$$a \equiv a$$

$$b \equiv b.$$

2. Ganz anders aber verhält es sich bei den von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten "Primzeichen", die er ausdrücklich als "Zeichenzahlen" verstanden haben wollte und die er daher mittels der Peano-Axiome eingeführt hatte (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.; vgl. ebenfalls Bense 1983, S. 192 ff.), denn semio-

tische Subrelationen sind als kartesische Produkte definiert, die in Form von geordneten Paaren

$$S = \langle a.b \rangle$$

notiert werden, und somit ist

$$\langle a.b \rangle \neq \langle b.a \rangle,$$

denn die triadische Zeichenzahl

$$P_{td} = (a.)$$

hat einen höheren Einbegradsgrad als die trichotomische Zeichenzahl

$$P_{tt} = (.b).$$

Somit kann man die folgenden Gleichungen aufstellen

$$S = \langle a.b \rangle = [a[b]]$$

$$S = \langle b.a \rangle = [b[a]].$$

S bekommt damit aber die Form selbsteinbettender Systeme, die seit Toth (2012) durch

$$S^* = [S, U]$$

$$U^* = [U, S]$$

definiert sind, und diese Definition wiederum ist ontisch isomorph zur semiotischen Definition der Zeichenrelation, die Bense (1979, S. 53) gegeben hatte

$$Z = R(M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

und die Bense explizit als "Relation über Relationen" (ibid.) bezeichnet hatte.

3. Damit setzen Zeichenzahlen allerdings ein Tertium datur in Form eines Einbettungsoperator E voraus, der, auf die Menge der Zeichenzahlen

$$P = (1, 2, 3)$$

angewandt, entscheidet, ob ein Element aus P Teilmenge von P_{td} oder von P_{tt} ist. Dieser Schluß hat nun die erstaunliche weitere Konsequenz, daß die immer

wieder behauptete "Selbstdualität" der sogenannten "genuinen" Subrelationen (1.1), (2.2) und (3.3) überhaupt nicht existiert, denn vermöge S haben wir ja

$$(1.1) = [1[1]]$$

$$(2.2) = [2[2]]$$

$$(3.3) = [3[3]],$$

und die zugehörigen Dualitätsrelationen sind

$$\times[1[1]] \neq [[1]1]$$

$$\times[2[2]] \neq [[2]2]$$

$$\times[3[3]] \neq [[3]3],$$

d.h. es gelten für $S = \langle a.b \rangle$ nicht nur die trivialen Ungleichungen für $a \neq b$, d.h. für Verschiedenheit, sondern auch für $a = a$ bzw. $b = b$, d.h. für Gleichheit. In Sonderheit folgt daraus, daß es keine semiotische Identität und damit auch keine Selbstidentität der Dualität von Repräsentationsschemata, d.h. keine von Bense (1981, S. 155; 1992) so genannte Eigenrealität, gibt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Dualisation und Trialisation

1. Bekanntlich erscheint das Zeichen in der benseschen Semiotik seit der Unterscheidung von Zeichenthematik und Realitätsthematik in verdoppelter Form (vgl. bereits Bense 1975, S. 100 ff.), wobei die beiden Thematiken einander rekursiv definieren, und diese Definition geschieht durch einen Dualisationsoperator, so daß also das Zeichen als Relation die beiden Formen

$$ZTh = \times[RTh]$$

$$RTh = \times[ZTh]$$

annimmt (vgl. Bense 1981, S. 105). Das bedeutet, daß eine Zeichenthematik der allgemeinen Form

$$ZTh = [3.a, 2.b, 1.c]$$

durch Dualisation zunächst in ihre koordinierte Realitätsthematik

$$\times[3.a, 2.b, 1.c] = [c.1, b.2, a.3]$$

und durch doppelte Dualisation

$$\times\times[3.a, 2.b, 1.c] = \times[c.1, b.2, a.3] = [3.a, 2.b, 1.c]$$

wieder in ihre Zeichenthematik transformiert wird. D.h., der Dualisationsoperator folgt der logisch 2-wertigen Basis der Semiotik. Dies gilt selbst für den einzigen Fall, bei dem Zeichen- und Realitätsthematik die gleiche Form aufweisen

$$\times[3.1, 2.2, 1.3] = [3.1, 2.2, 1.3],$$

dessen strukturelle Eigenschaft Bense mit "Eigenrealität" bezeichnet hatte (Bense 1992).

2. Der semiotische Dualisationsoperator fungiert also genau gleich wie der logische Negationsoperator, bei dem doppelte Anwendung den Operanden unverändert läßt

$$N(W) = F$$

$$NN(W) = W$$

$$NN(F) = F.$$

Daraus folgt, daß dreifache Anwendung beider Operatoren dasselbe Operatum erzeugen wie die einfache Anwendung. Indessen hatte bereits Kronthaler (1992) gefordert, daß eine Semiotik, in der Zeichen und Objekt vermittelt wären, d.h. in einer nicht-aristotelischen Semiotik, in der das Gesetz des Tertium non datur aufgehoben ist, nicht Dualisation, sondern Trialisation zu erwarten wäre. Ich möchte ergänzen, daß die Dualisation auch im Rahmen der 2-wertigen Semiotik nicht zur 3-adizität der Zeichenrelation paßt, in Sonderheit deswegen nicht, weil die durch Dualisation aus den Zeichenthematiken erzeugten Realitätsthematiken selbst wiederum eine dyadische und – außer im Falle der erwähnten Eigenrealität – also keine zu erwartende triadische Realität thematisieren, vgl. z.B.

$$\times[3.1, 2.1, 1.3] = [3.1, \underline{1.2}, \underline{1.3}]$$

$$\times[3.1, 2.3, 1.3] = [\underline{3.1}, \underline{3.2}, 1.3].$$

Im ersten Beispiel thematisiert ein Paar von Mittelrelationen eine Interpretantenrelation, im zweiten Beispiel liegt die dazu konverse Thematisationsstruktur vor, d.h. die durch Realitätsthematiken thematisierten strukturellen Realitäten sind dyadisch, aber die durch ihre rekursiv definierten Zeichenthematiken repräsentierten Realitäten sind triadisch!

3. Im folgenden zeige ich, daß man nicht einmal den Boden der 2-wertigen Logik verlassen muß, um die strukturell zur Semiotik passende Trialisierung zu erzeugen. Ferner wird durch das im folgenden gezeigte Verfahren die Dualisierung nicht ausgeschlossen, sondern zu einer Teil-Transformation der Trialisierung.

3.1. Bense hatte die später von ihm auch "Primzeichen" (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) genannten "Zeichenzahlen" $P = (1, 2, 3)$ mit Hilfe der Peano-Axiome eingeführt (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.).

3.2. Da semiotische Subrelationen (aus deren Konkatenation die Zeichenthematiken hergestellt werden, vgl. Walther 1979, S. 79) als kartesische Produkte aus P definiert sind, haben sie die Form

$$S = \langle a.b \rangle,$$

und es ist somit zwischen triadischen und trichotomischen Zeichenzahlen

$$P_{td} = \{a.\}$$

$$P_{tt} = \{.b\},$$

oder, wie man sich in der Stuttgarter Schule ausdrückte, zwischen P als Haupt- und P als Stellenwert zu unterscheiden. Dualisation fungiert somit durch 2-wertigen hierarchischen Austausch von P_{td} und P_{tt} .

3.3. Allerdings bedeutet die Unterscheidung von Haupt- und Stellenwerten von P, daß P_{td} und P_{tt} in verschiedenen semiotischen Einbettungsstufen erscheinen, d.h. es ist

$$S = \langle a.b \rangle = [a, [b]].$$

Dualisiert man nun

$$\times[a, [b]] = [[b], a]$$

$$\times\times[a, [b]] = \times[[b], a] = [a, [b]],$$

so hat man die Einbettungsstufen

$$[[a], b]$$

$$[b, [a]]$$

übersprungen. Z.B. hat (3.1) in Einbettungsnotation also die folgenden vier Formen

$$[3, [1]], [[1], 3], [1, [3]], [[3], 1],$$

deren Zusammenhang eine Trialisierung erfordert, die zwei Dualisierungen enthält. Als Zeichen für Trialisierung verwenden wir \otimes .

$$[[3, [1]] \times [[1], 3] \otimes [[1, [3]], [[3], 1]]].$$

3.4. Da die triadische Zeichenrelation von Bense (1979, S. 53) in der folgendermaßen kategoriethetisch notierbaren Form eingeführt worden war

$$Z = [M \rightarrow [[M \rightarrow O] \rightarrow [M \rightarrow O \rightarrow I]]],$$

können wir sie in expliziter Form als

$$Z = [[1.c] \rightarrow [[[1.c] \rightarrow [2.b]] \rightarrow [[1.c] \rightarrow [2.b] \rightarrow [3.a]]]]$$

und in Einbettungsnotation als

$$Z = [[1, [c]] \rightarrow [[[1, [c]] \rightarrow [2, [b]]] \rightarrow [[1, [c]] \rightarrow [2, [b]] \rightarrow [3, [a]]]]]$$

darstellen. Wir bekommen somit durch Dualisation

$$\times [[1, [c]] \rightarrow [[[1, [c]] \rightarrow [2, [b]]] \rightarrow [[1, [c]] \rightarrow [2, [b]] \rightarrow [3, [a]]]]] =$$

$$[[[[[a], 3] \rightarrow [[b], 2] \rightarrow [[c], 1]] \rightarrow [[[b], 2] \rightarrow [[c], 1]]] \rightarrow [[c], 1]]$$

und durch Trialisation

$$\otimes [[1, [c]] \rightarrow [[[1, [c]] \rightarrow [2, [b]]] \rightarrow [[1, [c]] \rightarrow [2, [b]] \rightarrow [3, [a]]]]] =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [[1, [c]] \rightarrow [[[1, [c]] \rightarrow [2, [b]]] \rightarrow [[1, [c]] \rightarrow [2, [b]] \rightarrow [3, [a]]]] \\ [[[[[a], 3] \rightarrow [[b], 2] \rightarrow [[c], 1]] \rightarrow [[[b], 2] \rightarrow [[c], 1]]] \rightarrow [[c], 1]] \\ [[c], 1] \rightarrow [[[1, [c]] \rightarrow [2, [b]]] \rightarrow [[1, [c]] \rightarrow [2, [b]] \rightarrow [3, [a]]]] \\ [3, [a]] \rightarrow [[b], 2] \rightarrow [[c], 1] \rightarrow [[[b], 2] \rightarrow [[c], 1]] \rightarrow [1, [c]] \end{array} \right.$$

mit zwei Dualisationen als Teiltransformationen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Einbettungsoperatoren

1. Die 2-wertige aristotelische Logik beruht auf einer heterarchischen Austauschrelation der Form

$$L = [P, N]$$

$$L = [N, P],$$

denn für die der Position (P) und der Negation (N) zugeordneten Wahrheitswerte W und F gilt bekanntlich

$$\neg W = F$$

$$\neg \neg W = W$$

$$\neg \neg F = F.^{10}$$

Daher läßt sich der Negationsoperator als 2-wertiger Reflektor

$$\times W = F$$

$$\times F = W$$

darstellen.

2. In Sonderheit verbietet also der logische Drittsatz nicht nur die Existenz eines dritten logischen Wertes, sondern auch hierarchische Austauschrelationen der Form

$$W^* = [W, F]$$

$$F^* = [F, W].$$

Läßt man nämlich Selbstenthaltung zu – dazu muß das Fundierungsaxiom der Zermelo-Fraenkelschen Mengentheorie außer Kraft gesetzt werden –, dann bekommen wir statt einer doppelten eine vierfache Opposition

$$L = [P, [N]]$$

¹⁰ Die Antwort auf Wittgensteins Frage (Tractatus 5.44), ob im Ausdruck $\neg \neg p$ p bejaht oder $\neg p$ verneint wird, lautet natürlich, daß sich doppelte 2-wertige Operatoren selbst aufheben, vgl. die Körperaddition $1 + 1 = +(1, 1) = 0$.

$$L = [[P], N]$$

$$L = [N, [P]]$$

$$L = [[N], P]$$

und also

$$W^* = [W, [F]]$$

$$W^* = [[W], F]$$

$$F^* = [F, [W]]$$

$$F^* = [[F], W].$$

Ganz offensichtlich sind diese Strukturen, die nur mit den zwei logischen Werten W und F operieren, dennoch nicht 2-wertig, denn ein bislang undefinierter, rechtsmehrdeutiger Einbettungsoperator

$$E := [x, y] \rightarrow \{[x, [y]], [[x], y], [y, [x]], [[y], x]\}$$

fungiert quasi anstelle eines dritten logisches Wertes, indem er ein Tertium datur in die 2-wertige aristotelische Logik einführt. Da die Logik für jeden dyadischen Operator "Wertfunktionen", richtig: Kombinationen von Wahrheitswerten (WW , WF , FW , FF) kennt, ordnet also der Einbettungsoperator E diesen Wertkombinationen folgende Strukturen für jede der 16 dyadischen logischen Operatoren zu

$$E(WW) \rightarrow \{[W, [W]], [[W], W]\}$$

$$E(WF) \rightarrow \{[W, [F]], [[W], F], [F, [W]], [[F], W]\}$$

$$E(FW) \rightarrow \{[F, [W]], [[F], W], [W, [F]], [[W], F]\}$$

$$E(FF) \rightarrow \{[F, [F]], [[F], F]\}.$$

3. Daß die Einführung eines Einbettungsoperators zur relationalen, aber nicht materialen Erzeugung von logischer Mehrwertigkeit qua Aufhebung des Tertium non datur-Gesetzes von größter Bedeutung für die Arithmetik ist, die ja natürlich auf der 2-wertigen Logik beruht, dürfte unmittelbar einleuchten. Nehmen wir als Beispiel

$N = (1, 2, 3),$

d.h. den Anfang der natürlichen Zahlen, der vermöge der Peano-Axiome in der Form

$N = (|, ||, |||)$

darstellbar ist, weshalb Günther (1991) von der "totalen Relationslosigkeit" der Zahl gesprochen hatte. Da Bense (1975, S. 167 ff.) die Zeichenzahlen, später auch "Primzeichen" genannt (Bense 1981, S. 17 ff.) explizit mit Hilfe der Peano-Axiome eingeführt hatte, widerspricht diese Einführung der späteren Definition Benses (1979, S. 53), die Mengeninklusionsketten der Form

$Z = (1 \subset 2 \subset 3)$

voraussetzt. (Die semiotische Drittheit schließt Zweit- und Erstheit, und die Zweitheit schließt Erstheit ein. Bense, a.a.O., sprach daher ausdrücklich vom Zeichen als einer "Relation über Relationen".) Es gilt somit selbstverständlich

$N \neq Z,$

d.h. die Zeichenzahlen sind NICHT mit Hilfe der Peano-Axiome einföhrbar, da für natürliche Zahlen keine Mengeninklusionen gelten. Jede natürliche Zahl $n > 1$ besitzt lediglich einen Vorgänger $V(n) = (n-1)$ und einen Nachfolger $N(n) = (n+1)$, schließt aber keineswegs die Menge aller ihrer Vorgänger ein, wie dies die Zeichenzahlen tun. Bense selbst (1981, S. 26) hatte zwar den Begriff der Relationszahl nur für die drittheitlich fungierende Zeichenzahlen reserviert, aber selbstverständlich stellen alle drei Zeichenzahlen Relationszahlen dar, die somit von Peanozahlen strikt zu trennen sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik. 3. Aufl.
Hamburg 1991

Logische Einbettungen

1. Den mythologischen Schöpfungsprozeß des Alten Testamentes, den Günther (1980, S. 14 ff.) im Rahmen der polykontexturalen Logik detailliert dargestellt hatte, gipfelt im bemerkenswerten Satz: "Das Du ist abgeleitetes und vermitteltes Subjektsein" (1980, S. 27).

2.1. Wenn wir davon ausgehen, daß am Anfang der Schöpfung der Schöpfergott als Subjekt steht, dann ist dieses logisch gesehen natürlich ein Ich-Subjekt, und seine Geschöpfe bilden relativ zu ihm die Menge der Du-Subjekte. Der gүнthersche Satz bedeutet nun aber, daß eine simple, der Basisrelation der aristotelischen Logik isomorphe dichotomische Relation

$$S = [S_{\text{ich}}, S_{\text{du}}]$$

ebenso falsch wie sinnlos wäre. Falsch ist S deshalb, weil Ich- und Du-Subjekt in S nicht vermittelt sind, sinnlos ist S, weil daraus folgt, daß Schöpfer und Geschöpf einander ebenbürtig sind, was angesichts der Allmacht des Schöpfergottes klarerweise falsch ist.

2.2. In Toth (2014) war daher vorgeschlagen worden, anstatt einen künstlichen dritten Wert in die 2-wertige Logik einzuschmuggeln, das Tertium-Gesetz durch Anwendung eines Einbettungsoperator E zu eliminieren. Damit bekommen wir

$$E(S) = [S_{\text{ich}}, [S_{\text{du}}]]$$

oder

$$E(S) = [[S_{\text{ich}}], S_{\text{du}}].$$

Beide Fälle stellen also Vermittlung durch Ersetzung der heterarchischen Austauschrelation in S durch die hierarchischen Austauschrelationen in E(S) dar. Der erste Fall ist derjenige der Bibel. Der zweite Fall würde bedeuten, daß Gott den Menschen an seine Stelle setzt – und selbst zum Menschen wird.

2.3. Noch interessanter als diese Ergebnisse ist auf theoretischem Boden, daß beide Formen von E(S) isomorph sind anderen hierarchischen Einbettungen, die man durch Selbsteinbettungen definieren kann, wie z.B. diejenige zwischen

Subjekt und Objekt. Denn obwohl die logische Position die Objekt- und die logische Negation die Subjektposition in der zu S isomorphen Relation

$$L = [P, N]$$

einnimmt, kontrastiert darin die Selbstgegebenheit des Objektes mit der Selbstreflexivität des Subjektes, d.h. das Subjekt ist transzendental, das Objekt ist es nicht, und somit besteht wiederum ein "Reflexionsgefälle" zwischen Objekt und Subjekt bzw. Position und Negation, wie wir es zuvor zwischen subjektivem und objektivem Subjekt, d.h. Ich- und Du-Subjekt, hatten. Das bedeutet, daß wir erneut zwei mögliche Formen bekommen

$$E(L) = [\Omega, [\Sigma]]$$

oder

$$E(L) = [[\Sigma], \Omega],$$

d.h. es ist $E(S) \cong E(L)$.

2.4. Schließlich bemerken wir, daß der Einbettungsoperator, der quasi ein relationales statt eines materialen Tertiums in S und L einführt, mit den beiden Paaren von Formen noch unvollständig angewandt ist, denn wir haben sowohl für E(S) als auch für E(L) jeweils ein Quadrupel von hierarchischen Austauschrelationen

$$E(S) = [S_{ich}, [S_{du}]] \quad E(L) = [\Omega, [\Sigma]]$$

$$E(S) = [[S_{ich}], S_{du}] \quad E(L) = [[\Omega], \Sigma]$$

$$E(S) = [S_{du}, [S_{ich}]] \quad E(L) = [\Sigma, [\Omega]]$$

$$E(S) = [[S_{du}], S_{ich}] \quad E(L) = [[\Sigma], \Omega].$$

Da ferner die E(S) Subjektspezifikationen der einen S-Position in den E(L) sind, können wir somit die E(S) und die E(L) zu triadischen Einbettungsrelationen kombinieren

$$E(L) = [\Omega, [[S_{ich}, [S_{du}]]]] \quad E(L) = [[\Omega], [S_{ich}, [S_{du}]]]$$

$$E(L) = [\Omega, [[[S_{ich}], S_{du}]]] \quad E(L) = [[\Omega], [[S_{ich}], S_{du}]]$$

$$E(L) = [\Omega, [[S_{du}, [S_{ich}]]]] \quad E(L) = [[\Omega], [S_{du}, [S_{ich}]]]$$

$$E(L) = [\Omega, [[[S_{du}], S_{ich}]]]$$

$$E(L) = [[[\Omega], [[S_{du}], S_{ich}]]]$$

$$E(L) = [[S_{ich}, [S_{du}]], [\Omega]]$$

$$E(L) = [[[S_{ich}, [S_{du}]]], \Omega]$$

$$E(L) = [[[S_{ich}], S_{du}], [\Omega]]$$

$$E(L) = [[[[S_{ich}], S_{du}]], \Omega]$$

$$E(L) = [[S_{du}, [S_{ich}]], [\Omega]]$$

$$E(L) = [[[S_{du}, [S_{ich}]]], \Omega]$$

$$E(L) = [[[S_{du}], S_{ich}], [\Omega]]$$

$$E(L) = [[[[S_{du}], S_{ich}]], \Omega].$$

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Austauschrelationen und Einbettungsrelationen

1. Ich möchte im Anschluß an Toth (2014a) nochmals auf den folgenden Paragraphen im "Tractatus" Wittgensteins (5.5352) zurückkommen: "Ebenso wollte man 'Es gibt keine Dinge' ausdrücken durch ' $\neg(\exists x). x = x$ '. Aber selbst wenn dies ein Satz wäre, - wäre er nicht auch wahr, wenn es zwar 'Dinge gäbe', aber diese nicht mit sich selbst identisch wären?"

2. Ein Fundamentaldefekt der Semiotik (vgl. bereits Toth 2014b) besteht darin, daß zwar die semiotische Dichotomie von Objekt und Zeichen

$$A = [O, Z]$$

der logischen von Position und Negation

$$L = [P, N]$$

folgt, daß diese Austauschrelation A aber weder für die Subzeichen

$$S = \langle a.b \rangle$$

noch für die aus ihnen konkatenierten Zeichenklassen gilt (vgl. Bense 1979, S. 53)

$$Zkl = \langle M, \langle \langle M, O \rangle, \langle M, O, I \rangle \rangle \rangle,$$

denn sowohl bei S als auch bei Zkl handelt es sich im Gegensatz zu $A \cong L$ nicht um Austausch-, sondern um Einbettungsrelationen. Wir haben damit also für $S = \langle a.b \rangle$

$$S_1 = [a, [b]] \quad S_2 = [[b], a]$$

$$S_3 = [[a], b] \quad S_4 = [b, [a]],$$

und für Zkl gilt somit

$$Zkl = [M, [[M, [O]], [M, [[O], [I]]]]].$$

3. Die Frage, die sich nun stellt, ist allerdings die: Gelten wirklich nur für die Semiotik, nicht aber für die Logik hierarchische Einbettungsrelationen anstatt heterarchischer Austauschrelationen? Setzt man nämlich für die S_i die beiden logischen Wahrheitswerte W und F ein, bekommt man ebenfalls ein Quadrupel logischer Strukturen

$$L_1 = [W, [F]] \quad L_2 = [[F], W]$$

$$L_3 = [[W], F] \quad L_4 = [F, [W]].$$

Abwegig ist diese Idee keineswegs, denn bekanntlich ist in $L = [P, N]$ nur die Position designiert – und zwar durch W -, während die Negation als durch F nicht-designiert erscheint. Günther sprach daher von einem "Reflexionsgefälle" zwischen designierten und nicht-designierten logischen Werten. Das Problem besteht allerdings darin, daß wir in den L_i zwar immer noch zwei Werte haben, daß aber der in Toth (2014c) eingeführte Einbettungsoperator qua Einbettung quasi ein relationales Tertium einführt, das nicht nur die Über- bzw. Unterordnung zwischen W und F , sondern auch deren lineare Ordnung erwirkt, denn die L_i stehen selbstverständlich paarweise in Ungleichheitsrelation, und kein L_i ist isomorph mit den Relationen $[W, F]$ oder $[F, W]$. Wir stehen somit vor den Grundlagen einer völlig neuen Logik, die weder einen materialen dritten Wert annimmt noch ein polykontexturales Verbundsystem 2-wertiger Logiken wie die Günther-Logik (vgl. Günther 1976-80) darstellt. Eine solche Logik wäre qua ($L_i \cong S_i$) mit der Semiotik isomorph. Ferner stehen die bereits in früheren Arbeiten vorgeschlagenen Definitionen durch Selbsteinbettung

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$$\Omega^* = [\Omega, Z]$$

nun nicht mehr im Widerspruch mit den Definitionen von S und von Zkl , denn es ist

$$Z^*_1 = [Z, [\Omega]] \quad Z^*_2 = [[\Omega], Z]$$

$$Z^*_3 = [\Omega, [Z]] \quad Z^*_4 = [[Z], \Omega].$$

$$\Omega^*_1 = [\Omega, [Z]] \quad \Omega^*_2 = [[Z], \Omega]$$

$$\Omega^*_3 = [Z, [\Omega]] \quad \Omega^*_4 = [[\Omega], Z]$$

mit

$$Z^*_1 = \Omega^*_3$$

$$Z^*_2 = \Omega^*_4$$

$$Z^*_3 = \Omega^*_1$$

$$Z^*_4 = \Omega^*_2.$$

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Nicht-selbstidentische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Der semiotische Fundamentaldefekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980

Das Objekt als Grenze des semiotischen Universums

1. Nach Toth (2014a) kann man die Tatsache, daß sich Zeichen und Objekt wechselseitig transzendent sind, durch die beiden Austauschrelationen

$$A = [Z, \Omega]$$

$$A^{-1} = [\Omega, Z]$$

ausdrücken, die man genauso wenig zur Deckung bringen kann wie z.B. im dreidimensionalen Raum die rechte und die linke Hand. Während aber bei Objekten eine zusätzliche Raumdimension genügt, um Chiralität zu überwinden, erfordert die Aufhebung der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt, wie besonders Kronthaler (1992) gezeigt hatte, die Aufgabe der Grundgesetze des Denkens, welche das Fundament der 2-wertigen aristotelischen Logik bilden, in Sonderheit des logischen Drittsatzes. Somit hat in einer Semiotik, die auf der aristotelischen Logik beruht, das Objekt genauso keinen Platz wie das Zeichen in einer 2-wertigen aristotelischen Ontik keinen Platz hat. Das Objekt bildet somit eine Grenze des semiotischen Universums und das Zeichen bildet somit eine Grenze des ontischen Universums.

2. Allerdings kann man, wie in Toth (2014b) gezeigt, Zeichen und Objekt so in funktionale Abhängigkeit voneinander setzen, daß sie nicht mehr, wie in A und in A^{-1} , einander koordiniert, sondern einander sub- bzw. superordiniert sind. Durch Anwendung eines Einbettungsoperators erhält man aus A und A^{-1} das folgende Quadrupel von Einbettungsrelationen von Z und von Ω

$$A_1 = [Z, [\Omega]] \quad A_1^{-1} = [[\Omega], Z]$$

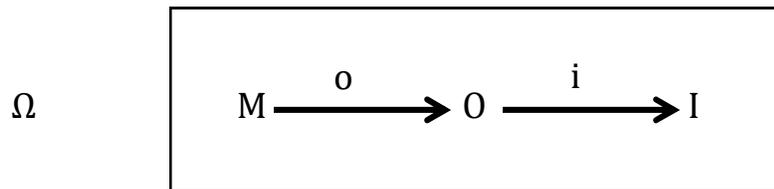
$$A_2 = [\Omega, [A]] \quad A_2^{-1} = [[A], \Omega],$$

d.h. der Einbettungsoperator erwirkt zwar kein Tertium in der Form eines dritten, neben Z und Ω bestehenden "Wertes", aber ein relationales Tertium, indem er die zwei Austauschrelationen A und A^{-1} in die vier Einbettungsrelationen A_1 , A_1^{-1} , A_2 und A_2^{-1} transformiert. Sowohl Objekt als auch Zeichen, die sich zueinander wie These und Antithese verhalten, gehören somit nun einem System an, das wie eine Synthese sie beide enthält und die man abgekürzt durch

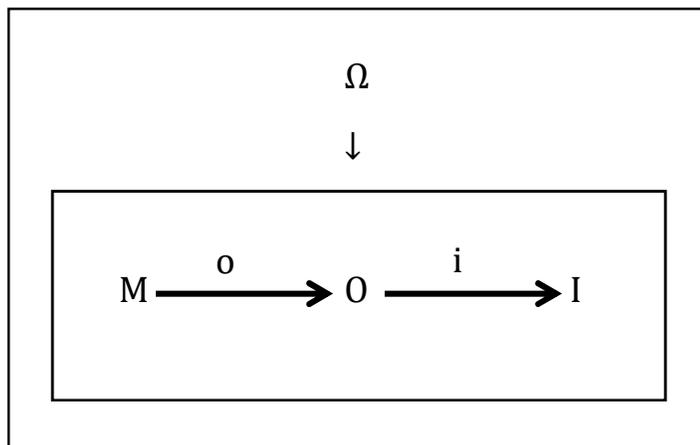
$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$$\Omega^* = [\Omega, Z]$$

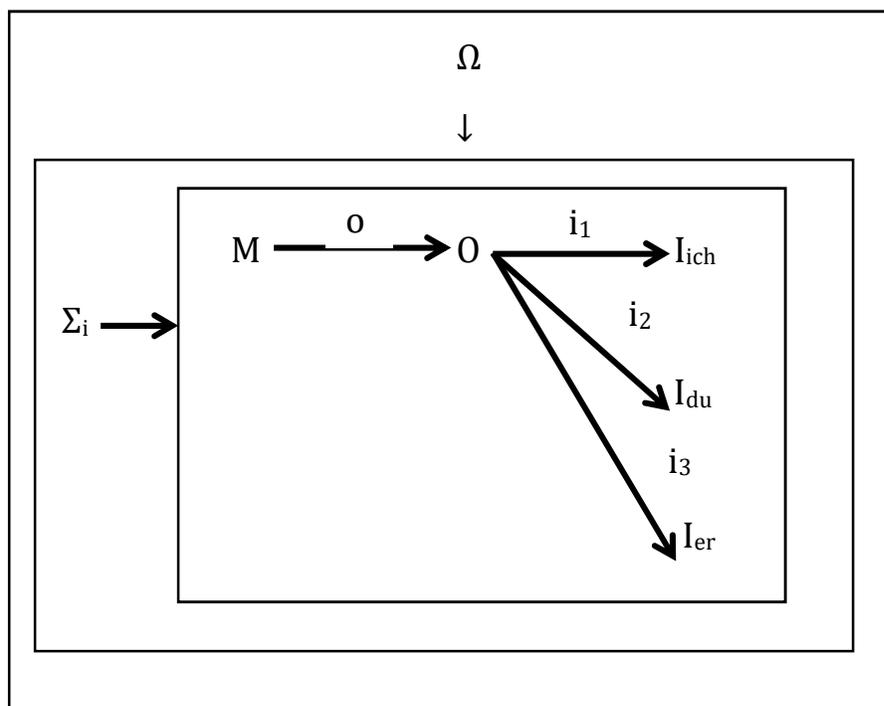
definieren kann. Dadurch verwandelt sich also der semiotische Automat, der der peirceschen Zeichendefinition korrespondiert (vgl. Bense 1975, S. 42 f.)



in einen semiotischen Automaten der Form



3. Man beachte, daß diese Transformation vermöge Toth (2014a) unabhängig von der Existenz eines oder mehrerer Beobachter-Subjekte ist, denn die Relation zwischen Beobachtersubjekt und semiotischem Universum ist keineswegs transzendent, in Sonderheit verläuft also keine Kontexturgrenze zwischen beiden, denn das Beobachtersubjekt kann bei vollständiger Ich-Du-Er-Deixis auch nur wiederum ein Er-deiktisches sein. Deswegen ist es möglich, das Beobachtersubjekt ins semiotische Universum einzuschließen und ein weiteres beobachtetes System zu konstruieren, usw. Wir haben somit folgendes Modelle für ein kybernetisches semiotisches System 1. Ordnung (analog dazu für Systeme 2. Ordnung, vgl. Toth 2014a).



Literatur

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Das Subjekt als Grenze der Welt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Der semiotische Fundamentaldefekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Logische Designation und Einbettung

1. Die aristotelische Logik beruht auf vier sog. Grundgesetzen des Denkens – zu den folgenden drei, welche die 2-Wertigkeit dieser Logik verbürgen, kommt noch der Satz vom Grunde, der dazu dient, Zirkelschlüsse auszuschließen und für unser Anliegen im folgenden ohne Belang ist.

Satz der Identität: $p \equiv p$.

Satz vom Widerspruch: $\neg (p \wedge \neg p)$

Satz vom ausgeschlossenen Dritten: $p \vee \neg p$.

2. Man kann somit die 2-wertige aristotelische Logik als System der folgenden Form notieren (mit P = Position und N = Negation)

$L = [P, N]$

notieren. Nun gilt jedoch für P und N: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht" (Günther 2000, S. 230 f.). Diese Ansicht wird selbst von Wittgenstein vertreten: "p und $\neg p$ haben entgegengesetzten Sinn, aber es entspricht ihnen eine und dieselbe Wirklichkeit" (Tractatus, 4.0621). Das bedeutet also, daß die folgende Gleichung gilt

$L = [P, N] = [N, P]$.

3. Um zu vermeiden, daß somit $L = L^{-1}$ ist, behilft sich die 2-wertige Logik einer Art von Trick: "Die klassische Tradition der Logik setzt voraus, daß eine totale Disjunktion zwischen Subjekt und Objekt, zwischen Bewußtseinsprozeß und Bewußtseinsinhalt, also zwischen Reflexion und reflexionslosem Sein existiert. Dieser Dichotomie entspricht die zweiwertige Logik, der der eine Wert als positiv und der andere als negativ betrachtet wird. Diese Unterscheidung fällt in der klassischen Theorie mit der zwischen designierendem und designationsfreiem Wert zusammen. Der positive Wert ist immer zugleich der

designierende. Und der designationsfreie Wert ist der Index der Subjektivität, die sich aus dem Bild dieses Seins ausgeschlossen hat" (Günther 1980, S. 140).

4. Die Abbildung logischer Designation auf P und logischer Nicht-Designation auf N ist somit innerhalb der aristotelischen Logik völlig willkürlich. Man kann sie allerdings formal einwandfrei definieren, und zwar mit Hilfe des in Toth (2014) eingeführten Einbettungsoperators E. Angewandt auf L, definiert dieser das "thematische Gefälle" zwischen Designation und Nicht-Designation als Einbettungsrelation.

$$E_1(L) = [P, [N]].$$

$$E_2(L) = [[P], N]$$

Aus den linearen Ordnungen $L = [P, N]$ und $L = [N, P]$ sind damit zwei nicht-lineare Ordnungen entstanden. Wegen der Möglichkeit, daß P und N zusätzlich ihre Positionen vertauschen können, ist dieses Paar jedoch nicht vollständig, denn wir bekommen zusätzlich

$$E_3(L) = [N, [P]]$$

$$E_4(L) = [[N], P],$$

d.h. die pseudo-heterarchischen¹¹ Ordnungen $L = [P, N]$ und $L = [N, P]$, die in Wahrheit wegen der Abbildung der positiven Designation auf P und der negativen Nicht-Designation auf N selbst eine Nicht-Linearität in linearem Gewande darstellt, werden nun auf ein Quadrupel der Form

$$E_1(L) = [P, [N]] \quad E^{-1}_1(L) = [[N], P]$$

$$E_2(L) = [[P], N] \quad E^{-1}_2(L) = [N, [P]]$$

Damit stellt wegen $W \rightarrow P$ und $F \rightarrow N$ auch das entsprechende System der Ordnung der Wahrheitswerte $V = [W, F]$ und $V = [F, W]$ ein Quadrupel dar

¹¹ Günther argumentiert umgekehrt: Er geht wegen der Bijektion der Abbildung von designiertem Wert $W \rightarrow P$ und nicht-designiertem Wert $F \rightarrow N$ davon aus, daß $L = [P, N]$ und $L = [N, P]$ hierarchische Ordnungen sind. Tatsächlich sind sie aber rein formal gesehen natürlich heterarchisch, weil L ja als Zwillingenordnung auftritt, dies liegt wiederum daran, daß die Designationsabbildung in der aristotelischen Logik ja nicht formal eingeführt wird. Dieser Unterschied der Argumentation ist aber für die unsere völlig ohne Belang.

$$E_1(L) = [W, [F]] \quad E^{-1}_1(L) = [[F], W]$$

$$E_2(L) = [[W], F] \quad E^{-1}_2(L) = [F, [W]].$$

Wir haben somit ohne Einführung eines dritten Wertes neben W und F, d.h. ohne einen der drei die 2-wertige Logik garantierenden Grundgesetze durch Anwendung von E auf L diese Grundgesetze selbst außer Kraft gesetzt, denn in Sonderheit gelten nun zwar

$$\neg [W, [F]] = [[F], W]$$

$$\neg [[W], F] = [F, [W]]$$

aber es ist

$$\neg [W, [F]] \neq [F, [W]]$$

$$\neg [[W], F] \neq [[F], W].$$

Da somit alle vier Einbettungsrelationen paarweise verschieden sind, sind mit dem Drittsatz auch der Identitätssatz und der Widerspruchssatz außer Kraft gesetzt. Der Einbettungsoperator E führt somit eine Art von relationalem Tertium in die 2-wertige aristotelische Logik ein, ohne ein materiales Tertium als dritten Wert zu benötigen.

5. Wir stehen somit vor einer völlig neuen Logik, denn wir haben nun eine Abbildung

$$e: [W, F] \rightarrow [[W, [F]], [[F], W], [[W], F], [F, [W]]],$$

und somit müssen nicht nur die monadischen, sondern auch alle höheren Wahrheitswertfunktoren, in Sonderheit also die 16 dyadischen (vgl. z.B. Menne 1991, S. 34 f.) redefiniert werden. Z.B. muß die Konjunktionsfunktion

p	q	p ∧ q
W	W	W
W	F	F
F	W	F
F	F	F

durch die folgende neue Konjunktionsfunktion ersetzt werden

p	q	$p \wedge q$
W	[W]	
[W]	W	
W	[F]	
[W]	F	
F	[W]	
[F]	W	
F	[F]	
[F]	F	

wobei die Werte von $(p \wedge q)$ vorderhand noch völlig unklar sind, denn jede Argumentstruktur der nunmehr 8 anstatt 4 Ordnungen besagt ja zweierlei: 1. welcher der beiden Werte W und F designiert und welcher nicht-designiert ist, und 2. in welcher Ordnung designierte und nicht-designierte Werte stehen, und nur das Letztere wird durch die 4 Ordnungen der aristotelischen Wahrheitswertfunktionen ausgedrückt. Z.B ist also in den Strukturen [W, [W]] und [[W], W] W zwar in beiden Fällen im Widerspruch zur 2-Wertigkeit der aristotelischen Logik sowohl designiert als auch nicht-designiert, aber im ersten Falle ist designiertes W dem nicht-designierten W hierarchisch über-, im zweiten Falle aber untergeordnet.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980

Kontexturierung von Orten

1. Jedes Objekt ist ortsfunktional (vgl. Toth 2014a)

$$\Omega = f(\omega),$$

d.h. erstens muß ein Objekt einen Ort haben und zweitens kann es bei konstanter Zeit nur einen einzigen Ort haben. Diese Definition schließt also in Sonderheit nicht aus, daß es Orte gibt, an denen keine Objekte sind. Wenn sie also nicht via Plazierung, also z.B. durch Systembelegung (vgl. Toth 2012) ontisch thetisch gesetzt werden (vgl. Toth 2014b), dann liegt auf jeden Fall ein Verstoß gegen die 2-wertige aristotelische Logik vor, die natürlich nicht nur der Semiotik, sondern auch der ihr zur Seite gestellten Ontik zugrunde liegt. Das wohl bekannteste Beispiel der Weltliteratur findet sich bei Lewis Carroll in der Szene mit Alice und dem Roten König, die Gotthard Günther wie folgt kommentierte: "No matter how loud the discourse between Alice and the Tweedle brothers may get, it will not wake the Red King, because the existence or mode of Reality of Alice and the Twins is discontextural with the physical body of the King who is – or seems at least – to be lying in front of them in the grass" (Günther 1979, S. 253).

Im folgenden stützen wir uns auf das Werk Oskar Panizzas (vgl. Panizza 1981) und unterscheiden drei ontische Typen kontexturierter Orte.

2.1. Im ersten Beispiel, aus Panizzas Erzählung "Das Wirtshaus zur Dreifaltigkeit", existiert zwar ein ortsfunktionales System, d.h. es liegt eine Systembelegung $\Omega = f(\omega)$ vor, allerdings erscheint diese in zweifacher Kontexturierung, zunächst als Gasthaus und dann als Abdeckerei.

Es mag wohl in Franken gewesen sein, als ich vor mehreren Jahren auf einer meiner Fußtouren zur Winterszeit gegen Abend auf eine lange, hartgefrorene Landstraße kam, die sich schier unermesslich fortsetzte. Ringsum keine Rauchwolke, die die Nähe einer menschlichen Niederlassung angezeigt hätte (...). Mit solchen Gedanken beschäftigt, war niemand froher wie ich, als ich auf der noch immer endlos sich hinziehenden Straße einen Reisenden mit schwerem Felleisen daherkommen sah. Er sah mich verwundert an, als wir uns begegneten, und frug: »Wie

kommen Sie um diese späte Abendzeit hierher, wo auf Stunden im Umkreis keine Niederlassung ist? Ich selbst reise nur in der Dämmerung und zur Nachtzeit, weil meine Augen das Tageslicht nicht vertragen; und bin mit Weg und Steg wohlvertraut. Aber Sie wären verloren!« – Als ich nichts erwiderte, fuhr der Fremde, dessen eindringliche Rede mir Respekt abgewonnen hatte, fort: »Der Himmel hat diesmal für Sie gesorgt. Gleich hinter diesem Bergvorsprung, den Sie in zehn Minuten erreichen, steht ein Wirtshaus; ich komme gerade davon her; es ist aber gänzlich unbekannt; Sie konnten sich also nicht darauf verlassen; trotzdem steht es am Weg; es ist auf keiner Karte verzeichnet, und ich besitze die besten; ich selbst sah es heute zum erstenmal; gleichwohl ist es uralte; ›Gasthaus zur Dreifaltigkeit‹ (...).

(...)

Draußen kam mir alles prosaischer und interesseloser vor als den vorherigen Abend. Es war ein frischer kalter Tag, der einem alle Phantastereien aus dem Kopfe trieb. Ich ärgerte mich jetzt unwillkürlich über alles, was ich erlebt hatte und worüber ich nachgedacht hatte. Ich eilte vorwärts, ohne mich umzusehen. Und bald hatte ich die Landstraße erreicht. Ein eiskalter Wind piff vom Osten her. Keine zwanzig Schritt von mir aber, entgegengesetzt der von mir einzuschlagenden Richtung, saß ein Steinklopfer bei seiner Arbeit und hämmerte tüchtig darauf los. Ich konnte nicht umhin, auf ihn zuzugehen. »He! Alter,« – rief ich ihn an – »kennt Ihr das Wirtshaus da hinten im Wald?« – »Jo, jo!« – antwortete er im besten Fränkisch – »sell is a Abdeckerei!«

2.2. Im zweiten Beispiel, aus Panizzas Erzählung "Die Kirche von Zinsblech", existiert kein ortsfunktionales System, oder wenigstens ist dieses auf des Ich-Erzählers Landkarte nicht verzeichnet. Hier bewirkt also die Kontexturierung die Austauschrelation $(\Omega = f(\omega)) \leftrightarrow \emptyset(\omega)$.

Auf einer meiner einsamen Wanderungen durch Tirol hatte ich mich eines Abends vergangen. Infolge eines schief stehenden Wegweisers fand ich mich bei längst eingetretener Dunkelheit noch mitten im Walde, während ich bei untergehender Sonne längst am Orte meines Ziels hätte eintreffen sollen. Ich

kam zwar endlich in ein Dorf, welches ich aber weder in dieser Gegend vermutete, noch, soviel ich mich erinnerte, auf einer meiner Karten verzeichnet fand.

(...)

2.3. Im dritten Beispiel, aus Panizzas langer Erzählung "Eine Mondgeschichte", steigt zunächst der Mondmann vom Mond zur Erde herunter und dann der Ich-Erzähler mit dem Mondmann zum Mond hinauf und am Ende der Erzählung wieder zur Erde hinunter. Die Erzählung läßt keinen Zweifel, daß die Erde für das Diesseits und der Mond für das von ihm diskontextural geschiedene Jenseits steht. Während aber in der 2-wertigen Logik vermöge des Drittsatzes keine Verbindung über die Kontexturgrenzen – und daher auch keine Reversibilität der Transgression der Kontexturgrenzen – existieren, stellt die detailliert beschriebene Strickleiter in Panizzas Erzählung ein ontisches Tertium dar, das somit die aristotelische Logik außer Kraft setzt. Da die ganze Geschichte ausschließlich von der Transgression dieser Kontexturgrenze in beiden Richtungen handelt, beschränken wir uns hier darauf, den Anfang dieser ebenfalls im Detail geschilderten Reise zu zitieren (vgl. Toth 2006).

Der schwarze Grabschaufler mit seinem Sack stand bereits auf der fünfzehnten oder zwanzigsten Sprosse, hoch über meinem Kopf. Straff spannte sich die Leiter vor ihm in die Höhe, um sich in der Richtung, wo der Vollmond gestanden war, in's Unendliche zu verlieren. Unter ihm schwankte die Leiter lose hin und her, da und dort am Erdboden aufstreichend; ich sehe noch heute deutlich das Ende vor mir; es war etwas ausgefranst und schien von gutem, hanfenem Stoff; jetzt schwankte es dorthinüber; nun kam es schlenkernd zu mir zurück. Und, was jetzt von meiner Seite erfolgte, war, ich wiederhole es, nicht der Wille eines klar erwägenden Menschen, sondern Zwangshandlungen eines Instinktwesens: Die beiden Seilenden kamen dicht an mich heran: ich streckte die Hände vor, wie um es zu bewillkommen: es weicht wieder zurück; wie eine Katze springe ich vor, meine Augen starr auf die Strickenden gerichtet; sie kommen in ihrer Pendelbewegung wieder heran, fahren mir in's Gesicht; meine Hände krallen sich fest; die Leiter durch das hastige Aussteigen des Mannes über mir in immer heftigere Schwankungen

gebracht, reißt mich mit sich zurück, mich am Boden hinschleifend: dann wieder vor: meine Kniee und Füße stoßen sich wund: und wiederum zurück: bis sich endlich der linke Fuß auf der untersten Sprosse einstellt. Damit war mein Schicksal besiegelt. Der rechte Fuß folgt mechanisch nach; auf der dritten Sprosse erkenne ich meine Lage und sehe, daß meine Glieder gegen meinen Willen gehandelt haben. Es war zu spät. Ein Abspringen hätte mich zerschmettert; so heftig waren die Pendelbewegungen geworden. Der Mann über mir war viele hundert Meter voraus. Die Leiter war geteert, kräftig, leicht zum Anhalten, und sehr bequem zum Emporsteigen gearbeitet. Ich eilte, sobald ich sah, daß an ein Zurückgehen nicht mehr zu denken, rasch empor, um den lästigen Schwankungen meines Partners nicht mehr ausgesetzt zu sein.

(...)

Nun kam aber ein Moment, da ging das Steigen nicht mehr. Ich fühlte, ich werde keine Hundert Sprossen mehr machen können; folge dann kein Ruhepunkt, so werden meine Hände gegen meinen Willen das Seil loslassen müssen, und eine Katastrophe werde erfolgen. Zeitweilig stand ich eine ganze Minute keuchend auf einer Sprosse, um Kraft für die nächste zu sammeln; nicht ohne einen gewissen Trost machte ich die Wahrnehmung, daß das Seil, ich will nicht sagen dicker, aber anders gearbeitet sich zeigte; es fühlte sich fester und derber an; wir kommen an einen Halt- oder Wendepunkt, dachte ich. – Um zu sehen, wie es meinem Partner geht, blickte ich nicht ohne Anstrengung nach oben und machte eine überraschende, mich hocheufreude, freilich auch beängstigende Entdeckung: In allernächster Nähe über mir, vielleicht dreißig Meter entfernt, schwebte eine mächtige schwarze Kugel, wie ein Hohlgehäuse, wie ein riesiger Ballon; auf seine Hohlheit im Innern schloß ich aus den bemerkbaren Schwankungen, die der derzeit schwache Wind an ihm hervorbrachte. Auf der linken Seite des Hauses bemerkte ich einen Laden aus Holz, wie einen Fensterladen, der jedoch geschlossen war (...).

Literatur

- Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979
- Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. Geschichten. München 1981
- Toth, Alfred, Oskar Panizzas Forderung eines Neo-Hegelianismus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2006
- Toth, Alfred, Systemformen und Belegungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012
- Toth, Alfred, Geographie von Zeichen und von Namen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a
- Toth, Alfred, Thetische ontische Setzung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Reflexionstiefe von Subjekt und Objekt

1. In der 2-wertigen aristotelischen Logik, welche nur eine einzige Negation kennt, gibt es folglich nur die beiden Austauschrelationen

1 2
2 1.

Da die Anzahl von Austauschrelationen für eine n-wertige Logik mit $n!$ berechnet wird, gibt es in einer 3-wertigen nicht-aristotelischen Logik $3! = 6$ Austauschrelationen

1 1 2 2 3 3
2 3 1 3 1 2
3 2 3 1 2 1,

in einer 4-wertigen Logik sind es natürlich $4! = 24$ Austauschrelationen

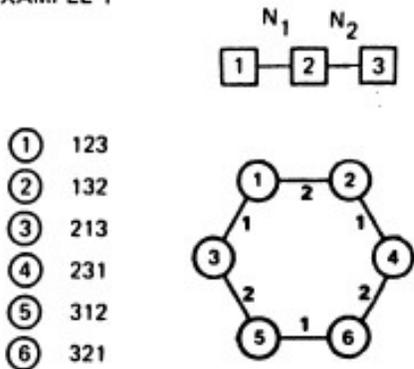
1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2
2 2 3 3 4 4 1 1 3 3 4 4
3 4 2 4 2 3 3 4 1 4 1 3
4 3 4 2 3 2 4 3 4 1 3 1

3 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4
1 1 2 2 4 4 1 1 2 2 3 3
2 4 1 4 1 2 2 3 1 3 1 2
4 2 4 1 2 1 3 2 3 1 2 1, usw.

Da es sowohl in der aristotelischen als auch in der nicht-aristotelischen Günther-Logik (vgl. Günther 1976-80) jeweils nur 1 Objektposition gibt, sind also $(n-1)$ Werte Subjektpositionen. Man kann daher solche Permutationen in Form von Zyklen und mit ihrer Hilfe die "Reflexionstiefe" der Subjektivität einer Logik (sowie ihren zugehörigen Ontologien) bestimmen. Graphentheo-

retisch ist die Reflexionstiefe qua Anzahl von Reflexionszyklen nach einem Vorschlag von Thomas (1982) mit Hilfe von sog. Permutatographen darstellbar, vgl. z.B. den der obigen 3-wertigen Logik mit $3! = 6$ Reflexionstypen entsprechenden Permutatographen.

EXAMPLE 1



- ① 123
- ② 132
- ③ 213
- ④ 231
- ⑤ 312
- ⑥ 321

tree-contexture of values 1,2,3 forms a *line*.
 Negator N_1 changes $1 \leftrightarrow 2$
 Negator N_2 changes $2 \leftrightarrow 3$

The tree-contexture describes the generating scheme of permutographs.

These sequences of negations form the identity:
 $N_1 N_2 N_1 N_2 N_1 N_2 \pi = \pi$

$N_2 N_1 N_2 N_1 N_2 N_1 \pi = \pi$

Permutograph PG(3!) (□□□)

2. Demnach besitzt also sowohl vom Standpunkt der aristotelischen als auch von demjenigen der nicht-aristotelisch-güntherschen Logik und Ontologie ein Objekt keine Reflexionstiefe, ja überhaupt keine Reflexivität, denn diese kommt definitionsgemäß dem Subjekt innerhalb der Objekt-Subjekt-Dichotomie zu, während der Selbstreflexivität des 2-wertigen Subjektes die Selbstgegebenheit des 2-wertigen Objektes korrespondiert. Ein Ausdruck wie: der Gedanken eines Gedankens ist sinnvoll, aber ein Ausdruck wie: der Stein des Steines ist nicht sinnvoll. Dies setzt allerdings voraus, daß man an der logischen Dichotomie

$$L = [\Omega, \Sigma] = [P, N] = [p, \neg p]$$

festhält, in der es völlig belanglos ist, ob man die Ordnung der Relata umkehrt oder nicht, d.h. es ist $[p, \neg p] = [\neg p, p]$, da es ja kein Drittes gibt, wodurch p von $\neg p$ unterschieden werden könnte. Das Subjekt selbst koinzidiert ja mit der Negation und ist in der logischen 2-Wertigkeit der logisch nicht-designierte Wert: eine bloße Reflexion des Objektes, eine Art von Schatten und die ganze Logik L einem Lichtschalter vergleichbar, wobei es gleichgültig ist, ob man P mit Licht oder mit Dunkelheit oder N mit Dunkelheit oder mit Licht bezeichnet. Es handelt sich ja hier nicht um logische Positionen, sondern um ihre semioti-

schen Bezeichnungen. In anderen Worten: Ob man die aristotelische Logik, wie bislang ausnahmslos geschehen, auf der Position P oder aber auf der Negation N aufbaut, die beiden Logiken werden isomorph sein: Tertium non datur.

3. Man kann allerdings mit dem angeblichen Unterschied zwischen Wahr und Falsch, Gut und Böse, Schön und Häßlich ernst machen und, wie in Toth (2014) vorgeschlagen, bei Dichotomien statt von 2 Kategorien nur von 1 ausgehen und die andere als Umgebung der einen definieren (vgl. Toth 2014). Dadurch erhalten wir aus L

$$L_1^* = [P, U[P]]$$

oder

$$L_2^* = [N, U[N]]$$

und somit ferner

$$L_3^* = [U[P], P]$$

oder

$$L_4^* = [U[N], N].$$

Setzen wir $X \in \{P, N\}$, bekommen wir also ein Paar von Relationen

$$L_1^{**} = [X, U[X]]$$

$$L_2^{**} = [U[X], X].$$

Allerdings bleibt auch hier, trotz 1 Kategorie, die Logik 2-wertig, nur unterscheiden sich X und U[X] durch ihre Einbettungsstufen, denn selbstverständlich ist

$$X \neq U[X],$$

so, wie ja z.B. ein Garten rund ums Haus nicht gleich dem Haus ist. Wir können somit einfacher schreiben

$$L_1^{**} = [X, [X]]$$

$$L_2^{**} = [[X], X].$$

Der wesentlichste Vorteil besteht also darin, daß hiermit der Unterschied zwischen Objekt und Subjekt in L aufgehoben ist und wir nun im Stande sind, nicht nur Permutationszyklen von Subjekten der Form

$$R(\Sigma) = [\Sigma, [\Sigma, [\Sigma, [\Sigma, \dots]]]],$$

sondern auch Permutationszyklen von Objekten der Form

$$R(\Omega) = [\Omega, [\Omega, [\Omega, [\Omega, \dots]]]]$$

zu bilden. Vielleicht hatte Max Bense eine solche Idee im Sinne, als er, als knapp 20jähriger, den folgenden bemerkenswerten Satz schrieb: "Das gespiegelte Ich ist die logische Wurzel des Nicht-Begriffs" (Bense 1934, S. 40). Denn vom Standpunkt aller 2-wertigen Logik gilt ja das genaue Gegenteil: Das gespiegelte Objekt ist das Ich, welches die Subjektposition in L einnimmt.

Literatur

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1934

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Thomas, Gerhard G., On Permutographs. In: Frolík, Zdeněk (Hrsg.), Proceedings of the 10th Winter School on Abstract Analysis. Palermo 1982, S. 275-286

Toth, Alfred, Das Subjekt als Umgebung des Objekts. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Ränder und Einbettungsstufen

1. Die 2-wertige logische Basisrelation

$$L = [p, \neg p]$$

wird von sämtlichen Logiken – die günthersche polykontexturale Logik eingeschlossen – dahingehend interpretiert, daß zwischen den beiden Werten p und $\neg p$ eine Kontexturgrenze verläuft, d.h. daß alle Objekte, auf die p zutrifft, nicht- $\neg p$ sind und alle Objekte, auf die $\neg p$ zutrifft, nicht- p sind, daher gilt auch die doppelte Negation $\neg\neg p \equiv p$. Die drei Grundgesetze des Denkens, d.h. der Satz der Identität, der Satz des verbotenen Widerspruchs und der Satz des ausgeschlossenen Dritten, können daher paarweise durch einander definiert werden, da sie alle die gleiche logische Aussagen machen, daß nämlich $p \neq \neg p$ ist.

2. Die Frage ist jedoch, wie man diese Aussage

$$p \neq \neg p$$

logisch begründet. Erstens gibt es neben der Identität $\neg\neg p \equiv p$ noch eine Gleichheit, die allerdings nicht ein, sondern zwei Objekte voraussetzt, daher ist die Ungleichheit in $p \neq \neg p$ offenbar eine Negation von Identität und nicht von Gleichheit und widerspricht sich selbst, da diese Ungleichheit nur dann sinnvoll ist, wenn von einem einzigen Objekt die Rede ist. Zweitens aber hält eine Logik der Form L überhaupt keine Handhabe bereit, um eine solche Ungleichung aufzustellen. Es wurde zwar, wie allgemein bekannt ist, auf zahlreiche Weise versucht, logische Identität zu definieren (vgl. Menne 1992, S. 65 ff.), aber das Verhältnis von Nicht-Identität und Nicht-Gleichheit liegt in tiefstem formalem (und auch inhaltlichem) Dunkel. Sobald zwei Objekte auch nur in einem Merkmal nicht übereinstimmen, sind sie ungleich, wann aber sind sie gleich? Gibt es auf ontischer Ebene – und von nichts anderem als von Objekten ist ja auch in der Logik die Rede – überhaupt eine Unterscheidung von Gleichheit und Identität? Nehmen wir einmal an, es gibt Gleichheit und es gibt Ungleichheit, dann muß es ein Drittes geben, welches überhaupt die Möglichkeit einräumt, daß p nicht gleich p , sondern gleich nicht- p ist. In anderen Worten: Die stillschweigende Voraussetzung $p \neq \neg p$, auf der die Grundgesetze des Denkens

ruhen, unter ihnen also der Drittsatz, lautet, daß es ausgerechnet ein solches Drittes geben muß, um die beiden Fälle $p = \neg p$ und $p \neq \neg p$ voneinander zu unterscheiden. In einer Logik, die keinen dritten Wert neben p und $\neg p$ zuläßt, können diese beiden Werte ja nur Spiegelungen von einander sein, vgl. dazu bereits Günther (2000, S. 230): "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent".

3. Der auch von der polykontexturalen Logik gezogene Schluß, daß zwischen p und $\neg p$ in L eine Kontexturgrenze verläuft, ist also falsch – und übrigens im Falle der güntherschen Logik auch unverständlicherweise falsch, da Günther und seine Nachfolger die metaphysische Äquivalenz von p und $\neg p$ ja gesehen haben. Da dies nun so ist, folgt, daß in L $p = \neg p$ ist, es sei denn, es gibt trotzdem ein Tertium, welches die Differenz zwischen p und $\neg p$ einführt. Eine solche Möglichkeit wurde in Toth (2014) eingeführt. Da die 2-wertige Logik (wie auch die polykontexturale, die 2-wertige Logiken als Teilsysteme enthält) zwischen designierten und nicht-designierten Werten unterscheidet, wobei merkwürdigerweise in beiden Logiken immer p und also niemals $\neg p$ als der designierte Wert auftritt, ist es möglich, nicht-designierte Werte durch einen Einbettungsoperator E auf eine andere Einbettungsstufe zu setzen. Das bedeutet, daß

$$E(L) = [p, [p]]$$

oder

$$E(L) = [[p], p]$$

ist. Wie man sieht, braucht man nun auch die Negation nicht mehr, d.h. man kommt im Falle von L mit einem einzigen Wert aus. Ob man diesen als Wahr oder als Falsch bezeichnet, ist eine Frage der Semiotik und keine der Logik, oder wie Günther sich ausdrückte: "Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht" (2000, S. 230 f.). Man kann ferner E iterieren und erhält auf diese Weise Hierarchien von Einbettungsstufen

$$E(L) = [p, [p]]$$

$$E(E(L)) = [p, [[p]]]$$

$$E(E(E(L))) = [p, [[[p]]]], \dots$$

oder

$$E(L) = [[p], p]$$

$$E(E(L)) = [[[p]], p]$$

$$E(E(E(L))) = [[[[p]]], p], \dots$$

Setzt man nun wahlweise Ω (Objekt) oder Σ (Subjekt) für p ein, so bekommt man also theoretisch unendlich tiefe Einbettungsstufen sowohl für das Objekt als auch für das Subjekt, d.h. nicht nur Subjekte – wie in der polykontexturalen Logik angenommen –, sondern auch Objekte haben "Reflexionstiefen". Daß gerade die Ontik an solchen objektalen Reflexionsstrukturen interessiert ist, dürfte kaum verwundern angesichts der Tatsache, daß die Ontik davon ausgeht, daß es keine absoluten Objekte und Subjekte gibt, d.h. daß jedem Objekt ein Subjektanteil und jedem Subjekt ein Objektanteil inhäriert. Dies ist übrigens eine notwendige Folgerung aus der Tatsache, daß in der 2-wertigen Logik L ohne Annahme eines selbstwidersprüchlichen Tertiums $p = \neg p$ gilt.

4. Transformiert man nun also

$$\tau \quad [L = [p, \neg p]] \rightarrow [p, [p]] / [[p], p],$$

so fungiert als "Tertium" der Operator E , und es gilt selbstverständlich

$$p \neq [p],$$

und zwar ohne einen dritten Wert zwischen oder außerhalb der Werte von L annehmen zu müssen.

Allerdings folgt aus $p \neq [p]$ weiterhin, daß die beiden sich durch ihre Einbettungsstufe unterscheidenden Werte Ränder haben, d.h. daß entweder

$$R[p, [p]] = \emptyset$$

oder

$$R[p, [p]] \neq \emptyset$$

ist. Trifft der letztere Fall zu, so folgt außerdem, daß

$$R[p, [p]] \neq R[[p], p],$$

etwa in der Weise, wie der Blick aus einem Fenster oder in ein Fenster ebenfalls perspektivisch geschieden sind. Für Hierarchien von Einbettungen gilt also der erstere Fall in Sonderheit dann, wenn sich die beiden Glieder eines Randes durch mehr als eine Einbettungsstufe unterscheiden, vgl.

$L_1 = [p, [p]]$ <p style="text-align: center;">p</p> <p>R -----</p> <p style="text-align: center;">p</p>	$L_1^{-1} = [[p], p]$ <p style="text-align: center;">p</p> <p>R -----</p> <p style="text-align: center;">p,</p>
---	---

aber

$L_2 = [p, [[p]]]$ <p style="text-align: center;">p</p> <p>R -----</p> <p style="text-align: center;">-----</p> <p style="text-align: center;">p</p>	$L_2^{-1} = [[[p]], p]$ <p style="text-align: center;">p</p> <p>R -----</p> <p style="text-align: center;">-----</p> <p style="text-align: center;">p</p>
--	---

Um wiederum ein impressionistisches Beispiel zur Illustration heranzuziehen: Die Decke meines Büros ist zwar der untere Teil eines vertikalen Teilsystemrandes, dessen oberer Teil der Fußboden des Büros eines Kollegen ist, nicht aber derjenige des Fußbodens des Kollegen zwei oder mehr Stockwerke über mir.

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

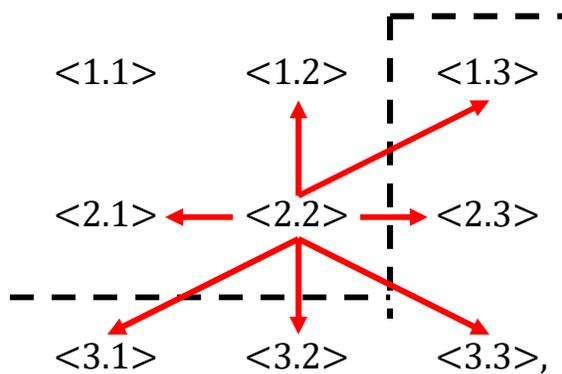
Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Auferstehung als ontisch-semiotische Erhaltung

1. Bisher mußten sich semiotische Beiträge zu einer Theorie der Auferstehung auf rein quantitative Strukturen beschränken (vgl. Toth 2007, S. 119 ff.), solange nämlich keine der Semiotik an die Seite gestellte Ontik existierte, mit Hilfe derer nicht nur die naturgemäß qualitativen Objekte, sondern auch die Partizipialrelationen, welche jene mit den Zeichen verbinden, auf der Grundlage der Theorie der ontischen-semiotischen Isomorphie behandelt werden konnten. Für die folgenden Betrachtungen gehen wir aus von Lemma 1 (vgl. Toth 2015).

LEMMA 1: Da semiotische Drittheit keinem ontischen Strukturtyp korrespondiert, sind die entsprechenden Teilsysteme relativ zu ihren Referenzsystemen ontotopologisch abgeschlossen.

Wie die folgende Matrix zeigt



hängen trotz der Abgeschlossenheit aller die semiotische Drittheit enthaltenden Subzeichen mit Ausnahme der genuinen Erstheit alle Subzeichen miteinander zusammen. Diese relative Isoliertheit von <1.1> wurde, ebenfalls in Toth (2015), in dem folgenden Satz formuliert.

SATZ. Die Menge der Partizipationsrelationen, welche das Zeichen mit seinem bezeichneten Objekt bzw. die Semiotik mit der Ontik gemein hat, können nur durch die erstheitliche semiotische Mittelrelation repräsentiert sein.

2. Dies bedeutet, daß die erstheitliche semiotische Mittelrelation <1.1> die in Toth (2014) definierte Objektrelation

$O = R(\text{Qualität, Form, Funktion})$

im Sinne der von Bense (1979, S. 43) definierten Operation "mitführt". Was also bei den auf der Basis der aristotelischen Logik zweiwertigen, d.h. durch das Tertium non datur-Gesetz ausgeschlossenen Kontexturübergängen in den qualitativen Partizipationsrelationen vermöge der Abbildung

$\mu: O \rightarrow \langle 1.1 \rangle$

erhalten bleibt, sind die genau die drei Subrelationen von R. Den Zusammenhang zwischen μ und der christlichen Auferstehungstheorie Gregors von Nyssa illustriere der folgende, aus Toth (2007) zitierte Abschnitt aus Bedau (1991)¹²

"Wenn demnach der Leib nicht so aufersteht, wie er beschaffen war, als er mit der Erde vermischt wurde, so wird nicht der Verstorbene auferstehen, sondern die Erde wird wiederum zu einem neuen Menschen gebildet werden. Was kümmert mich alsdann die Auferstehung, wenn statt meiner ein anderer auferstehen wird! Und wie soll ich mich als mich selbst anerkennen, wenn ich mich nicht in mir sehe? Denn ich würde tatsächlich nicht ich sein, wenn ich nicht in allen Stücken mit mir selbst identisch wäre" (von Nyssa 1927: 321f.). "Diskutiert wird auch die Frage, wie es sich mit dem Auferstehungsleib bezüglich seiner Alters- und Entwicklungsstufe verhält. Steht der, der als Kind stirbt, als Erwachsener auf? Steht für den Ausgezehrten ein Wohlbeleibter auf? Gregor von Nyssa beantwortet diese Fragen unter Rückgriff auf die schon vorsokratische Vorstellung, daß 'der Mensch ein Kosmos im kleinen ist', d.h. der Auferstehungsleib enthält 'ein Volk von Menschen': 'Wenn man also nicht einmal heute mehr derjenige ist, der man gestern war, sondern in einen anderen sich verwandelt, so wird, wenn die Auferstehung unseren Leib zum Leben zurückführt, jeder einzelne von uns sozusagen zu einem förmlichen Volk von Menschen, so daß kein Volksteil fehlt; nicht der Embryo, nicht der Säugling, nicht der Knabe, nicht der Jüngling, nicht der Mann, nicht der Vater, nicht der Greis, überhaupt keine der menschlichen Altersstufen'" (Bedau 1991: 15). Für Bedau ist qualitative Erhaltung schlechtweg die Bedingung des Christen für die Auferstehung: "Die Christen wollen bruchlos in den 'ewigen Menschen', den die Auferstehung verheißt, verwandelt werden. Form- und gestaltlos zu werden (in der Verwesung) wäre schrecklich. Die Todesfurcht der Christen ist die Furcht der Griechen vor dem Gestaltlosen" (1991: 15).

Gestalt ist im Sinne der Ontik O selbst, d.h. die Relation der Subrelationen, die ja der Zeichenrelation, von Bense definiert als Relationen der Subrelationen von $Z = (M, ((M, O), (M, O, I)))$, ontisch-semiotisch isomorph ist. Selbst dann

¹² Dem Andenken an Dr. Andreas Bedau (1965-2012) gewidmet.

also, wenn, im Sinne Gregors von Nyssa, ganze Körper, d.h. gestalthafte subjektale Objekte, auferstehen, dann ist ihre ontisch-semiotische Erhaltung kraft des eingangs zitierten Satzes nur durch μ , d.h. semiotisch erstheitlich, möglich, d.h. als reine semiotische Qualität (<1.1>) und somit weder als semiotische Quantität (<1.2>) noch als semiotische Essenz (<1.3>).

Literatur

Bedau, Andreas, "Das ist nicht tot, was ewig liegt ...". In: Spuren in Kunst und Gesellschaft, Nr. 38 (Oktober 1991), S. 13-17

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Ontik, Präsemiotik und Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Erhaltung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

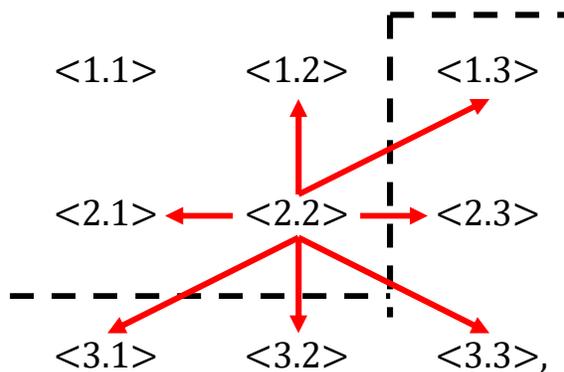
von Nyssa, Gregor, Schriften. München 1927

Ontische Erhaltung, Konstanz und Differenz

1. Das folgende, in Toth (2015) formulierte Lemma

LEMMA 1: Da semiotische Drittheit keinem ontischen Strukturtyp korrespondiert, sind die entsprechenden Teilsysteme relativ zu ihren Referenzsystemen ontotopologisch abgeschlossen.

kann durch die folgende Matrix illustriert werden.



Trotz der Abgeschlossenheit aller die semiotische Drittheit enthaltenden Subzeichen hängen mit Ausnahme der genuinen Erstheit alle Subzeichen miteinander zusammen. Diese relative Isoliertheit von <1.1> wurde, ebenfalls in Toth (2015), in dem folgenden Satz formuliert.

SATZ. Die Menge der Partizipationsrelationen, welche das Zeichen mit seinem bezeichneten Objekt bzw. die Semiotik mit der Ontik gemein hat, können nur durch die erstheitliche semiotische Mittelrelation repräsentiert sein.

2. Dies bedeutet, daß die erstheitliche semiotische Mittelrelation <1.1> die in Toth (2014) definierte Objektrelation

$O = R(\text{Qualität, Form, Funktion})$

im Sinne der von Bense (1979, S. 43) definierten Operation "mitführt". Was also bei den auf der Basis der aristotelischen Logik zweiwertigen, d.h. durch das Tertium non datur-Gesetz ausgeschlossenen Kontexturübergängen in den qualitativen Partizipationsrelationen vermöge der Abbildung

$\mu: O \rightarrow \langle 1.1 \rangle$

erhalten bleibt, sind genau die drei Subrelationen von R. Neu ist, wie im folgenden gezeigt wird, hingegen die Tatsache, daß die Abbildung μ , mindestens im Falle von materialer und/oder struktureller Konstanz, eine Unterscheidung von Konstanz und Differenz benachbarter Umgebungen relativ zu deren Referenzsystemen induziert.

2.1. Ontische Konstanz

2.1.1. Mit ontischer Differenz

Auf dem folgenden Bild transgrediert der Torweg der sog. porte cochère die S^* -Grenze, d.h. sie ist material und strukturell konstant und wird also bis zu $U(S^*)$ fortgeführt. Dort allerdings kontrastiert sie paarweise mit der Materialität und Strukturalität ihrer Umgebungen.



Rue Vieille du Temple, Paris

2.1.2. Ohne ontische Differenz

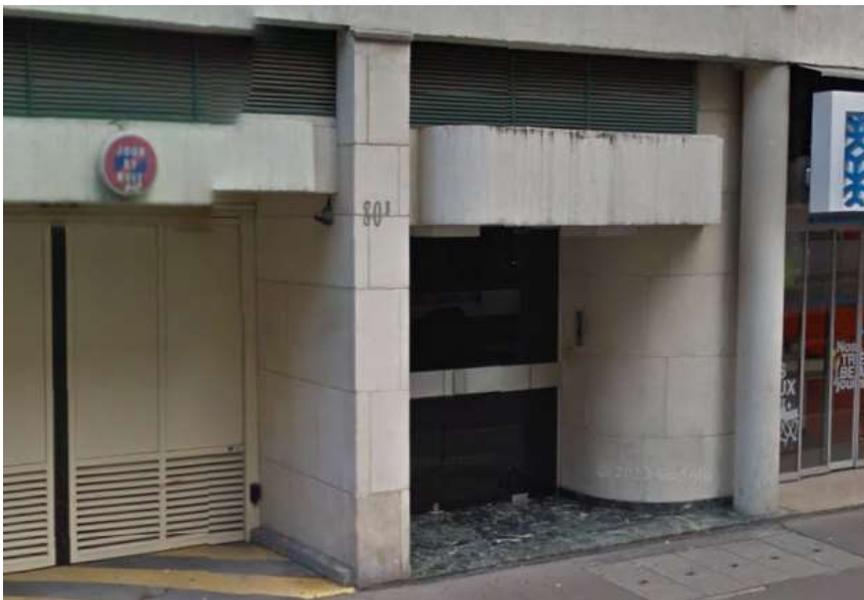
Konstanz der Materialität und Strukturalität des Passagenweges und damit ontische Erhaltung über die S^* -Grenze hinweg, die im folgenden Beispiel mit der S -Grenze koinzidiert, jedoch ohne in $U(S^*) = U(S)$ mit der Materialität und Strukturalität der Umgebungen zu kontrastieren, liegt vor im nächsten Bild.



11, Rue Léopold Bellan, Paris

2.2. Ontische Nicht-Konstanz

Im Falle von ontischer Nicht-Konstanz verschwindet naheliegender Weise die Differenz zwischen Konstanz und Differenz, da ontisch gesehen Nicht-Konstanz, jedoch nicht Konstanz Differenz induziert.



80, Rue de Sèvres, Paris

Ontische Erhaltung ist somit sowohl bei materialer bzw. struktureller Konstanz als auch Nicht-Konstanz möglich, aber sie tritt im Falle von Nicht-Konstanz als paarweise Differenz der Materialität bzw. Strukturalität ihrer Umgebungen relativ zu einem Referenzsystem auf.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Erhaltung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Vermittlung, Mittelbezug und Zeichen

1. Das Zeichen dient nach Bense (1975, S. 16) dazu, "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren". Diese "Zuordnungen zwischen Welt und Bewußtsein" werden sogar als die "allgemeinste Funktion der Zeichen" bestimmt (Bense 1975, S. 69). Da sich Zeichen und Objekt gegenseitig transzendent sind, insofern das Zeichen die logische Subjektposition, d.h. die Negation, repräsentiert, folgt aus diesen Angaben Benses, daß Referenz funktional von Transzendenz und diese funktional von der Vermittlung zwischen Welt und Bewußtsein abhängig ist. Damit haben wir

$$Z = V(W, B).$$

Nun ist "Welt" (W) der Inbegriff der Objekte (Ω), während "Bewußtsein" (B) der Inbegriff der Subjekte (Σ) ist, d.h. es gibt ein System

$$S^* = [\Omega, Z, \Sigma],$$

in dem also das Zeichen zwischen Ontik und Erkenntnistheorie vermittelt.

2. Das System $S^* = [\Omega, Z, \Sigma]$ ist dabei bemerkenswerterweise isomorph zur peirceschen Zeichenrelation, allerdings nicht in der Form $Z = (M, O, I)$, sondern in der Form des semiotischen Kommunikationsschemas (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.)

$$Z = (O, M, I),$$

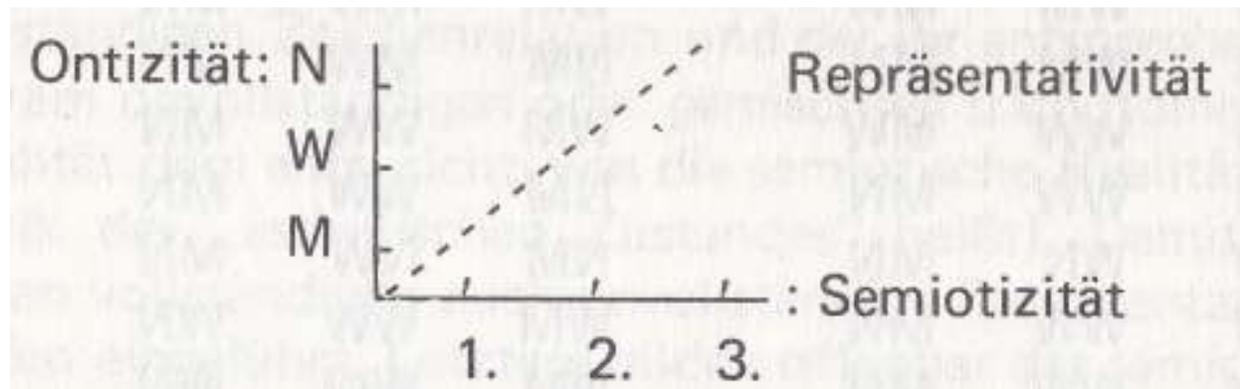
denn der semiotische Objektbezug repräsentiert das ontische Objekt, und der semiotische Interpretantenbezug repräsentiert das erkenntnistheoretische Subjekt, d.h. wir haben

$$(S^* \cong Z) = [\Omega, Z, \Sigma] \cong (O, M, I).$$

Anders ausgedrückt: Z bewirkt in S^* die Transzendenz zwischen Ω und Σ , wie M in Z die Transzendenz zwischen O und I bewirkt, d.h. es besteht eine ontisch-semiotische Isomorphie der Form

$$Z \cong M.$$

3. Bense (1976, S. 60 ff.) ging noch einen entscheidenden Schritt weiter. Da die peirceschen Fundamentalkategorien, die als Relata von Z fungieren, sowohl eine numerisch-ordinale als auch eine logisch-modale Interpretation besitzen, bestimmte er die Repräsentativität von Zeichen als Funktion von Semiotizität und Ontizität.



Hier gilt also

$\text{Repr} = V(\text{Ont}, \text{Sem})$, und wir haben somit ein neues System

$T = [\text{Ont}, \text{Repr}, \text{Sem}]$,

woraus sich nun ein dreifaches Isomorphieschema der Form

$Z \cong M \cong \text{Repr}$

ergibt. Daraus folgt nicht mehr und nicht weniger, als daß Vermittlung Repräsentation ist, und daß somit auch die Transzendenz eine Funktion von Repräsentation ist. Daraus dürfen wir schließen, daß die thetische Setzung eines Zeichens, d.h. die im Anschluß an Bense (1967, S. 9) Metaobjektivierung genannte Transformation, jene Abbildung darstellt, welche Transzendenz erzeugt. Da die 2-wertige aristotelische Logik zwar durch ihre definatorische Diskontextualität von Objekt- und Subjektposition ein Transzendenzschema ist, jedoch wegen des Tertium non datur-Gesetzes ebenso definatorisch über keine Vermittlung verfügt, muß die Logik eine Abstraktion der Semiotik sein und nicht umgekehrt, da es in der Logik nichts gibt, was die Transzendenz zwischen Position und Negation erklären, geschweige denn etablieren würde. Die Semiotik geht daher, erkenntnistheoretisch gesehen, der Logik notwendig voraus.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Metasemiotischer Chiasmus von Negation und Position

1. Position und Negation sind isomorph zu Objekt und Subjekt in der logisch zweiwertigen Dichotomie

$$L = [P, N],$$

auf der die beiden einzigen aristotelischen Wahrheitswerte Wahr und Falsch basieren, weshalb die doppelte Negation gleich der Position ist

$$p = \neg\neg p.$$

2. Im Widerspruch zur 2-wertigen Logik, in der ein Tertium mediandi zwischen P und N in L per definitionem ausgeschlossen ist, steht im metasemiotischen System der natürlichen Sprache die Litotes, bei der doppelte Negation zu einer "Verstärkung" der Position führt: nicht schlecht hat eine ähnliche Bedeutung wie sehr gut. Lat. non male bedeutet optime.

3. Weiter steht eine relativ eng begrenzte Klasse von pseudonegierten Wörtern im Widerspruch zur 2-wertigen Logik, die entweder gar keine Negationen sind oder deren negierten Wörtern keine positiven gegenüberstehen wie es z.B. bei angenehm vs. unangenehm der Fall ist. Im Deutschen sind diese Fälle sehr selten.

Ungetüm. Kaum Negation. Nach Kluge "offenbar zu der nur noch in dem Suffix -tum erhaltenen Bildung germ. *dōmi 'Setzung'" (Kluge 2002, S. 942). Allerdings ist merkwürdig, daß ein Morphem in einer Sprache in nur einem Wort plötzlich lexematischen Status haben soll.

Ungewitter. Negation zu Gewitter, das ursprünglich positiv war, d.h. die gleiche Bedeutung wie Wetter hatte (Kluge 2002, S. 942). Der Chiasmus zwischen Position und Negation ist hier also nur scheinbar, da Gewitter und Ungewitter temporal geschieden sind.

Ungeziefer. "Herkunft unklar" (Kluge 2002, S. 942). "Geziefer" ist sekundäre Bildung, aber da *Ziefer nicht existiert, ein Scheinwort. Semitischer Ursprung von Ungeziefer wird von Kluge nicht einmal als Möglichkeit erwähnt.

Dagegen findet sich eine relativ große Anzahl von Fällen, in denen echter Chiasmus von Negation und Position vorliegt, im Platt. Die folgende kleine

Auswahl beschränkt sich auf das Hamburger Platt (vgl. Hennig und Meier 2006).

hamb. unassen "klobig" - *assen

hamb. unbehölpisch "unbeholfen" - *behölpisch

hamb. unbeschaad "unbeschädigt" - *beschaad (beschädigen = schamfilen)

hamb. Undögt "Unfug" - *Dögt (zu dögen "taugen")

hamb. Undögsvagel "Taugenichts" - *Dögsvagel

hamb. unfletsch "ungehörig" - *fletsch

hamb. Ungeruß "Unkraut" - *Geruß (kann wegen Ge- nicht Platt sein)

hamb. unnarsch "wild, grimmig" – narrsch "närrisch"

hamb. unnasch "unartig" - *nasch

hamb. Unnösel "Flegel" - *Nösel

hamb. unsolten "grob, rücksichtslos" - *solten

hamb. Unsult "Grobian" - *Sult

Wie schließlich das Paradebeispiel

hamb. unschüüßlich "scheußlich" = schüüßlich

zeigt, gibt es offenbar ein negatives Gegenstück zur positionsverstärkenden Litotes, also eine negationsverstärkende Litotes, deren mögliche Existenz in irgendwelchen Sprachen m.W. noch nicht einmal in Betracht gezogen wurde.

Literatur

Kluge, Friedrich et al., Etymologisches Wörterbuch der deutschen Sprache. 24. Aufl. Berlin 2002

Hennig, Beate/Jürgen Meier, Kleines hamburgisches Wörterbuch. 2. Aufl. Neumünster 2006

Praxis, Theorie, Pragmatik

1. Es gibt wohl eine Theorie ohne Praxis, aber keine Praxis ohne Theorie. Jeder Koch, hätte er die Theorie seines Handwerks nicht gelernt, würde nur Unge-
nießbares produzieren. Wer je Harry Schrämli's "Lehrbuch der Bar" in der Hand
gehabt hat, das auf mehreren hundert Seiten Tausende von Regeln angibt und
wer weiß, daß dieses Lehrbuch nur eines von Dutzenden ähnlicher Art ist,
dessen Inhalt jeder Hotelfachschüler aus dem Effeff beherrschen muß, weiß,
daß Praxis und Theorie untrennbar miteinander verbunden sind.

2. Auf der anderen Seite zeigt sich der Nutzen der Theorie ohne Praxis mitunter
auf höchst dramatische Weise: Als der österreichische Mathematiker Radon in
den 1910er Jahren die später nach ihm benannte Transformation entdeckte,
spöttelten selbst Kollegen in Fachblättern über die angeblich völlige
Nutzlosigkeit dieser Entdeckung. Heute gäbe es ohne die Radon-Transfor-
mation keine Computer-Tomographen. Das Werk Nietzsches war zu dessen
Lebzeiten praktisch bedeutungslos. Vor einigen Jahrzehnten kürte dann der
"Spiegel" nicht etwa Kant, Hegel, Schelling oder Fichte, sondern ausgerechnet
Nietzsche zum einflußreichsten deutschen Denker aller Zeiten. Daraus folgt,
daß auch Theorie und Praxis untrennbar miteinander verbunden sind.

3. Logisch gesehen stellt die Opposition von Praxis und Theorie bzw. Theorie
und Praxis eine Dichotomie dar, die der logisch 2-wertigen Dichotomie von
Position und Negation bzw. Wahr und Falsch isomorph ist, der auch die
ethische Dichotomie von Gut und Böse und die ästhetische Dichotomie von
Schön und Häßlich folgen. Dagegen sind jedoch zwei gewichtige Argumente zu
erheben.

3.1. Es ist möglich, eine Logik statt auf der Designation der Position mit der
Wahrheit (und folglich der Negation mit der Falschheit) auf der Negation mit
der Wahrheit (und folglich der Position mit der Falschheit) aufzubauen. Daß
die beiden Logiken einander isomorph sind, ist wegen des Tertium non datur-
Gesetzes trivial. Das bedeutet, daß die Designationen arbiträr sind.

3.2. Es gibt gute Gründe anzunehmen, daß die 2-wertige aristotelische Logik
weder die Semiotik noch die Ontik beschreibt, d.h. in Sonderheit, daß eine zu
stipulierende Dichotomie von Objekt und Zeichen, die wiederum derjenigen

von Objekt und Subjekt bzw. Position und Negation isomorph ist, falsch ist, denn Systeme und ihre Umgebungen besitzen nicht-leere Ränder, da sie sonst gar nicht unterscheidbar wären, und dasselbe gilt für Zeichen und Objekt. Wie bereits Kronthaler (1986) in genialer Weise festgestellt hatte, kann in einer 2-wertigen Logik die Eine Seite der Dichotomie nur das reflektieren, was die Andere Seite bereits enthält. Position und Negation sind damit Schein-Gegensätze und rekursiv aus einander definiert. Die Katze beißt sich in den Schwanz. Niemand hatte diesen Sachverhalt in geradezu prophetischer Voraussicht besser illustriert als der deutsche Psychiater und Schriftsteller Oskar Panizza in seiner Erzählung "Die Kirche zu Zinsblech" (vgl. dazu Toth 2012).

4. Wenn also nicht nur Zeichen und Objekt, sondern selbst Position und Negation nicht-leere Ränder haben, dann muß es ein Vermittelndes, Drittes, geben, und damit sind die drei Grundgesetze des Denkens, d.h. das Gesetz des Ausgeschlossenen Dritten, des Verbotenen Widerspruchs und der Identität, eliminiert. These und Antithese werden dadurch in eine Synthese eingebettet, die zwar beide weiterhin erhält, aber sich gleichzeitig hyperadditiv zu ihnen verhält. D.h. vermöge der Eingebettetheit der These in die Synthese enthält diese ein Etwas, das in der Antithese nicht bereits enthalten ist, und vermöge der Eingebettetheit der Antithese in die Synthese enthält auch diese ein Etwas, das in der These nicht bereits enthalten ist. Formal gilt also für die logische Basisdichotomie und alle ihr isomorphen Dichotomien

$$L = [These, R[These, Antithese], Antithese]$$

mit

$$R[These, Antithese] = Synthese$$

und somit

$$L = [These, Synthese, Antithese].$$

Auf die Semiotik übertragen, ist diese letzte Definition isomorph mit der peirceschen Definition der Zeichenrelation in der folgenden kategorialen Ordnung

$$Z = R(\text{Objekt}, \text{Mittel}, \text{Interpretant}),$$

die genau die Form des von Bense (1971, S. 39 ff.) eingeführten, dem kybernetischen Modell Meyer-Epplers nachgebildeten semiotischen Kommunikationsschemas

$K = (\text{Sender, Kanal, Empfänger})$

hat, worin der Kanal als Synthese zwischen Sender und Empfänger vermittelt, ohne die es keine Kommunikation gäbe. Ränder zwischen Dichotomien sind somit Mengen von sog. Partizipationsrelationen der Form

$L = [\text{These} \leftarrow \text{Synthese} \rightarrow \text{Antithese}]$,

d.h. die Grenze zwischen dichotomischen Begriffen ist nicht mit einer Grenzlinie, sondern mit einem Grenzstreifen zu vergleichen, allerdings nicht mit den Niemandsländern, wie man sie zwischen Staaten findet, d.h. nicht mit solchen, die weder dem einen noch dem anderen Staat angehören, sondern die beiden Staaten gleichzeitig angehören. Im Falle der Dichotomie von Praxis und Theorie kann man diesen synthetisch fungierenden Rand nach einem Vorschlag von Charles Sanders Peirce als Pragmatik bezeichnen. Wegen Hyperadditivität gelten natürlich die beiden folgenden, nicht-kommutativen qualitativen Gleichungen

$\text{Praxis} + \text{Theorie} < \text{Pragmatik}$

$\text{Theorie} + \text{Praxis} < \text{Pragmatik}$.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Panizzajana 9. Die Kirche von Zinsblech. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Modelltheoretische Universen

1. Die aristotelische Logik verfügt über nur zwei 2 Werte, und die Existenz eines dritten, vermittelnden Wertes wird durch das Prinzip des Tertium non datur ausdrücklich ausgeschlossen. Dieses wiederum garantiert die beiden anderen der insgesamt drei so genannten Grundgesetze des Denkens: dem Prinzip der Identität und dem Prinzip des Verbotenen Widerspruchs. Kronthaler (1986) hatte daraus sehr richtig geschlossen, daß in einer solchen 2-wertigen Logik die Negation nichts enthalten kann, was nicht in der Position bereits enthalten ist, und daß umgekehrt die Position nichts enthalten kann, was nicht bereits in der Negation enthalten ist. Daraus folgt, daß die Kontexturgrenze zwischen Position und Negation durch die Operation der Reflexion definiert ist: Das Wahre ist ebenso die Spiegelung des Falschen wie das Falsche die Spiegelung des Wahren ist. Vom Schwarzen Christus sagt Panizza in der "Kirche zu Zinsblech": "Eigenthümlich war es, daß er fast pendelartig dieselben Bewegungen und Gesten machte wie sein weißes vis-à-vis" (Panizza 1981, S. 177).

2. Etwas Neues kann man somit aus einer Logik, die nur über 2 Werte, die zudem in einem Reflexionsverhältnis zu einander stehen, nicht folgern, denn jede Folgerung ist bereits in dieser Logik enthalten. Der die Kontexturgrenze definierende logische Reflektor ist somit semantisch gesehen ein Hüllenoperator, und für diesen gelten die drei Gesetze der Extensivität, der Monotonie und der Abgeschlossenheit (vgl. Schwabhäuser 1970, S. 40). Diese drei Gesetze garantieren ein Universum, das hermetisch gegen ein Außen abgeschlossen ist. Streng genommen ist es von einem solchen modelltheoretischen Universum aus gesehen nicht einmal sicher, ob es ein Außen überhaupt gibt. Meines Erachtens sind es diese drei Gesetze, welche Wittgenstein zu seinem berühmten Satz veranlaßten: "Die Sätze der Logik sind Tautologien" (Tractatus, 6.1.). Solche Tautologien treten in ihren augenscheinlichsten Formen in den beiden logischen Sätzen des Ex falso sequitur quodlibet und seiner Konverse E vero replicatur quodlibet auf (vgl. Menne 1991, S. 30 f.).

3. Nun hatten wir aber bereits in Toth (2015) darauf hingewiesen, daß in der logischen Basis-Dichotomie

$$L = [P, N]$$

die Position P und die Negation N gar nicht voneinander unterscheidbar wären, wenn es nicht die Differenz zwischen beiden gäbe, und diese Differenz tritt als Rand auf, und zwar als 2-seitiger

$$D = R[P, N],$$

$$D^{-1} = R[N, P],$$

wobei natürlich

$$D \neq D^{-1}$$

gilt. D bzw. D^{-1} widersprechen damit aber dem Tertium-Gesetz, da Ränder per definitionem zwischen dem Paar, das sie beranden, im Falle von L also P und N, vermitteln. Zwischen der das Objekt vertretenden logischen Position und der das Subjekt vertretenden logischen Negation und damit auch zwischen Objekt und Zeichen klafft also jener "Abgrund", den Novalis als "sympathetischen" bezeichnet hatte. Da man den Rand-Operator R beliebig fortsetzen kann

$$R[P, N]$$

$$R[P, R[P, N]] / R[N, R[N, P]]$$

$$R[P, R[P, R[P, N]]] / R[N, R[N, R[N, P]]], \text{ usw.,}$$

erzeugt man also aus der ursprünglichen Dichotomie $L = [P, N]$ ein Kontinuum, das formal der heisenbergschen Quantenlogik isomorph sein dürfte, d.h. man bekommt durch iterierte Anwendung von R eine theoretisch infinite Skalierung von logischen Zwischenwerten zwischen P und N bzw. Wahr und Falsch.

4. Anders war Günther (1976-80) verfahren. Statt logischer Zwischenwerte nahm er Rejektionswerte an, d.h. solche, welche die 2-wertige Dichotomie $L = [P, N]$ verwerfen, allerdings so, daß die aristotelische einzige Dichotomie L in ein Verbundsystem von theoretisch unendlich vielen L's eingebettet wird, zwischen denen zwar Transjunktionen fungieren, welche die 2-wertige Logik außer Kraft setzen, die allerdings L's aufeinander abbilden, innerhalb deren die 2-wertige Logik weiterhin gilt. Das bedeutet also, daß die Güntherschen Rejektionswerte zwar keine Zwischenwerte sind, welche das aristotelische Diskontinuum in ein pseudo-mehrwertiges Kontinuum transformieren, daß aber die Außenwerte nichts anderes als zweiwertige Logiken sind. Im Grunde

kann man also sagen, daß die sog. polykontexturale Logik Günthers lediglich die Unizität der aristotelischen Logik bestreitet, insofern jedem Subjekt eine Art von privater Logik zugestanden wird. Der einzige Unterschied zwischen den beiden Logiken besteht somit darin, daß in der aristotelischen Logik Ränder zwischen P und N in $L = [P, N]$ und in der nicht-aristotelischen Günther-Logik Ränder zwischen den Elementen einer Menge von $L = [P, N]$ gebildet werden

$$R[L_1, L_2] = R[[P, N]_1, [P, N]_2]$$

$$R[L_2, L_3] = R[[P, N]_2, [P, N]_3]$$

$$R[L_3, L_4] = R[[P, N]_3, [P, N]_4], \text{ usw.}$$

Im ersten Fall vermitteln also Ränder innerhalb von L, im zweiten Fall vermitteln Ränder außerhalb von L. Um somit konsequent zu sein, müßte also die polykontexturale Logik nicht nur diese logischen Außenwerte annehmen, sondern zugleich die Zwischenwerte. In diesem Falle wäre das 2-wertige Tertium-Gesetz nicht nur zwischen den L's, sondern auch zwischen den sie definierenden Relata, den P's und den N's, aufgehoben. Das ist aber bisher nicht geschehen. Es stellt sich daher abschließend die interessante Frage, ob die Randbildungen von Zwischenwerten und die Randbildungen von Außenwerten nicht isomorph zueinander sind. Falls sie es nämlich sein sollten, könnte man beweisen, daß nicht nur die aristotelische Logik, sondern auch die Günther-Logik ein modelltheoretisch abgeschlossenes Universum darstellt. Daß diese Vermutung mit großer Wahrscheinlichkeit zutrifft, wird schon deshalb nahegelegt, weil sich die Mehrwertigkeit der Günther-Logik ja der im Gegensatz zur Zweiwertigkeit der aristotelischen Logik iterierbaren Subjekt-Position N verdankt, also einem Wert, der entweder als Domäne oder als Co-domäne der Randabbildung fungiert, die sich somit per definitionem innerhalb des modelltheoretischen Universums der aristotelischen Logik befinden muß, die ja auch in der Günther-Logik für jede einzelne subjektdeterminierte Kontextur gilt. In diesem Falle wäre also die Absicht der Günther-Logik, durch mehrwertige Transoperatoren die Logik als ein System von Nicht-Tautologien zu etablieren, gescheitert.

Literatur

- Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980
- Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
- Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991
- Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1970
- Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. Gesammelte Erzählungen. München 1981
- Toth, Alfred, Praxis, Theorie, Pragmatik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015
- Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. 15. Aufl. Frankfurt am Main 1980

Semiotische Matrizen kategorialer Vermittlung

1. In Toth (2015a) wurden zwei Paare von semiotischen Matrizen präsentiert, welche statt der kanonischen (aus der sog. pragmatischen Maxime von Peirce resultierenden) kategorialen Ordnungen

$$Z = R(3, 2, 1)$$

$$\times Z = R(1, 2, 3)$$

die Mittelstellung des als "Mediums" eingeführten Mittelbezugs, d.h. die kategorialen Ordnungen

$$Z^* = R(3, 1, 2)$$

$$\times Z^* = R(2, 1, 3)$$

voraussetzen.

1.1. Triadische semiotische Vermittlung

2.1 1.1 3.1 1.2 1.1 1.3

2.2 1.2 3.2 2.2 2.1 2.3

2.3 1.3 3.3 3.2 3.1 3.3

1.2. Trichotomische semiotische Vermittlung

2.1 2.2 2.3 1.2 2.2 3.2

1.1 1.2 1.3 1.1 2.1 3.1

3.1 3.2 3.3 1.3 2.3 3.3.

Ferner kann man natürlich eine neue semiotische Matrix konstruieren, in der die Kategorien 2 und 3 sowohl triadisch als auch trichotomisch durch die Kategorie 1 vermittelt sind.

1.3. Triadisch-trichotomische semiotische Vermittlung

2.2 2.1 2.3

1.2 1.1 1.3

3.2 3.1 3.3.

2. Allen fünf Vermittlungs-Matrizen gemeinsam ist bemerkenswerterweise

(3.3) = const.

Ferner erscheinen in der Hauptdiagonalen statt in der Nebendiagonalen anstatt der von Bense (1992) so genannten "Gleichverteilung" der Kategorien innerhalb der "eigenrealen", mit ihrer Realitätsthematik dualidentischen Zeichenthematik

(3.1 2.×.2 1.3)

die drei folgenden kategorialen Nicht-Gleichverteilungen

(2.1 × 1.2 3.3)

(1.2 × 2.1 3.3),

welche auf triadische oder trichotomische Vermittlung restringiert sind, und

(3.2 1.×.1 2.3),

also eine neue Form von "Eigenrealität", welche nur bei triadischer und trichotomischer Vermittlung aufscheint. Entsprechend ist auch nur in diesem Fall die Hauptdiagonale weiterhin durch die Klasse der peirceschen genuinen Kategorien besetzt.

3. Allerdings zeigen auch die Nebendiagonalen anstatt der Hauptdiagonalen in den Vermittlungsmatrizen im Falle der getrennten triadischen oder trichotomischen Vermittlung nun die gleichen Besonderheiten wie es die Hauptdiagonalen anstatt der Nebendiagonalen tun. Es finden sich die vier folgenden Typen

(2.3 1.2 3.1) (3.1 1.2 2.3)

(3.2 2.1 1.3) (1.3 2.1 3.2),

d.h. sie stehen paarweise sowohl in Reflexionsrelation, denn es ist

$$R(2.3, 1.2, 3.1) = (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$R(3.2, 2.1, 1.3) = (1.3, 2.1, 3.2)$$

als auch in Dualrelation, denn es ist

$$\times(2.3, 1.2, 3.1) = (1.3, 2.1, 3.2)$$

$$\times(3.2, 2.1, 1.3) = (3.1, 1.2, 2.3).$$

Die gleichzeitige Präsenz von Reflexion und Dualisation impliziert aber die Aufhebung der logischen Zweiwertigkeit der semiotischen Basis (vgl. Toth 2015b). Was hier mit einigem mathematischem Aufwand gezeigt werden mußte, ist hingegen völlig problemlos verständlich: Nimmt man Peirces Idee einer Kategorie der Vermittlung ernst und ordnet die kategorialen Folgen so, daß die Vermittlung auch wirklich in Mittelposition gesetzt wird, dann muß eine solche kategoriale Vermittlungsrelation allein deswegen die aristotelische Logik aufheben, weil die Vermittlungskategorie als Tertium datur fungiert.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiotisches Mittel und semiotische Vermittlung. In: Electronic Journal for Semiotic Studies, 2015a

Toth, Alfred, Reflexionsidentität und Dualidentität. In: Electronic Journal for Semiotic Studies, 2015a

Die Idee der totalen Konnexität

1. Die Vorstellung, daß "alles mit allem zusammenhänge", ist wohl so alt wie die Menschheit, denn typisch für diese Idee ist die Vermischung bzw. Verwechslung von Kausalität und dem Gesetz der Serie, wie dies wohl am klarsten Günther (2000, S. 121 ff.) dargestellt hatte. Dazu gehört auch die Personifizierung eines Agens bei Witterungsereignissen, vgl. griech. Ζεὺς ὕει vs. lat. *Iuppiter pluit, wodurch serielle in pseudo-kausale Relationen transformiert werden. Es bedarf dann lediglich der Allmacht als Abbildung auf ein Agens, das imstande ist, es regnen zu lassen, und dieses ebenso stipulierte wie surrogative Subjekt erwirkt den totalen Zusammenhang aller Objekte und Ereignisse. Ferner garantieren die Schöpfungsmythen darüber hinaus auch den Zusammenhang aller Subjekte, denn erstens sind sie nach dem Vorbild des Schöpfergottes geschaffen, d.h. iconische Abbildungen von ihm, und zweitens lassen sich alle Subjekte auf ein Paar von Ur-Subjekten – in der jüdisch-christlichen Tradition Adam und Eva – zurückführen.

2.1. Objekte

Ein Beispiel für ein universell-konnexives Objekt ist das "Allheilmittel" Theriak.

Buccellati's. — Seit vielen Jahrhunderten schon besteht der **Theriak**, und nie hat er noch den ihm Vertrauensden in den Dreus gefandt! — Andromachus aus Creta, Leibarzt Nero's, war der Erfinder dieser Welt- Arznei. — Ihre Bereitung ist längst kein Geheimniß mehr, alle alten Pharmacopöden enthalten das Recept; — es besteht aus 66, sage sechsundssechzig verschiedenen Ingredienzien. Der zu Venedig bereitete **Theriak** behauptet seit lange den Vorzug vor allen andern; er ward ein bedeutender Handelsartikel. Damit er es auch bleibe, hatte die Regierung der Republik für die Fabrikation desselben ganz besondere Vorschriften erlassen. Nicht allen Apothekern war dessen Bereitung erlaubt, es bedurfte einer eigenen Ermächtigung und mit großen goldenen Lettern prangte unter dem Namen des Befugten die Aufschrift: *Fabbricatore di Teriaca*; dieser Titel galt damals mehr, als nun jene eines Mitgliedes so mancher Akademie, so manchen Athenäums, oder jener eines Pastore Arcadico. Auch jetzt noch sind diese Aufschriften zu Venedig eben so üblich, als die zur Zeit der Republik bestandenen Anordnungen. Der Apotheker, der eine Quantität **Theriak** bereiten will, muß dazu von der Sanitätsbehörde die Bewilligung ansuchen; selbe wird nur einmal, oder höchstens zwei Mal im Jahre ertheilt. —

Aus: Bohemia, Nr. 154,
24.12.1835, S. 2.

2.2. Subjekte

Δός μοι πᾶ βῶ καὶ πᾶν γᾶν κινῶ.

Dieses in dorischem Griechisch geschriebene Zitat besagt, daß ein Subjekt lediglich den richtigen ontischen Ort zu finden habe und dann imstande sei, "die ganze Erde" zu bewegen. Es geht hier also um das wohl älteste Zeugnis der Vorstellung einer subjektalen Kontrolle nicht nur über Subjekte, sondern auch über Objekte. Diese nicht nur total-konnexive, sondern vor allem totalitäre Idee war im Vor-Digitalzeitalter z.B. durch die Gestapo und die Stasi und ist im Digitalzeitalter durch die "Social Media Networks" repräsentiert, während die viel weniger folgenreiche die Idee der Totalkonnextät von Objekten heute höchstens noch innerhalb der Esoterik ein Schattendasein fristet.

2.3. Zeichen

Nun hängen Objekte und Subjekte vermöge des folgenden Zitates durch die zwischen ihnen bzw. den ihnen korrespondierenden ontischen und erkenntnistheoretischen Räumen ("Welt" und "Bewußtsein") vermittelnden Zeichen miteinander zusammen: "Auf diesen Zusammenhängen beruht selbstverständlich auch der bemerkenswerte erkenntnistheoretische Effekt der Semiotik, also der Umstand, daß die Semiotik, im Unterschied zur Logik, die als solche nur eine ontologische Seinshematik konstituieren kann, darüber hinaus auch die erkenntnistheoretische Differenz, die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein, in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren vermag" (Bense 1975, S. 16).

Aus Walther (1982) kann man den folgenden semiotischen Satz herleiten:

Satz 1: Die eigenreale Zeichenrelation (3.1, 2.2, 1.3) hängt in mindestens einem (und höchstens zweien) ihrer Subrelationen mit jeder anderen (peirceschen) Zeichenrelation und ihrer dualen Realitätshematik zusammen.

Dabei gibt es jedoch zwei Probleme:

1. Die 10 peirce-benseschen semiotischen Dualsysteme sind lediglich ein semiotisches Fragment der $3^3 = 27$ möglichen triadisch-trichotomischen Relationen über der Menge der Primzeichen $P = (1, 2, 3)$, die man durch Abbildung in sich selbst ($P \times P$) erhält.

2. Man kann beweisen, daß der folgende Umkehrsatz von Satz 1

Satz 2: Nicht jede Zeichenrelation hängt mit jeder anderen Zeichenrelation in mindestens einer Subrelation zusammen.

falsch ist.

Beweis: Wir wollen den Sachverhalt, dass eine Zeichenrelation A mit einer Zeichenrelation B in c Subrelationen zusammenhängt, durch $A/B = c$ ausdrücken. Seien A, B die peirce-benseschen Zeichenrelationen 1 ... 10, dann haben wir

$$1/2 = 2; 1/3 = 2; 1/4 = 1; 1/5 = 1; 1/6 = 1; 1/7 = 0; 1/8 = 0; 1/9 = 0; 1/10 = 0$$

$$2/3 = 2; 2/4 = 2; 2/5 = 1; 2/6 = 1; 2/7 = 1; 2/8 = 0; 2/9 = 0; 2/10 = 0$$

$$3/4 = 1; 3/5 = 2; 3/6 = 2; 3/7 = 0; 3/8 = 1; 3/9 = 1; 3/10 = 1$$

$$4/5 = 2; 4/6 = 1; 4/7 = 2; 4/8 = 1; 4/9 = 0; 4/10 = 0$$

$$5/6 = 2; 5/7 = 1; 5/8 = 2; 5/9 = 1; 5/10 = 1$$

$$6/7 = 0; 6/8 = 1; 6/9 = 2; 6/10 = 2$$

$$7/8 = 2; 7/9 = 1; 7/10 = 0$$

$$8/9 = 2; 8/10 = 1$$

$$9/10 = 2$$

Es folgt, dass die folgenden Paare von Zeichenklassen ohne semiotischen Zusammenhang sind: 1/7; 1/8; 1/9; 1/10; 2/8; 2/9; 2/10; 3/7; 4/9; 4/10; 6/7; 7/10. ■

Die Welt ist also kein Synechismus im Peirceschen Sinne (vgl. Walther 1989, S. 209 f.). Daraus folgen zwei sehr wesentliche Schlüsse:

1. Das bereits von Peirce stipulierte und von Bense explizit (vgl. Bense 1983) behauptete "Universum der Zeichen" ist kein im modelltheoretischen Sinne abgeschlossenes Universum.

2. Da der Akt der thetischen Einführung von Zeichen, der von Bense (1967, S. 9) so genannten Metaobjektivation, die reale Existenz eines vorgegebenen Objektes, das die Domäne der Abbildung darstellt, kein Zeichen, sondern eben ein Objekt ist, gibt es neben dem "semiotischen Raum", wie zwar bereits von Bense (1975, S. 64 ff.) richtig vermutet, später aber aufgegeben, einen

"ontischen Raum", und dieser ist selbstverständlich ebenso wenig extensiv, monoton und abgeschlossen wie es der semiotische Raum ist, d.h. es folgt die Existenz eines dritten, vermittelnden Raumes zwischen ontischem und semiotischem Raum, wodurch die Zweiwertigkeit der aristotelischen Logik vermöge dieses als Tertium fungierenden "präsemiotischen" Raumes außer Kraft gesetzt wird. Dadurch ist bereits bewiesen, daß weder die Objekte des ontischen Raumes noch die Zeichen des semiotischen Raumes total-konnex sind. Weder hängen alle Objekte, noch hängen alle Zeichen miteinander zusammen. Da ferner das Zeichen von Bense (1975, S. 16) als Funktion von Objekt und Subjekt definiert ist

$$Z = f(\Omega, \Sigma),$$

folgt weiter, daß auch die Subjekte nicht total-konnex sein können. Übrigens folgt die Nicht-Konnexität von Zeichen und Objekten zusätzlich aus der Isomorphie von Zeichen und Objekten (vgl. Toth 2014), die ebenfalls bereits bei Bense angelegt ist (vgl. Bense 1975, S. 94 ff.), aber später gleichfalls aufgegeben wurde. WIE MAN SIEHT, KANN MAN ALSO MIT HILFE DER SEMIOTIK BEWEISEN, DAß DIE VORSTELLUNG TOTALER KONNEXITÄT FÜR ZEICHEN, OBJEKTE UND SUBJEKTE FALSCH IST. Es gibt immer nur Teilzusammenhänge, diese mögen kausal oder seriell sein, ferner gibt es Zusammenhangslücken, d.h. semiotische, ontische und erkenntnistheoretische Nullstellen, welche die Arbitrarität der Zeichen auf eine Arbitrarität der Welt und eine Arbitrarität des Bewußtseins ausdehnen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Vollständige und unvollständige ontisch-semiotische Isomorphismen I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Leben und Werk. Baden-Baden
1989

Ontisch-semiotische Transzendenz ohne Transzendentalität

1. Die in Toth (2014a) eingeführten Zeichenzahlen

$$\langle 1.1 \rangle = \begin{array}{l} -\bar{z} \cup z \\ z \cup -\bar{z} \end{array}$$

$$\langle 1.2 \rangle = \bar{z}$$

$$\langle 1.3 \rangle = n = z \cup m$$

$$\langle 2.1 \rangle = -z$$

$$\langle 2.2 \rangle = n = m \supset (m \cap o)$$

$$\langle 2.3 \rangle = n = ((m \supset o) \cap o) \cup p$$

$$\langle 3.1 \rangle = n = (-\bar{z} \supset m)$$

$$\langle 3.2 \rangle = n = ((m \supset o) \cap o) \supset p$$

$$\langle 3.3 \rangle = n = (m \supset o) \cup p$$

zeichnen sich dadurch aus, daß unter ihnen solche sind, deren Zahlenanteile rein imaginär, rein reell sowie sowohl imaginär als auch reell sind. In der folgenden Matrixdarstellung sind die rein imaginären Zeichenzahlen schwarz und die rein reellen Zeichenzahlen rot unterstrichen.

<u>1.1</u>	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>
<u>2.1</u>	<u>2.2</u>	<u>2.3</u>
<u>3.1</u>	<u>3.2</u>	<u>3.3</u>

2. Wie bereits in Toth (2014b) ausgeführt wurde, stellt die Menge der Zeichenzahlen die Menge der Relationen dar, die zwischen Objekten und Zeichen bestehen, denn die Zeichenzahlen setzen ja das in Toth (2013) definierte Theorem der ontisch-semiotischen Isomorphie voraus. Da die semiotische Dichotomie

S = [Objekt, Zeichen]

der logischen Dichotomie

L = [Objekt, Subjekt]

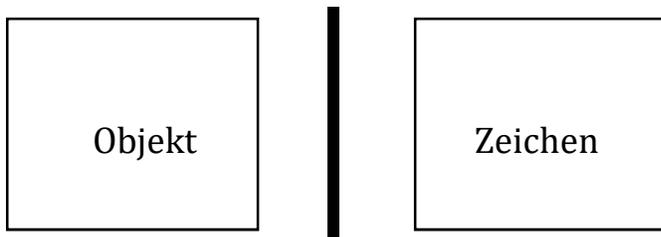
isomorph ist, handelt es sich also auch bei S um die aristotelisch zweiwertig unvermittelte Opposition von Diesseits und Jenseits, denn sowohl S als auch L setzen die Gültigkeit der drei logischen Grundgesetze des Denkens, in Sonderheit also das Gesetz des Tertium non datur voraus. Da die Zeichenzahlen nun aber die Menge der Relationen angeben, die zwischen Objekt und Subjekt bzw. Zeichen bestehen, läßt sich diese Zweiwertigkeit für die Semiotik nicht länger aufrecht erhalten. Im Grunde ist diese Idee bereits in Benses Operation der "Mitführung" (vgl. Bense 1979, S. 29) angelegt, wonach das Zeichen quasi Spuren des von ihm bezeichneten Objektes kategorial mitführt. Ferner und vor allem sind aber die Zeichenzahlen ja qua ontisch-semiotische Isomorphie a priori als nicht nur quantitative, sondern auch qualitative Zahlen eingeführt, und da die reine Quantität der zweiwertigen Logik gerade durch das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten verbürgt wird, kann dieses für Zeichenzahlen gar nicht gültig sein, denn, wie Hegel sagt: "Das Quantum ist die aufgehobene Qualität". S muß demnach revidiert werden und wird vermöge der zwischen Objekt und Zeichen vermittelnden Zeichenzahlen zu einer Trichotomie der Form

S* = [Objekt, Zeichenzahl, Zeichen].

Daraus folgt somit, daß sich zwar Objekt und Zeichen gegenseitig transzendent sind, daß es aber entgegen Hausdorff (1976, S. 27) Brücken gibt, welche eine Transzendentalität von Zeichen und Objekt wegen der qualitativ-quantitativen Doppelnatur der Zeichen als unsinnig erscheinen lassen. Statt also von einer Monokontextur der Form

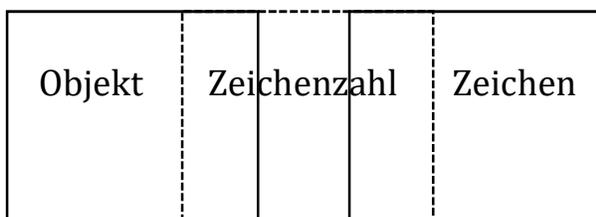
S = [Objekt | Zeichen]

auszugehen, d.h. von einem durch eine absolute Kontexturgrenze getrennten diskreten Paar von ontischem und semiotischem Raum,

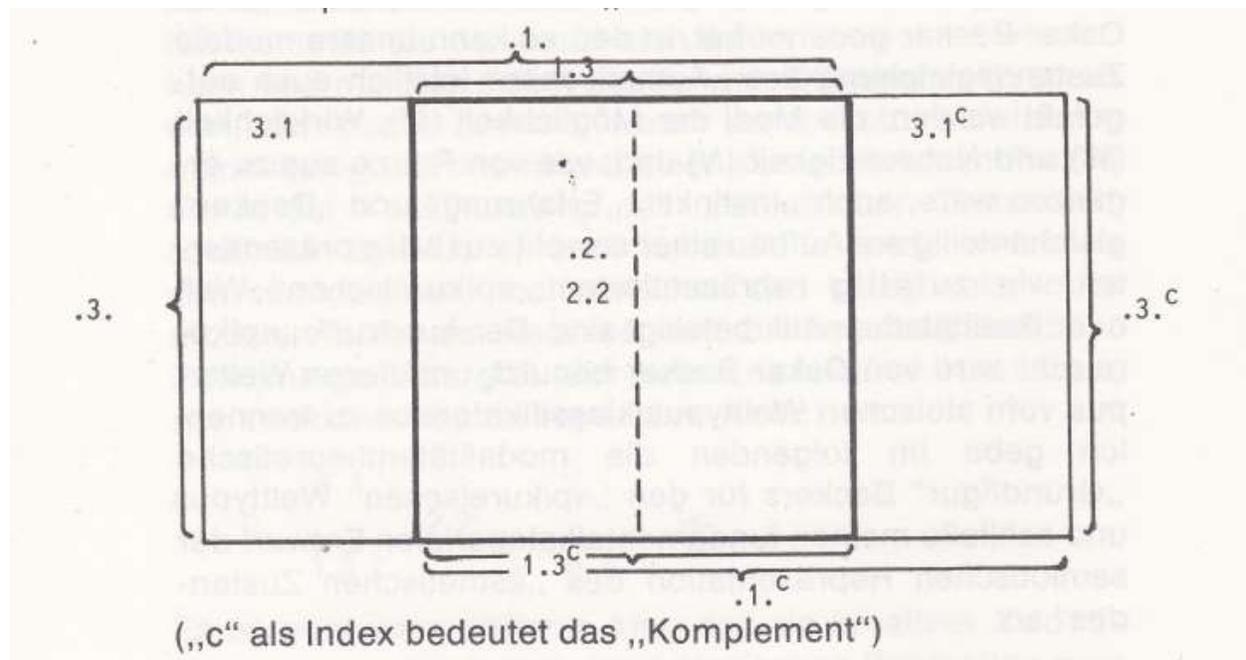


ist von einer Polykontextur der Form

$S^* = [\text{Objekt} \leftarrow \text{Zeichenzahl} \rightarrow \text{Zeichen}]$ auszugehen, d.h. von einem Tripel von erkenntnistheoretischen Räumen, in dem ontischer und semiotischer Raum vermittelt sind.



Von größtem Interesse ist daher, daß eine solche topologische Vermittlung der beiden auf S anstatt auf S^* basierenden Räume sich bereits bei Bense findet, der einen präsemiotischen Raum eingeführt hatte im Sinne eines Raumes "aller verfügbaren Etwase 0° , über denen der $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird" (1975, S. 65). Diese Etwase 0° werden von Bense auch als "vorthetische" bzw. "disponible" Objekte bezeichnet und durch eine Invariantentheorie begründet, die man mit Fug und Recht als Vorläuferkonzeption der ontisch-semiotischen Isomorphie ansehen darf (vgl. Bense 1975, S. 41 ff.). Zuletzt bleibt noch festzustellen, daß ein dem ternären topologischen Schema S^* isomorphes Vermittlungsschema auch Benses "fundamentalkategorialer Grundfigur der semiotischen Repräsentation des ästhetischen Zustandes" (Bense 1979, S. 102) zugrunde liegt, die der "modalitätentheoretischen Grundfigur des epikureischen Welttypus" von Benses Lehrer Oskar Becker nachgebildet ist.



Es dürfte keines Beweises bedürfen, daß sowohl Benses ternäre Relation zwischen ontischem, präsemiotischem und semiotischem Raum als auch seine ternäre Relation der "fundamentalkategorialen Grundfigur" wiederum in Isomorphierelation zueinander stehen, so zwar, daß die letztere die ontisch-semiotische Isomorphie der letzten kategorial mitführt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Hausdorff, Felix, Zwischen Chaos und Kosmos oder Vom Ende der Metaphysik.
Hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Die Exessivität des Zeichens I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2013/2014

Toth, Alfred, Zur komplexen Arithmetik der Zeichenzahlen I-VI. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014a

Toth, Alfred, Die den Objekten und den Zeichen gemeinsamen Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2014b

Zur Kritik der Polykontextualitätstheorie

1. Die von Gotthard Günther inaugurierte Polykontextualitätstheorie (vgl. Günther 1986-80, 1991) geht davon aus, daß in der 2-wertigen aristotelischen Dichotomie

$L = [\text{Position, Negation}]$

die Position P das logische Objekt Ω und die Negation N das logische Subjekt Σ vertritt. Was allerdings unter "Vertretung" gemeint ist, ist völlig unklar, denn weder präsentiert noch repräsentiert P das Ω , noch präsentiert oder repräsentiert N das Σ . Nach der Zeichendefinition Benses (1967, S. 9) gibt es jedoch eine L isomorphe Dichotomie

$M = [\text{Präsentation, Repräsentation}]$,

und somit sind L und M inkompatibel, denn logische Werte sind offenbar weder Zeichen noch Objekte, sondern etwas Drittes, welche durch das für L gültige logische Gesetz des Tertium non datur gerade ausgeschlossen wird.

2. L gilt nicht nur innerhalb der 2-wertigen aristotelischen Logik, sondern auch innerhalb der n-wertigen Günther-Logik, allerdings verdankt sich der Zuwachs an Wertigkeit von n ausschließlich der mit der Negation identifizierten Subjektposition, d.h. es ist

$L^n = [\text{Position, } N^1, \dots, N^{n-1}]$,

während dem Objekt die Iterationsfähigkeit abgesprochen wird, obwohl das Objekt ortsfunktional und damit kontextabhängig ist und ferner sowohl L als auch L^n subjektunktional sind und daher das Objekt aus beiden Gründen gar nicht existieren kann, ohne daß das Subjekt bereits vorgegeben ist. Daraus folgt, daß in der polykontextualen Logik nicht nur die Subjekt-, sondern auch die Objektposition iteriert werden müßte, d.h. wir bekämen

$L^{m,n} = [P^1, \dots, P^m, N^1, \dots, N^n]$.

3. Zwar stellt die polykontexturale gegenüber der monokontextualen Logik insofern einen bedeutenden Fortschritt dar, als daß sowohl logische Folgen als auch die ihnen isomorphen qualitativen Zahlenfolgen (vgl. Kronthaler 1986) über verschiedene Kontexturen, d.h. also in Subjektabhängigkeit, vermittelbar

sind, aber diese Vermittelbarkeit ist trotz Kronthalers Unterscheidung zwischen Intra- und Transoperatoren nur zwischen, nicht aber innerhalb der Kontexturen möglich, denn für jedes der $(n-1)$ Subjekte, welche eine n -wertige Logik benötigt, gilt weiterhin die klassische, 2-wertige, monokontexturale aristotelische Logik. Wie eine arithmetische Vermittlung innerhalb von L^n ($n \geq 2$) aussehen könnte, wurde in Toth (2015) demonstriert. Gehen wir aus von

$$L^n = [P, N],$$

dann ergibt sich ein nicht-leerer Rand der beiden Formen

$$R[P, N] \neq R[N, P] \neq \emptyset,$$

d.h. $R[P, N]$ und $R[N, P]$ stellen, obwohl sie keinen neuen logischen Wert neben P und N einführen, logisch gesehen ein Drittes dar, welches zwischen P und N und also nicht wie die Transjunktionen und Transoperatoren zwischen den L^n vermittelt. Man kann nun diese Operation der Randbildung theoretisch ad infinitum weitertreiben. Auf der nächsten Stufe erhält man

$$R[P, R[P, N]], R[N, R[N, P]], \text{ usw.}$$

Günther selbst hatte ja die erkenntnistheoretische Dichotomie

$$E^2 = [\Omega, \Sigma]$$

durch die Quadrupel-Relation

$$E^2 = (\Omega\Omega, \Sigma\Omega, \Omega\Sigma, \Sigma\Sigma)$$

ersetzt, und diese kartesische Produktbildung geschieht ja innerhalb und nicht zwischen den Kontexturen, da nach Günthers eigener Voraussetzung die Objektposition für die Position und die Subjektposition für die Negation steht. Argumentiert man nämlich so, wie dies in der aristotelischen und auch in der Günther-Logik üblich ist, daß Objekt und Subjekt zwei verschiedenen Kontexturen angehören, dann ist eine Monokontextur identisch mit einer Bikonkontextur, und die Kontexturgrenze verläuft innerhalb jeder Kontextur und nicht mehr zwischen ihnen, d.h. es gibt dann genau zwei monokontexturale Logiken, die eine, die nur den Wert P und die andere, nur nur den Wert N enthält, d.h. beide sind logisch nicht 2-, sondern 1-wertig und damit im Widerspruch zur Definition von L überhaupt keine Logiken mehr.

4. Das größte Problem der Polykontextualitätstheorie greift jedoch auf das in Kap.1 bereits angesprochene Problem der Identifikationen

$$P \equiv \Omega$$

$$N \equiv \Sigma$$

zurück, denn da P das Ω weder präsentiert noch repräsentiert und dasselbe für N und Σ gilt, bleiben die realen, d.h. ontischen Objekte und Subjekte außerhalb jeder Logik L^n ($n \geq 2$), d.h. man kann beispielsweise eine Semiotik konstruieren, für die gilt

$\Sigma\Sigma$	(.3.)	Interpretantenbezug	logisches Subjekt
$\Omega\Omega$	(.2.)	Objektbezug	logisches Objekt
$\Omega\Sigma$	(.1.)	Mittelbezug	?
$\Sigma\Omega$	(.0.)	Zeichenträger	?,

aber trotz der Qualität und Ontizität des Zeichenträgers muß dieser nicht realer Zeil des bezeichneten Objektes Ω sein, ferner korrespondiert die semiotische Repräsentation des Zeichenträgers, der Mittelbezug, mit überhaupt keiner logischen Funktion, und zu guter Letzt handelt es sich in der Semiotik um Relationen von Objekten und Subjekten und in der Logik um die – immer noch undefinierte – "Vertretung" von Objekten und Subjekten und also in beiden Fällen weder um die Objekte selbst, noch um die Subjekte selbst, die somit außerhalb der Quadrupelrelation fallen. Führt man das Zeichen "|" für Kontexturgrenze ein, so bekommen wir jetzt bereits für die klassische aristotelische Logik

$$L^2 = [[P | N] | [\Omega | \Sigma]],$$

d.h. wegen der Vermittlung zwischen Objekt und Subjekt durch objektives Subjekt und subjektives Objekt 1. eine Kontexturgrenze innerhalb der angeblichen Monokontextur [P, N], 2. eine Kontexturgrenze zwischen der Dichotomie von [P, N] einerseits und derjenigen von $[\Omega, \Sigma]$ andererseits, und 3. eine Kontexturgrenze innerhalb der weiteren angeblichen Monokontextur $[\Omega, \Sigma]$. Kurz gesagt, ist also bereits die nicht-polykontexturale aristotelische Logik ein Gebilde, das über 3 Kontexturgrenzen bei zwei Werten in funktionaler

Abhängigkeit von ontischem Objekt und ontischem Subjekt verfügen muss. Wohl verstanden: Bei nur einem einzigen Objekt und einem einzigen Subjekt, d.h. es handelt sich hier in klassischer logischer Tradition selbstverständlich um das Ich-Subjekt, das keine Unterscheidung irgendwelcher deiktischer Differenzen zulässt, also weder Du- noch Er-Subjekte zu vertreten im Stande ist. Ähnliches gilt wegen seiner Ortsfunktionalität für Ω : Jedes Objekt muß an einem bestimmten Ort sein. Wird es verschoben, ändern sich die Umgebung des Objektes und damit das ganze System, das sowohl das Objekt als auch dessen Umgebung enthält – und damit in Sonderheit das Objekt selbst.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Quantitativ-qualitative Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Metaobjektivation als kontextuelle Transgression

1. Nach Bense/Walther (1973, S. 137) bedarf jedes Zeichen eines Zeichenträgers, dieser ist material und daher ontisch und gehört somit der Welt der Objekte und nicht der Welt des Bewußtseins an. Dagegen vermittelt gemäß Bense (1975, S. 16) das Zeichen zwischen den beiden Welten der Objekte und des Bewußtseins und damit zwischen Objekt und Subjekt. Wir müssen daher von einer 3-stelligen Relation

$$Z = [\Omega, Z, \Sigma]$$

ausgehen, die der aristotelischen 2-wertigen Logik widerspricht, da Z als Tertium datur relativ zu

$$Z^* = [Z, \Omega] \cong L = [P, N]$$

bzw.

$$\Omega^* = [\Omega, Z] \cong L = [P, N]$$

fungiert. Man kann somit das Zeichen als den Rand von Objekt und Subjekt in der Form

$$Z = R[\Omega, \Sigma]$$

bzw.

$$Z = R[\Sigma, \Omega]$$

definieren.

2. Wird ein Zeichen, aufgefaßt als Metaobjekt (vgl. Bense 1967, S. 9), auf ein Objekt abgebildet

$$\mu: \Omega \rightarrow Z,$$

so geschieht dieser willentliche Vorgang durch ein Subjekt, d.h. Ω ist ein subjektives Objekt, da es erstens durch ein Subjekt wahrgenommen und zweitens durch ein Subjekt selektiert ist, so daß wir also präziser

$$\mu: \Sigma\Omega \rightarrow Z$$

haben. Nun ist aber $\Sigma\Omega$, genauso wie seine duale Relation $\Omega\Sigma$, einer der beiden möglichen Ränder in der ebenfalls zu isomorphen Dichotomie

$$E = [\Omega, \Sigma],$$

d.h. es ist

$$R[\Omega, \Sigma] = \Omega\Sigma$$

$$R[\Sigma, \Omega] = \Sigma\Omega.$$

Gemäß Voraussetzung bekommen wir also das paradoxe Ergebnis

$$\Sigma = Z = R[\Omega, \Sigma]$$

$$\Sigma = Z = R[\Sigma, \Omega],$$

d.h. das Zeichen vertritt gleichzeitig in E die mit N in L isomorphe Position der negativen Subjektivität und bildet den Rand zwischen Objekt und Subjekt bzw. Subjekt und Objekt. Den Rand kann es allerdings nur dann bilden, wenn der Zeichenträger, die einzige ontische Entität des Zeichens, welche dieses sozusagen in der Welt der Objekte verankert, in die Zeichenrelation eingebettet wird (vgl. Toth 2015). Die reine Zeichenrelation $Z = [O, M, I]$ hingegen, in der O nicht nur das logische Objekt vertritt, sondern auch das ontische Objekt repräsentiert und in der I nicht nur das logische Subjekt vertritt, sondern auch das ontische Subjekt repräsentiert, ist frei von Materialität und ist damit durch eine kontextuelle Grenze nicht nur von seinem bezeichneten Objekt, sondern auch von seinem Zeichenträger getrennt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Zur Kritik der Polykontextualitätstheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Semiotik und Logik

1. In Toth (2015) war dargelegt worden, daß das bekanntlich bereits auf Peirce selbst zurückgehende Problem, ob die Semiotik die Logik oder die Logik die Semiotik begründen könne, ein Scheinproblem ist. Die Semiotik kann bestenfalls als eine Art von Ontologie aufgefaßt werden, allerdings als eine erkenntnistheoretisch vermittelte – Bense sagt ausdrücklich: "Ein Realitätsbezug – nur von diesem, nicht von Realität als solcher kann die Rede sein" (1975, S. 17) –, und es sollte eigentlich unmittelbar einleuchten, daß weder eine Ontologie noch eine Erkenntnistheorie die Logik begründen kann.

2. Zunächst stellen die sog. modalen Kategorien, die Peirce für Erstheit, Zweitheit und Drittheit eingeführt hatte,

M = (Möglichkeit, Wirklichkeit, Notwendigkeit)

überhaupt keine mit den Grundgesetzen des Denkens konformen Kategorien dar, denn erstens gibt es keine Kategorien der Unmöglichkeit, der Unwirklichkeit und der Zufälligkeit, zweitens müßte wegen der Gültigkeit des Gesetzes vom Ausgeschlossenen Dritten die mittlere Kategorie relativ zur Dichotomie der ersten und dritten Kategorie in einer 3-wertigen aristotelischen Logik neutral sein, und drittens ist Wirklichkeit überhaupt keine logische Kategorie, da es in der Logik um Wahrheit und nicht um Wirklichkeit geht. Viertens stehen die drei modalen Kategorien in einer paarweisen Inklusionsordnung, insofern

Möglichkeit \subset Wirklichkeit

Wirklichkeit \subset Notwendigkeit

und somit

Möglichkeit \subset Notwendigkeit

gilt. Darin liegt ein weiterer Widerspruch zu den Grundgesetzen des Denkens, denn in einer aristotelischen Logik können sich Kategorien nicht enthalten, da die Enthaltenseinsrelation eine komplementäre Menge übrig läßt, welche ein Drittes definiert, das gerade durch das Tertium non datur ausgeschlossen wird.

Fünftens könnte man noch hinzufügen, daß die Inklusionsrelation der die triadischen Zeichenzahlen definierenden modalen Kategorien

Möglichkeit \subset Wirklichkeit \subset Notwendigkeit

der Inklusionsordnung, die für die trichotomischen Zeichenzahlen gilt, widerspricht, insofern wir hier für die allgemeine Form der Zeichenrelation $Z = (3.x, 2.y, 1.z)$

$$x \cong y \cong z$$

haben, d.h. die Möglichkeit, daß die drei modalen Kategorien koinzidieren. Daraus folgt also, daß entweder die Definition der drei modalen Kategorien falsch ist oder daß für Triaden und Trichotomien verschiedene kategoriale Ordnungen gelten und sie daher nicht kompatibel sind. Aus der zweiten Alternative würde z.B. folgen, daß es unmöglich ist, eine semiotische Matrix mit Einträgen herzustellen, die als kartesische Produkte der Form $P \times P$ mit $P = (1, 2, 3)$ definiert sind, so wie sie Bense (1975, S. 37) eingeführt hatte. Tatsächlich sind ja Zeichenrelation der Form

$$Z_{kl} = (3.\underline{1}, 2.\underline{1}, 1.\underline{1})$$

$$Z_{kl} = (3.\underline{2}, 2.\underline{2}, 1.\underline{2})$$

$$Z_{kl} = (3.\underline{3}, 2.\underline{3}, 1.\underline{3})$$

mit $x = y = z$ erlaubt, aber es gibt keine Zeichenrelation der Form

$$*3.x, 3.y, 3.z$$

$$*2.x, 2.y, 2.z$$

$$*1.x, 1.y, 1.z.$$

3. Das Grundproblem liegt aber natürlich nicht nur an der nicht-logischen Kategorie der Wirklichkeit, welche zwischen den logischen Kategorien der Möglichkeit und der Notwendigkeit vermittelt, sondern das Fehlen einer Negation in der Semiotik. Würde man einen semiotischen Negationsoperator definieren, erhielte man somit eine zur peirceschen modalen Kategorienrelation komplementäre Relation, welche die Kategorien der Unmöglichkeit und der Zufälligkeit (vgl. Menne 1991, S. 55 ff.) und ferner eine merkwürdige Kategorie der Nicht-Wirklichkeit enthielte. Was allerdings ein unmöglicher Mittelbezug und ein zufälliger Interpretantenbezug sein sollte, ist mehr als

fragwürdig, denn das Zeichen ist seit Bense (1967, S. 9) definiert als ein willentlich thetisch eingeführtes "Metaobjekt", d.h. es gibt weder Unmöglichkeit noch Zufall. Hingegen ist die Vorstellung, daß Zeichen nicht-wirkliche Objekte bezeichnen, alles andere als abwegig, denn sog. irrealen Objekte wie der Pegasus, die Meerjungfrau oder Frau Holle haben zwar keine ontische, aber sehr wohl logische Existenz (vgl. Menne 1991, S. 107) und auch semiotische Existenz, da es ja bekanntlich problemlos möglich ist, Objekte als Zeichen zu repräsentieren, die kein Subjekt je wahrgenommen hat.

Es gibt jedoch ein viel stärkeres formales Argument, das gegen die Einführung semiotischer Negationen spricht, welche die folgenden Formen haben würden

$$N(1) = 2/3$$

$$N(2) = 1/3$$

$$N(3) = 1/2,$$

denn diese Substitutionen sind, wie bereits in Toth (2009) gezeigt worden war, gruppentheoretische Operationen, d.h. wendet man eine der drei Negationen auf eine Zeichenrelation an, so entsteht wiederum eine Zeichenrelation, die sich höchstens in der Ordnung der Kategorien unterscheidet, aber nicht aus dem "Universum der Zeichen" hinausführt, das demzufolge auch bei Einführung semiotischer Negationen ein modelltheoretisch abgeschlossenes Universum bleibt. Einfacher ausgedrückt, erzeugt die Anwendung der semiotischen Negatoren ausschließlich Zeichenrelationen, welche zwar nicht notwendig der Teilmenge der 10 peirce-benseschen Zeichenklassen, aber der Gesamtmenge der $3^3 = 27$ über $Z = (3.x, 2.y, 1.z)$ mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ erzeugbaren Zeichenrelationen angehören. Hebt man also die widersprüchliche kategoriale Inklusionsordnung, die, wie eingangs dargestellt, für Triaden und Trichotomien inkompatibel ist, auf und geht statt von der Teilmenge der 10 Zeichenklassen von der Gesamtmenge der 27 Zeichenrelationen aus, erübrigt sich eine formale Einführung semiotischer Negatoren, die, wie ebenfalls bereits dargelegt, überdies inhaltlich sinnlos oder sogar widersprüchlich ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Über kontextuelle Differenzen bei Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

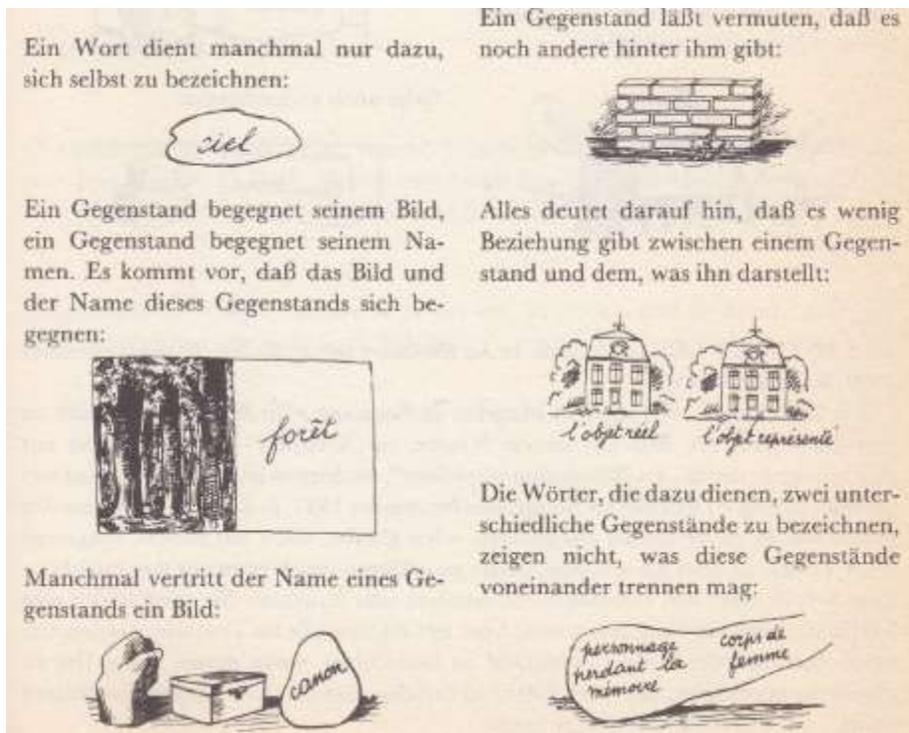
Objekte und Zeichen nach René Magritte

1. In den von André Blavier herausgegebenen "Sämtlichen Schriften" von René Magritte gibt es einen nicht nur für Magrittes Werk, sondern auch für die allgemeine Semiotik und ihr Verhältnis zur Ontik aufschlußreichen Aufsatz "Die Wörter und die Bilder" (Blavier 1985, S. 43 f.).

2.1. Von besonderem Interesse dürfte die erste Erklärung Magrittes sein und das Gros der versuchten Erklärungen seines Bildes "Ceci n'est pas une pipe" zunichte machen. Es geht relativ zu diesem bekannten Gemälde also nicht darum, daß ontisch keine Pfeife, sondern das iconische Zeichen einer solchen dargestellt und daher der Kommentar richtig und nicht etwa paradoxerweise falsch ist, sondern es handelt sich einfach um die Definition der Arbitraritätsrelation mit den Worten Magrittes.



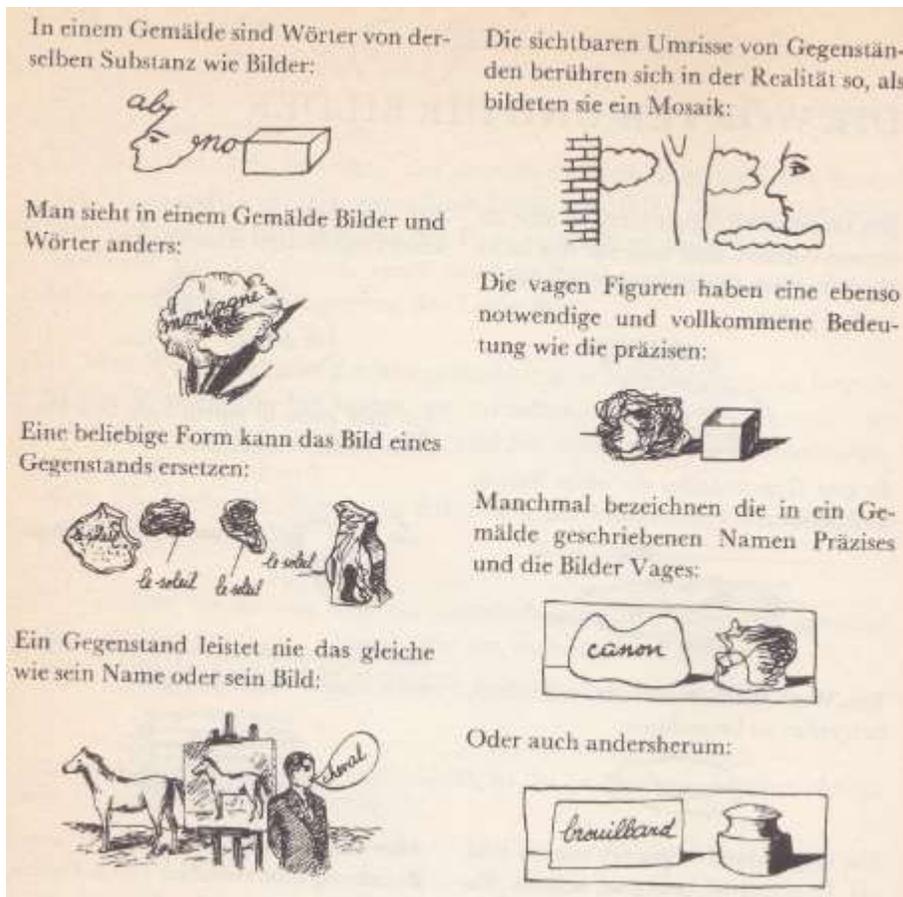
2.2. Eine interessante Frage betrifft die Objekte, die ohne Zeichen auskommen. Obwohl nach Bense (1967, S. 9) gilt, daß keine Notwendigkeit besteht, daß jedes Objekt durch ein Zeichen bezeichnet wird (vgl. dazu Toth 2015), bekommt jedes neu entdeckte natürliche und jedes neu hergestellte künstliche Objekt sogleich ein Zeichen abgebildet. Die Begründung für diese an sich unnötige Zwangshandlung von Subjekten liefert Magritte im dritten Alinea, wo er sagt, daß das Zeichen (sogar) in der Realität, d.h. ontisch, sein bezeichnetes Objekt substituieren könne. Allerdings ist diese Substitutionsfunktion nicht ganz korrekt, denn würde man die Objekte selbst benutzen, müßte man sie als Ostensiva und damit in Zeichenfunktion verwenden.



2.3. Das Beispiel vom Zeichen, das sich selbst bezeichnet, ist leider falsch, denn dies gilt nur für den autologischen Fall von "Wort" bzw. "mot" usw., nicht aber für das bezeichnungstheoretisch heterologische Wort Himmel. Die mit Abstand interessanteste Aussage des ganzen kurzen Artikels dürfte diejenige sein, die in unserer Terminologie lautet: Ein Objekt läßt vermuten, daß es noch andere Objekte außer ihm gibt. Bekanntlich kann kein Zeichen allein auftreten, weil sich die triadische Zeichenrelation in ihrer ebenfalls triadischen Subrelation des Interpretantenbezuges selbst enthält. Nun ist aber das Objekt relationstheoretisch 0-stellig (vgl. dazu Bense 1975, S. 65). Dennoch lehrt uns die Wahrnehmung der natürlichen Umwelt, daß isolierte Objekte offenbar nicht vorkommen. Eine Erklärung für dieses höchst interessante Paradox steht aus.

2.4. Unter den folgenden weiteren Feststellungen Magrittes sei diejenige herausgehoben, welche Zeichen und Objekte durch ihre "Leistung" unterscheidet. Es handelt sich hier um nichts weniger als eine sehr frühe und natürlich vortheoretische Definition der Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt, denn es dürfte auf dem Boden der 2-wertigen aristotelischen Logik nicht nur schwierig, sondern unmöglich sein, zu erklären, warum auch die beste Photo-

graphie, ja selbst eine Holographie, niemals das photo- bzw. holographierte Objekt zu substituieren vermag, denn Position und Negation sind in dieser Logik ja ausdrücklich nicht-vermittelt (*tertium non datur*), und somit können Position und Negation lediglich Reflexionen voneinander sein. Warum also ist es zwar möglich, ein Objekt durch Abbildung in ein Zeichen zu verwandeln, weshalb jedoch unmöglich, die konverse Abbildung der Transformation eines Zeichens in ein Objekt zu bewerkstelligen? Auf dem Boden der 2-wertigen Logik müßte man doch durch simple Konversion der Photographie eines Subjektes aus dem Photo ein Subjekt herstellen können, so, wie man ja problemlos aus dem Subjekt ein Photo herstellen kann.



Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Blavier André (Hrsg.), René Magritte. Sämtliche Schriften. Frankfurt am Main
1985

Toth, Alfred, Die Nicht-Bijektivität der Abbildung von Objekten auf Zeichen. In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Multiset-Relationen

1. In Cantor-Mengentheorien sind Mengen wie z.B.

$$M_1 = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$M_2 = \{0, 0, 1, 2, 2, 2, 3\}$$

gleich, d.h. es ist $M_1 = M_2$, da mehrfach auftretende Elemente irrelevant sind. In der "Multi-Mengentheorie" (Theory of Multisets) gilt hingegen $M_1 \neq M_2$ (vgl. z.B. Singh et al. 2007). Im folgenden wird gezeigt, daß die Einführung von Multisets besonders für Dichotomien mit Einbettungsoperatoren von großem Nutzen sind (vgl. zuletzt Toth 2015a, b).

2. Unterscheidbarkeit und Nicht-Unterscheidbarkeit bei Cantor-Relationen

Die logische Basisdichotomie

$$L = [0, 1],$$

die also eine Relation über der als Wahrheitswerte interpretierten Menge $M = (0, 1)$ definiert, ist hinsichtlich ihrer Relata nicht-unterscheidbar, da sie einen leeren Rand haben

$$R[0, 1] = \emptyset.$$

Diese Leerheit des Randes gehört zum für die 2-wertige Logik bindenden Gesetz des Tertium non datur, denn z.B. kann ein dritter Wert in einer 3-wertigen Logik

$$L = [0, \frac{1}{2}, 1]$$

als Rand $R[0, 1] = \frac{1}{2}$ definiert werden.

Wie wir allerdings bereits in Toth (2014) gezeigt hatten, kann man Ränder auch ohne zusätzliche Werte einführen, und zwar durch Einbettungsoperatoren. Sei

$$E: \emptyset \rightarrow [\emptyset],$$

dann bekommen wir für $L = [0, 1]$ das folgende Quadrupel von Relationen

$$L_1 = [0, [1]]$$

$$L_2 = [[1], 0]$$

$$L_3 = [[0], 1]$$

$$L_4 = [1, [0]]$$

mit $L_2 = L_1^{-1}$ und $L_4 = L_3^{-1}$ sowie $R[0, [1]] \neq R[[0], 1] \neq R[1, [0]] \neq R[[1], 0]$.



Wir haben hier also die Einbettung selbst, die als Drittes, freilich als Nicht-Wert, fungiert, d.h. eine Differenz anstatt eines Wertes, die zwischen den beiden Gliedern der Dichotomien vermittelt.

3. Unterscheidbarkeit und Nicht-Unterscheidbarkeit bei Multi-Relationen

In $L = [0, 1]$ kann der eine Wert nicht mehr als die Spiegelung des anderen Wertes sein, denn es gilt ja

$$\neg 0 = 1$$

$$\neg 1 = 0$$

und daher

$$\neg\neg 0 = 1$$

$$\neg\neg 1 = 0.$$

Man sieht allerdings bereits auf metasemiotischer Ebene, bei den sog. Litotes ("nicht uncool"), daß die Selbstaufhebung von Operatoren durch Iteration ein Unsinn ist. Entsprechend kann der Operator bei eingebetteten Relata nicht mehr funktionieren, d.h. es ist z.B. $\neg 0 \neq \neg[0] \neq \neg[[0]]$, usw. Wenn wir also die rein semiotische, nicht aber ontische Differenz zwischen den Werten 0 und 1 in $L = [0, 1]$ beseitigen und stattdessen schreiben

$$L = [0, 0]$$

$$L = [1, 1],$$

dann werden die Relata 0 und 1 doppeldeutig, insofern wir jeweils zwei Möglichkeiten haben

$$L = [0, 0] = [0] \quad L = [1, 1] = [1]$$

$$L = [0, 0] \neq [0] \quad L = [1, 1] \neq [1],$$

d.h. im jeweils ersten Fall, wo also Gleichheit besteht, handelt es sich um Cantor-Relationen, aber im jeweils zweiten Fall, wo also Nicht-Gleichheit besteht, handelt es sich um Multi-Relationen. Wegen der Möglichkeit der Ungleichheit mehrfach auftretender Relata erhalten wir nun auch dort Quadrupel und nicht nur Paare von Relationen, wo nur ein Relatum anstatt zwei Relata vorliegen

$$L_1 = [0, [0]] \quad L_2 = [[0], 0]$$

$$L_3 = [[0], 0] \quad L_4 = [0, [0]],$$

d.h. es gibt hier die Möglichkeiten

$$L_1 = L_4 \text{ oder } L_1 \neq L_4$$

$$L_2 = L_3 \text{ oder } L_2 \neq L_3.$$

Literatur

Singh, D., Ibrahim M., Yohanna, T., Singh, J.N., An Overview of the Applications of Multisets. In: Novi Sad Journal of Mathematics 37/2 (2007), S. 73-92

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Einbettungsoperator und Elementschaft. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungsstufen von Seinsfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Polykontexturalität und Pseudo-Polykontexturalität

1. Wie bereits in Toth (2015a) ausgeführt, ist die von Gotthard Günther inaugurierte polykontexturale Logik (vgl. Günther 1976-80, 1991) nur insofern polykontextural, als sie ein Vermittlungssystem (theoretisch unendlich vieler) 2-wertiger Logiken darstellt. Es findet aber weder zwischen den beiden Werten von $L = [0, 1]$ eine Vermittlung statt, noch wird die Konstanz der Objektposition aufgehoben, d.h. es kann lediglich die Subjektposition iteriert werden, so daß sich die polykontexturale Logik von der monokontexturalen aristotelischen Logik lediglich darin unterscheidet, daß sie jedem Subjekt eine eigene, allerdings immer noch 2-wertige, Logik zugesteht.

2. Wie in Toth (2015b) gezeigt, kann man ein Tertium comparationis in $L = [0, 1]$ einführen, ohne einen dritten logischen Wert einzuführen, d.h. ohne gegen die drei Grundgesetze der aristotelischen Logik zu verstoßen. Dies geschieht durch Definition eines Einbettungsoperators E , der einen logischen Wert dem anderen sub- oder superordiniert, der also mit anderen Worten die Juxtaposition der Werte L aufhebt, welche letztlich dafür verantwortlich ist, daß Position und Negation nichts mehr als Spiegelungen von einander sein können. Durch E wird L auf das folgende Quadrupel von Strukturen abgebildet

$L = [0, 1] \rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_2 = [[1], 0] \\ L_3 = [[0], 1] & L_4 = [1, [0]] \end{array} \right\}$$

Dieses Verfahren der Einführung von Rändern als *tertia comparationis* zwischen 0 und 1, die also keine Werte, sondern Einbettungsdifferenzen sind, funktioniert gemäß Toth (2015c) sogar dann, wenn man von einer 1-wertigen Logik ausgeht, vorausgesetzt, man faßt ihre Dichotomien als Multiset-Relationen auf.

$L = [0, 0]$

$L = [1, 1]$

In diesem Fall gibt es nämlich jeweils zwei Möglichkeiten

$L = [0, 0] = [0]$

$L = [1, 1] = [1]$

$$L = [0, 0] \neq [0] \quad L = [1, 1] \neq [1],$$

und man erhält sogleich

$$L_1 = [0, [0]] \quad L_2 = [[0], 0]$$

$$L_3 = [[0], 0] \quad L_4 = [0, [0]]$$

$$L_1 = [1, [1]] \quad L_2 = [[1], 1]$$

$$L_3 = [[1], 1] \quad L_4 = [1, [1]].$$

3. Iteration des Objektes

Schwieriger ist die Beurteilung der Iteration der Objektposition, denn sie verstößt auf jeden Fall gegen die aristotelische Logik, da man in diesem Fall nicht umhin kommt, mindestens éinen weiteren logischen Wert einzuführen. In der 2-wertigen Logik gibt es nur die folgenden 4 möglichen Permutationen

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1. \end{array}$$

Bezeichne im folgenden 0 das Objekt und 1, 2 die beiden Subjekte einer 3-wertigen Logik. Dann gibt es einen Permutationszyklus von $3! = 6$ möglichen Wahrheitswertfunktionen, bei denen somit das Objekt konstant bleibt. Umgekehrt kann man aber natürlich auch zwei beliebige Werte als Objekte bestimmen und den verbleibenden Wert als Subjekt setzen, ohne daß sich formal irgend etwas ändert

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0. \end{array}$$

Eine echte polykontexturale Logik ist somit erst eine solche, bei der sowohl Objekt- als auch Subjektposition iterierbar sind, d.h. eine minimal 4-wertige Logik mit einem Permutationszyklus von $4! = 24$ Wahrheitswertfunktionen

0 ₁	0 ₂										
0 ₂	0 ₂	2	2	3	3	0 ₁	0 ₁	2	2	3	3
2	3	0 ₂	3	0 ₂	2	2	3	0 ₁	3	0 ₁	2
3	2	3	0 ₂	2	0 ₂	3	2	3	1	2	0 ₁ .

Erst in einer solchen Logik wird also mit der güntherschen Vorstellung ernst gemacht, daß nicht nur zwischen Subjekt und Objekt zu scheiden ist, sondern daß diese durch subjektive Objekte einerseits und durch objektive Subjekte andererseits vermittelt sind (vgl. Günther 1976, S. 249 ff.)

	S	0
S	SS	SO
0	OS	OO

mit

$$OS = V(0, S)$$

$$SO = V(S, 0).$$

Während für die Iteration der Subjektposition das einfache Beispiel zur Illustration genügt, daß dasselbe Objekt, von verschiedenen Subjekten betrachtet, jeweils ein anderes ist – eine Tatsache, die sich besonders durch die semiotischen Abbildungen des konstanten Objektes durch die nicht-konstanten Subjekte nachprüfen lässt, stellt der bekannte Satz des Heraklit, en potamo s to s auto s emba nomen kai ouk emba nomen (in die gleichen Flüsse steigen wir hinein und steigen wir nicht hinen), falls es sich um das gleiche Subjekt handelt, eine Illustration für die Iteration der Objektposition dar. Das Wasser wechselt, da es sich ja um einen Fluß handelt, und das Subjekt, das hinein- und hinaussteigt, bleibt konstant. Eine echte polykontexturale Situation liegt somit dann vor, wenn mindestens zwei Subjekte in den gleichen Fluß hinein- und hinaussteigen. Zum Abschluß stellt sich allerdings die Frage, ob in einer solchen echten polykontexturalen Logik noch zwischen Logik und Ontologie unterschieden werden kann, wie dies Günther im Falle seiner pseudo-polykontexturalen Logik explizit tun konnte (vgl. Günther 1980, S. 146).

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Zur Kritik der Polykontextualitätstheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungsstufen von Seinsfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Multiset-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Logische Vermittlung durch Differenz

1. Bekanntlich verbietet das Gesetz des Ausgeschlossenen Dritten, daß die beiden Werte der 2-wertigen aristotelischen Basisdichotomie

$$L = [0, 1]$$

vermittelt sind, d.h. daß es einen Rand gibt, der eine Partizipationsrelation beider Werte darstellt. Logiken der Form

$$L = [0, \frac{1}{2}, 1]$$

sind daher 3-wertig, und bei ihnen ist das Gesetz des Tertium comparationis durch ein Gesetz des Quartum comparationis substituiert. Wie jedoch in Toth (2015a, b) gezeigt wurde, kann man logische Vermittlung durch nicht-wertige Differenz einführen, indem man einen Einbettungsoperator E definiert, welcher die Juxtaposition der beiden Werte in $L = [0, 1]$ aufhebt. Dadurch erhält man ein Quadrupel der Form

$$E(L) =$$

$$L_1 = [0, [1]]$$

$$L_3 = [1, [0]]$$

$$L_2 = [[0], 1]$$

$$L_4 = [[1], 0],$$

worin die logischen Relationen gleichzeitig als Ränder von $L = [0, 1]$ fungieren.

2. Erst in einer solchen 2-wertigen Logik mit differentieller Vermittlung wird also mit der Güntherschen Vorstellung ernst gemacht, daß nicht nur zwischen Subjekt und Objekt zu scheiden ist, sondern daß diese durch subjektive Objekte einerseits und durch objektive Subjekte andererseits vermittelt sind (vgl. Günther 1976, S. 249 ff.)

	S	0
S	SS	SO
0	OS	OO

mit

$$OS = V(0, S)$$

$$SO = V(S, 0).$$

Wie in Toth (2015c) gezeigt, kann man die in $L = [0, 1]$ möglichen 2 Permutationszyklen mit homogenen Wertfunktionen wie folgt durch 4 Tableaux darstellen.

$$2.1. L_1 = [0, [0]]$$

$$\begin{array}{cc} 0 & \emptyset \\ \hline \emptyset & 0 \end{array}$$

$$2.2. L_2 = [[0], 0]$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset & 0 \\ \hline 0 & \emptyset \end{array}$$

$$2.3. L_3 = [1, [1]]$$

$$\begin{array}{cc} 1 & \emptyset \\ \hline \emptyset & 1 \end{array}$$

$$2.4. L_4 = [[1], 1]$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset & 1 \\ \hline 1 & \emptyset \end{array}$$

Das bedeutet nun allerdings, daß die wiederum 4 möglichen Tableaux für die beiden Permutationszyklen mit heterogenen Wahrheitswertfunktionen genau den erkenntnistheoretischen Vermittlungen

$$OS = V(O, S)$$

$$SO = V(S, O)$$

korrespondieren.

$$2.5. L_5 = [0, [1]]$$

$$\begin{array}{cc} 0 & \emptyset \\ \hline \emptyset & 1 \end{array}$$

2.6. $L_6 = [[0], 1]$

$$\begin{array}{cc} \emptyset & 1 \\ \hline 0 & \emptyset \end{array}$$

2.7. $L_7 = [1, [0]]$

$$\begin{array}{cc} 1 & \emptyset \\ \hline \emptyset & 0 \end{array}$$

2.8. $L_8 = [[1], 0]$

$$\begin{array}{cc} \emptyset & 0 \\ \hline 1 & \emptyset \end{array}$$

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Multiset-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungsoperator und Multisets. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Unvermittelte und vermittelte 2-wertige Permutationszyklen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Ontische Werte-Tableaux I

1. Bekanntlich erzeugt der in Toth (2014) eingeführte Einbettungsoperator E ein Quadrupel von Strukturen, welche die in der Basisdichotomie $L = [0, 1]$ juxtaponierten Werte entweder durch sub- bzw. superordinierte oder durch prä- bzw. postponierte substituiert (vgl. Toth 2015a).

$$E(L) = \left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_3 = [1, [0]] \\ L_2 = [[0], 1] & L_4 = [[1], 0] \end{array} \right)$$

2. Wie bereits in Toth (2015b) angedeutet, kann man deswegen ontische Tableaux definieren, auf denen diese Werte zweidimensional durch die beiden Erscheinungsformen von E, d.h. als $\uparrow\downarrow$ -Einbettung oder als \Leftrightarrow -Einbettung, angeordnet werden können. Damit werden ontische, semiotische und logische Werte – und damit sämtliche Werte der vollständigen Objekthierarchie

$$H = \Omega \subset \{\Omega\} \subset \{\{\Omega\}\} \subset \{\{\{\Omega\}\}\}$$

(vgl. Toth 2015c) – mit Hilfe dieser Tableaux in Funktion von metaphysischen Orten gesetzt, allerdings nicht wie in der polykontexturalen Logik nur von subjektabhängigen Orten, sondern gleichfalls von objektabhängigen Orten (vgl. Toth 2015d), und ferner wird, da E lediglich als Differenz, aber nicht als zusätzlicher Wert zwischen den Werten von $L = [0, 1]$ vermittelt, wegen Nicht-Verletzung des Tertium-Gesetzes die 2-wertige aristotelische Logik nicht aufgehoben.

2.1. Werte-Tableau für Null-Objekte

$\emptyset \quad \emptyset$

$\emptyset \quad \emptyset$

2.2. Werte-Tableaux für 1-Objekte

$\emptyset \quad 1 \quad 1 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset$

$\emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 1$

2.3. Werte-Tableaux für 2-Objekte

0	1	\emptyset	\emptyset	\emptyset	1	1	\emptyset	0	\emptyset	\emptyset	0
\emptyset	\emptyset	0	1	0	\emptyset	\emptyset	0	1	\emptyset	\emptyset	1
1	0	\emptyset	\emptyset	\emptyset	0	0	\emptyset	1	\emptyset	\emptyset	1
\emptyset	\emptyset	1	0	1	\emptyset	\emptyset	1	0	\emptyset	\emptyset	0

Beispielsweise ergibt sich für den semiotischen Wert $S = \langle 1.3 \rangle$, d.h. das Legi-
zeichen

1	3	\emptyset	\emptyset	\emptyset	3	3	\emptyset	1	\emptyset	\emptyset	1
\emptyset	\emptyset	1	3	1	\emptyset	\emptyset	1	3	\emptyset	\emptyset	3
3	1	\emptyset	\emptyset	\emptyset	1	1	\emptyset	3	\emptyset	\emptyset	3
\emptyset	\emptyset	3	1	3	\emptyset	\emptyset	3	1	\emptyset	\emptyset	1,

d.h. nicht-ortsfunktional eingeführte Subzeichen und Zeichen können mit Hilfe
der Werte-Tableaux auf 12-fache Weise differenziert werden, indem sie auf alle
in einem 2-dimensionalen Raum möglichen Einbettungsstrukturen auf ihre
metaphysischen Orte abgebildet werden.

Literatur

- Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014
- Toth, Alfred, Zweidimensionale ontische Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a
- Toth, Alfred, Unvermittelte und vermittelte 2-wertige Permutationszyklen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b
- Toth, Alfred, Objekte, Zeichen und Metazeichen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Kontexturgrenzen in einer minimalen polykontexturalen Logik mit Wertvermittlung und Objektiteration. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Ontische Werte-Tableaux II

1. Die in Teil I (vgl. Toth 2015a) präsentierten Werte-Tableaux, welche veranschaulichen, wie der in Toth (2014) eingeführte Einbettungsoperator E , allein durch Differenz, d.h. ohne einen zusätzlichen Wert einzuführen, die in der Basisdichotomie $L = [0, 1]$ juxtaponierten Werte entweder durch sub- bzw. superordinierte oder durch prä- bzw. postponierte substituiert (vgl. Toth 2015b),

$$E(L) = \left(\begin{array}{cc} L_1 = [0, [1]] & L_3 = [1, [0]] \\ L_2 = [[0], 1] & L_4 = [[1], 0] \end{array} \right)$$

können natürlich wegen der Ergebnisse in Toth (2015b) sowohl mittels E_{\uparrow} als auch mittels E_{\Leftarrow} dargestellt werden, d.h. die in Toth (2015a) präsentierten Tableaux sind Abstraktionen von der Zweidimensionalität der durch E bewirkten Einbettungen. Für praktische Anwendungen auf reale Objekte mögen daher die im folgenden beigebrachten Differenzierungen von Nutzen sein.

2.1. Werte-Tableau für Null-Objekte

2.1.1. E_{\uparrow}

$$\begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ \hline \emptyset & \emptyset \end{array}$$

2.1.2. E_{\Leftarrow}

$$\begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset \end{array}$$

2.2. Werte-Tableaux für 1-Objekte

2.2.1. E_{\uparrow}

$$\begin{array}{cc} \emptyset & 1 \\ \hline \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{cc} 1 & \emptyset \\ \hline \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ \hline 1 & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{cc} \emptyset & \emptyset \\ \hline \emptyset & 1 \end{array}$$

2.2.2. E_{\Leftarrow}

$$\begin{array}{c|c} \emptyset & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{c|c} 1 & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{array} \quad \begin{array}{c|c} \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 \end{array}$$

2.3. Werte-Tableaux für 2-Objekte

2.3.1. E_{\uparrow}

$0 \quad 1$	$\emptyset \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 1$	$1 \quad \emptyset$	$0 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 0$
$\emptyset \quad \emptyset$	$0 \quad 1$	$0 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 0$	$1 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 1$

$1 \quad 0$	$\emptyset \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 0$	$0 \quad \emptyset$	$1 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 1$
$\emptyset \quad \emptyset$	$1 \quad 0$	$1 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 1$	$0 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 0$

2.3.2. E_{\Leftarrow}

$0 \quad 1$	$\emptyset \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 1$	$1 \quad \emptyset$	$0 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 0$
$\emptyset \quad \emptyset$	$0 \quad 1$	$0 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 0$	$1 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 1$

$1 \quad 0$	$\emptyset \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 0$	$0 \quad \emptyset$	$1 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 1$
$\emptyset \quad \emptyset$	$1 \quad 0$	$1 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 1$	$0 \quad \emptyset$	$\emptyset \quad 0$

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zweidimensionale ontische Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ontische Werte-Tableaux (I). In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zweidimensionale ontische Einbettung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Transjunktion und Inessivität

1. Transjunktion ist eine Operation, die in der 2-wertigen aristotelischen Logik unbekannt ist, da das Gesetz des Ausgeschlossenen Dritten die Einführung eines zusätzlichen Wertes, der über die Werte der logischen Basisdichotomie $L = [0, 1]$ hinausgeht, verbietet. Werden jedoch die in L möglichen 4 alternativen Wahrheitswertfunktionen, d.h. $[0,0]$, $[0, 1]$, $[1, 0]$ und $[1, 1]$ verworfen, muß ein rejektiver Wahrheitswert einer binären logischen Operation eingeführt werden, der über die Werte von L hinausgeht. Dies ist also im Falle einer 2-wertigen Logik die Zahl 3, im Falle einer 3-wertigen Logik die Zahl 4, usw. Günther (1976, S. 313 ff.) spricht bei solchen Operationen, bei denen also das 2-wertige Tertium non datur durch ein Quartum, Quintum, Sextum ... non datur substituiert wird, von Transjunktionen.

2. Der logischen Basisdichotomie $L = [0, 1]$ isomorph ist die Menge der Peanozahlen $P = [0, 1]$. Wie in Toth (2015) dargestellt, ist P auf eine Menge von 12 perspektivisch geschiedenen zahlentheoretischen Tableaux der Form

0	1	∅	∅	∅	1	1	∅	0	∅	∅	0
∅	∅	0	1	0	∅	∅	0	1	∅	∅	1
		×		×		×		×		×	
1	0	∅	∅	∅	0	0	∅	1	∅	∅	1
∅	∅	1	0	1	∅	∅	1	0	∅	∅	0

abbildbar. Das bedeutet also, daß zwei Objekte oder Zeichen in $Z^* = [Z, \Omega]$ oder in $\Omega^* = [\Omega, Z]$ an 6 kombinatorisch geschiedenen ontischen Orten auftreten können und daß dieses Auftreten an ontischen Orten vermöge Perspektivität subjektabhängig ist (der Blick durchs Fenster von Außen nach Innen ist verschieden von dem Blick durchs Fenster von Innen nach Außen).

3. Inessivität ist seit Toth (2012) definiert also eine Lagerrelation eines gerichteten Objektes, das in 0-seitiger Objektabhängigkeit zu dem es richtenden Objekt steht, d.h. es handelt sich, informell ausgedrückt, um z.B. weder in Nischen eingebettete, noch an Wände angelehnte Objekte wie z.B. im Falle der folgenden zweiteiligen Küche, bei der jedes Objekt des Paarobjektes inessiv ist



Löwenbräu Black, 8005 Zürich.

Vor der Einbettung dieser inessiven Küche in das sie einbettende Teilsystem haben wir also ein ontisches Zahlenfeld der Form, in dem $S = 0$ und $U[S] = 1$ ist

1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1.

Wird nun ein Objekt wie die Küche im obigen Bild inessiv eingebettet, so fungiert dieses Objekt bezogen auf $P = [0, 1]$ wie ein Rejektionswert, d.h. es bekommt die Zahl 2 zugeordnet, und wir erhalten zwei mögliche Zahlenfelder nach der Einbettung der inessiven Küche

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
1	0	2	0	0	1	1	0	0	2	0	1
1	0	0	2	0	1	1	0	2	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zählen mit Peanozahlen in ontischen Tableaux. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Subjektive Objekte und objektive Subjekte

1. Die 2-wertige aristotelische Logik, welche die arithmetische Form $L = [0, 1]$ hat, worin es also zwischen den beiden Zahlwerten 0 und 1 keine Vermittlung gibt, kennt natürlich weder subjektive Objekte noch objektive Subjekte, sondern nur Objekte und Subjekte, als deren Zahlwerte jeweils 0 oder 1 fungieren können. Wie in Toth (2014) gezeigt, ist es allerdings nicht nötig, einen dritten Zahlwert einzuführen und somit gegen das logische Grundgesetz des Tertium non datur zu verstoßen, um eine Vermittlung in L zu bewirken, denn man kann eine nicht-materielle, differentielle Vermittlung durch Einführung eines Einbettungsoperators E bewirken, der Zahlwerte auf verschiedene Abbildungsstufen abbildet

$$E_0: 0 \rightarrow [0]$$

$$E_1: 1 \rightarrow [1],$$

in Relationalzahlschreibweise (vgl. Toth 2015a)

$$E: \mathfrak{n}_m \rightarrow \mathfrak{n}_{m+1}.$$

2. Die Anwendung von E auf L , d.h. die Abbildung

$$e: E \rightarrow L = [[0, [1]], [[0], 1], [1, [0]], [[1], 0]]$$

ergibt somit nicht-leere Ränder zwischen 0 und 1 und etabliert ferner ontische Orte, d.h. er setzt die Zahlen, die ja sowohl für Objekte als auch für Zeichen stehen können, als ortsfunktionale. Dabei besitzt eine 2-elementige Menge wie L 2 mal 6 sog. Tableaux, welche die Struktur der Ortsfunktionalität von Zahlen angeben

0	1	∅	∅	∅	1	1	∅	0	∅	∅	0
∅	∅	0	1	0	∅	∅	0	1	∅	∅	1
		×		×		×		×		×	
1	0	∅	∅	∅	0	0	∅	1	∅	∅	1
∅	∅	1	0	1	∅	∅	1	0	∅	∅	0.

3. Wie in Toth (2015b) gezeigt, definieren diese 12 zahlentheoretischen Tableaux zugleich die 12 möglichen Ränder von $R[0, 1] \neq R[1, 0]$. Da man

$$0 = \Omega$$

$$1 = Z$$

setzen kann, gibt es also genau 12 Ränder zwischen Objekt und Zeichen, die mithilfe von ortsfunktionalen Zahlen differenzierbar sind, und zwar, wie bereits gesagt, ohne die Grundlagen der 2-wertigen aristotelischen Logik zu verletzen. Subjektive Objekte haben somit andere Ränder als sie objektive Subjekte haben, und da das Zeichen in den beiden möglichen Definitionen

$$Z^* = [Z, \Omega]$$

$$\Omega^* = [\Omega, Z]$$

die logische Subjektposition einnimmt, haben wir die beiden Isomorphismen

$$[Z, \Omega] \cong [\Sigma, \Omega]$$

$$[\Omega, Z] \cong [\Omega, \Sigma].$$

Subjektive Objekte sind damit genau diejenigen Objekte, welche als Rand die Menge der geordneten Paare $[Z, \Omega]$ haben, und objektive Subjekte sind genau diejenigen Subjekte, welche als Rand die Menge der geordneten Paare $[\Omega, Z]$ haben.

Zur Menge der $[Z, \Omega]$ gehören neben allen wahrgenommenen Objekten auch Objekte, an denen, wie die Umgangssprache sagt, "ein Subjekt hängt" (merkwürdigerweise ist die konverse Relation, daß ein Objekt an einem Subjekt hänge, ungrammatisch, obwohl in einer Logik, in der das Objekt tot, d.h. objektiv, ist, genau die umgekehrte Grammatikalitätsverteilung zu erwarten wäre), wie z.B. der Teddybär des Sohnes, die Puppe der Tochter, die Vuitton-Tasche der Mutter und der Oldtimer des Vaters.

Zur Menge der $[\Omega, Z]$ gehören neben allen zum Zeichen erklärten Objekten, d.h. den benseschen Metaobjekten, diejenigen Subjekte, die von einem Ich-Subjekt aus das Du-Subjekt darstellen, nicht aber Er-Subjekte, denen der gleiche Status wie den (objektiven) Objekten zukommt, nämlich die logische Objektposition.

(Eine Unterscheidung zwischen Er-Subjekten und Es-Objekten bedürfte tatsächlich einer mindestens 3-wertigen, nicht-aristotelischen Logik.)

Literatur

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Ontisch-semiotische Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ontische Zahlentheorie von Randrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

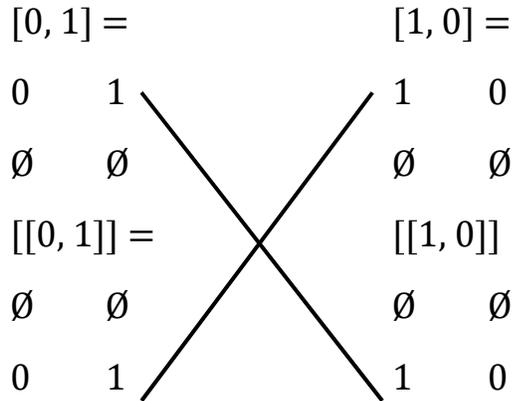
Chiastische Zyklen ortsfunktionaler Zahlen

1. Bekanntlich ist die von Gotthard Günther inaugurierte Polykontexturalitätstheorie ein n -wertiges Vermittlungssystem 2-wertiger Logiken, in dem jeder ontologische Ort einer Subjektposition korrespondiert, d.h. Kontexturen sind ausschließlich subjektunktional, denn nur das Subjekt ist iterierbar, das Objekt in der n -wertigen Günther-Logik ist genauso ein totes, nicht-reflektierbares Objekt wie es dies in der 2-wertigen aristotelischen Logik ist. Ferner gibt es für jedes Subjekt in der ihm abgebildeten 2-wertigen Logik weiterhin keine Vermittlung für die Werte der logischen Basisdichotomie $L = [0, 1]$, denn die güntherschen Rejektionswerte betreffen ja die ganzen Alternativen von L , d.h. bei der Einführung eines neuen Wertes 2 wird sowohl 0 als auch 1 verworfen, wodurch das Ausgeschlossenheitsgesetz der klassischen Logik, das im Falle der 2-wertigen als Tertium non datur erscheint, einfach zu einem Quartum non datur wird, entsprechend geht es weiter bei der Einführung weiterer neuer Werte. In Sonderheit gibt es somit auch keine Vermittlung zwischen der Menge $L = [0, 1]$ und der Menge der Rejektionswerte, d.h. die beiden Mengen von Zahlen haben einen leeren Rand, wie dies im Falle von 0 und 1 in L der Fall ist, die sich aus diesem Grunde wie Spiegelbilder voneinander darstellen. Wenn nun Mitterauer glaubt, daß "the function of self-reference is permanently integrating polyontological and disontological realities, so that we are aware of our personal ego" (2013, S. 514), so folgt daraus, daß diese mysteriöse Selbstreferenz (wovon eigentlich?) zwischen einer Menge von Werten und der Menge ihrer Rejektionswerte vermittelt. Wie wir aber soeben gezeigt haben, ist der Rand zwischen den beiden Mengen leer, d.h. unvermittelt, und somit gibt es dort auch nichts, was selbstreferent sein und vermitteln könnte.

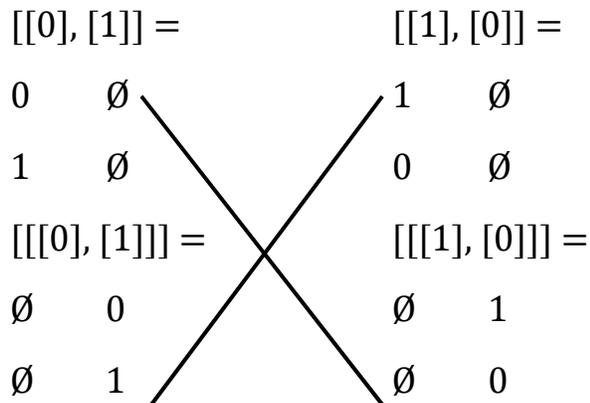
2. Hingegen kann man unter Verzicht auf die Einführung neuer Werte, die wegen der Nicht-Iterierbarkeit des Objekts und der Absenz einer Vermittlung zwischen den Werten von L ohnehin sinnlos ist, jedoch durch Einführung eines nicht-substantiellen und damit nicht-wertigen, sondern rein differentiell fungierenden Einbettungsoperators (vgl. Toth 2014) Zahlen definieren, die nicht nur objektabhängig, sondern auch ortsabhängig sind (vgl. Toth 2015a, b). Wie im folgenden gezeigt wird, lassen sich diese nicht gegen den logischen Drittsatz verstoßenden ortsfunktionalen Zahlen in 3 chiastischen Zyklen

darstellen, bei denen somit paarweise Vermittlung stattfindet und Selbstreferenz möglich ist.

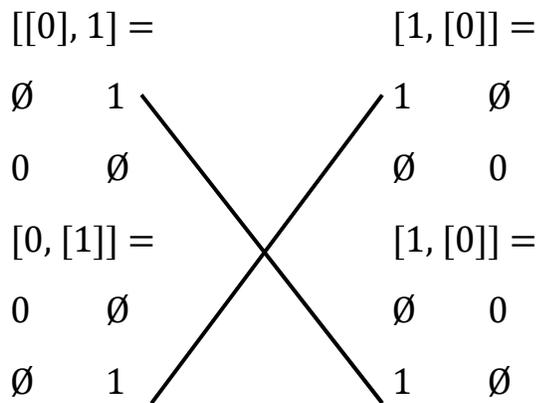
2.1. Chiastischer Zyklus von $[0, 1] \times [1, 0]$ und $[[0, 1]] \times [[1, 0]]$



2.2. Chiastischer Zyklus von $[[0], [1]] \times [[1], [0]]$ und $[[[0], [1]]] \times [[1], [0]]$



2.3. Chiastischer Zyklus von $[[0], 1] \times [1, [0]]$ und $[0, [1]] \times [[1], 0]$



Literatur

Mitterauer, Bernhard, Weltbild der vielen Wirklichkeiten. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), *Litera scripta manet. Serta in honorem Helmar Frank*. Paderborn 2013, S. 514-526

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2014

Toth, Alfred, Objektabhängigkeit und Ortsabhängigkeit von Zahlen. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics* 2015a

Toth, Alfred, Zyklizität ortsfunktionaler Zahlen. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics* 2015b

Der leere Rand zwischen einem Objekt und seiner Reflexion

1. In Wittgensteins "Tractatus" (vgl. Wittgenstein 1980) findet sich im Paragraphen 5.513 die bemerkenswerte Feststellung: "Zwei Sätze sind einander entgegengesetzt, wenn sie nichts miteinander gemein haben, und: Jeder Satz hat nur ein Negativ, weil es nur einen Satz gibt, der ganz außerhalb seiner liegt".

2. Ontisch gesehen liegt Wittgensteins korrekte Feststellung daran, daß die Werte 0 und 1 in der logischen Basisdichotomie $L = [0, 1]$ unvermittelt sind, da das logische Grundgesetz des Ausgeschlossenen Dritten die Existenz eines Wertes 2 mit $L' = [0, 2, 1]$ verbietet. In einer 3-wertigen Logik der Form L' gälte also

$$2 = R[0, 1] = R[1, 0],$$

d.h. trotz eines nun nicht mehr leeren Randes blieben die beiden Elemente 0 und 1 der Dichotomie L austauschbar, d.h. es wäre

$$L' = [0, 2, 1] = [1, 2, 0],$$

und somit ändert sich abgesehen von der Nicht-Leerheit des Randes durch die Abbildung $l: L \rightarrow L'$ überhaupt nichts, denn sowohl in L als auch in L' kann man eine Logik sowohl auf der Position 0 als auch auf der Negation 1 aufbauen, und die beiden daraus resultierenden Logik werden einander isomorph sein.

3. Einführung von Werten, d.h. von Substanz, nützt also nichts, um zu verhindern, daß sich ein Objekt und seine Reflexion nicht mehr austauschen lassen, d.h. daß ein erkenntnistheoretischer Unterschied zwischen einem Objekt und seinem Spiegelbild auf logischer Ebene existiert, der doch auf ontischer Ebene realiter vorhanden ist. Die zahlreichen literarischen und bildnerischen Darstellungen des Aus-dem-Spiegel-Tretens legen davon Zeugnis ab: " 'Laß mir dein Spiegelbild, du innig Geliebter, es soll mein und bei mir bleiben immerdar'. – 'Giulietta', rief Erasmus ganz verwundert, 'was meinst du denn? – Mein Spiegelbild?' [...]. Da rief Erasmus, wahnsinnig vor tötendem Liebesschmerz: 'Muß ich denn fort von dir? – Muß ich fort, so soll mein Spiegelbild dein bleiben auf ewig und immerdar. Keine Macht – der Teufel soll es dir nicht entreißen, bis du mich selbst hast mit Seele und Leib'. Giuliettas Küsse brannten wie Feuer auf seinem Munde, als er dies gesprochen, dann ließ sie ihn los und streckte

sehnsuchtsvoll die Arme aus nach dem Spiegel. Erasmus sah, wie sein Bild unabhängig von seinen Bewegungen hervortrat, wie es in Juliettas Arme glitt, wie es mit ihr im seltsamen Duft verschwand” (E.T.A. Hoffmann, Die Abenteuer der Silvesternacht).

Hingegen kann man, wie dies in Toth (2014) vorgeschlagen wurde, einen nicht-substantiellen, sondern differentiellen Einbettungsoperator E als Abbildung der Form

$$E: x \rightarrow [x]$$

mit $x \in \{0, 1\}$ definieren. Dadurch wird $L = [0, 1]$ auf 12 mögliche ortsfunktionale Zahlfelder abgebildet (vgl. Toth 2015a)

$$\begin{array}{cccc}
 0 & 1 & \emptyset & \emptyset \\
 \emptyset & \emptyset & 0 & 1 \\
 \times & & \times & \\
 1 & 0 & \emptyset & \emptyset \\
 \emptyset & \emptyset & 1 & 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset & 1 & 1 & \emptyset \\
 0 & \emptyset & \emptyset & 0 \\
 \times & & \times & \\
 \emptyset & 0 & 0 & \emptyset \\
 1 & \emptyset & \emptyset & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{cccc}
 0 & \emptyset & \emptyset & 0 \\
 1 & \emptyset & \emptyset & 1 \\
 \times & & \times & \\
 1 & \emptyset & \emptyset & 1 \\
 0 & \emptyset & \emptyset & 0,
 \end{array}$$

dessen Ränder nun nicht nur nicht-leer sind, sondern erkenntnistheoretisch geschiedene ontische Loci thematisieren (vgl. Toth 2015b)

$$\begin{array}{cc}
 [0, 1] = & [1, 0] = \\
 0 & 1 \\
 \emptyset & \emptyset
 \end{array}$$

$$R[0, 1] = [[0, 1], [0, \emptyset], [\emptyset, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[1, 0] = [[1, 0], [\emptyset, 0], [\emptyset, \emptyset], [1, \emptyset]]$$

$$\begin{array}{cc}
[[0, 1]] = & [[1, 0]] \\
\emptyset & \emptyset \\
0 & 1 \\
1 & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
R[[0, 1]] = [[[0, 1]], [[0, \emptyset]], [[\emptyset, \emptyset]], [[\emptyset, 1]]] \\
R[[1, 0]] = [[[1, 0]], [[\emptyset, 0]], [[\emptyset, \emptyset]], [[1, \emptyset]]]
\end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
[[0], [1]] = & [[1], [0]] = \\
0 & \emptyset \\
1 & \emptyset \\
\emptyset & 1 \\
\emptyset & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
R[0, 1] = [[[[0], [1]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]] \\
R[1, 0] = [[[[1], [0]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]]
\end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
[[[0], [1]]] = & [[[1], [0]]] = \\
\emptyset & 0 \\
\emptyset & 1 \\
0 & \emptyset \\
1 & \emptyset
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
R[[0, 1]] = [[[[[0], [1]]], [[[0], [\emptyset]], [[[\emptyset], [\emptyset]], [[[\emptyset], [1]]]]] \\
R[[1, 0]] = [[[[[1], [0]], [[[\emptyset], [0]], [[[\emptyset], [\emptyset]], [[[1], [\emptyset]]]]]
\end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
[[0], 1] = & [[1], 0] = \\
\emptyset & 1 \\
0 & \emptyset \\
\emptyset & 1 \\
1 & \emptyset
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
R[[0], 1] = [[[\emptyset, 1], [\emptyset, 0], [0, \emptyset], [\emptyset, 1]]] \\
R[[1], 0] = [[[\emptyset, 0], [\emptyset, 1], [1, \emptyset], [\emptyset, 0]]]
\end{array}$$

$$[0, [1]] = \quad [1, [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \emptyset \quad 0$$

$$R[0, [1]] = [[0, \emptyset], [0, \emptyset], [\emptyset, 1], [1, \emptyset]]$$

$$R[1, [0]] = [[1, \emptyset], [1, \emptyset], [\emptyset, 0], [0, \emptyset]].$$

In einer Logik, in der vermöge E die Ortsfunktionalität der beiden Werte 0 und 1 in $L = [0, 1]$ gilt, die jedoch in verschiedenen Einbettungsstufen auftreten, stellt also die klassische aristotelische Logik nur vermöge der juxtaponierten Wert-Strukturen eine Teillogik dar. Im Gegensatz zur polykontexturalen Logik, die mehrwertig ist, bleibt eine solche ortsfunktionale Logik jedoch 2-wertig, und ein differentielles statt eines substantiellen Tertiums wird durch das Gesetz des Tertium non datur ja nicht ausgeschlossen. Das bedeutet also, daß in einer solchen Logik, in der die Operatoren nicht über 2 juxtaponierten, sondern über 12 juxtaponierten und nicht-juxtaponierten ontischen Werten operieren, Wittgensteins Feststellung lediglich einen trivialen Sonderfall darstellt, allerdings einen, welcher der ontischen Situation, daß ein Objekt, das gespiegelt wird, nie mit seinem Spiegelbild identisch sein kann und daß es somit auch keine Austauschrelationen à la Giulietta geben kann, widerspricht. Eine solche Logik beschreibt also keineswegs die Welt, geschweige denn ist sie mit ihr identisch, wie dies Wittgenstein verschiedentlich behauptet, sondern eine solche Logik ist eine Kontradiktion der Ontik, und sie beschreibt nichts weniger als die Welt der Objekte und der mit ihr isomorphen Zeichen.

Literatur

Toth, Alfred, Ontische Werte-Tableaux I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Grenzen und Rändern in ortsfunktionalen Zahlfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980
(original 1918)

Logischer und ontischer Ort

1. In Wittgensteins "Tractatus" (vgl. Wittgenstein 1980) liest man:

3.4. Der Satz bestimmt einen Ort im logischen Raum. Die Existenz dieses logischen Ortes ist durch die Existenz der Bestandteile allein verbürgt, durch die Existenz des sinnvollen Satzes.

Danach gibt es also keinen vorgegebenen logischen Ort, auf den die Werte der logischen Basisdichotomie $L = [0, 1]$ abgebildet werden. Dies ist durchaus korrekt, denn es ist ja $L = [0, 1] = [1, 0]$. Am besten hatte diesen Sachverhalt bereits Günther formuliert: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (2000, S. 230 f.). In Sonderheit bedeutet dies, daß L auf keinen Fall als Abbildung der Form

$$f: [0, 1] \rightarrow [\emptyset, \emptyset]$$

darstellbar ist, darin \emptyset eine Leerstelle markiert, die mit 0 oder mit 1 belegbar ist.

2. Dennoch ist es, wie in Toth (2015a) gezeigt, möglich, die 2-wertige aristotelische Logik durch Einführung eines Einbettungsoperators E

$$E: x \rightarrow [x]$$

mit $x \in L$

auf ein System von 12 Zahlfeldern abzubilden, in denen die Werte von L somit 12 verschiedene ontische Orte einnehmen.

$[0, 1] =$		$[1, 0] =$	
0	1	1	0
\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$R[0, 1] = [[0, 1], [0, \emptyset], [\emptyset, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[1, 0] = [[1, 0], [\emptyset, 0], [\emptyset, \emptyset], [1, \emptyset]]$$

$$[[0, 1]] = \quad \quad \quad [[1, 0]]$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset$$

$$0 \quad 1 \quad \quad \quad 1 \quad 0$$

$$R[[0, 1]] = [[[0, 1]], [[0, \emptyset]], [[\emptyset, \emptyset]], [[\emptyset, 1]]]$$

$$R[[1, 0]] = [[[1, 0]], [[\emptyset, 0]], [[\emptyset, \emptyset]], [[1, \emptyset]]]$$

$$[[0], [1]] = \quad \quad \quad [[1], [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$1 \quad \emptyset \quad \quad \quad 0 \quad \emptyset$$

$$R[0, 1] = [[[0], [1]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]$$

$$R[1, 0] = [[[1], [0]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]$$

$$[[[0], [1]]] = \quad \quad \quad [[[1], [0]]] =$$

$$\emptyset \quad 0 \quad \quad \quad \emptyset \quad 1$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$R[[0, 1]] = [[[[0], [1]]], [[0], [\emptyset]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[\emptyset], [1]]]$$

$$R[[1, 0]] = [[[[1], [0]]], [[\emptyset], [0]], [[\emptyset], [\emptyset]], [[1], [\emptyset]]]$$

$$[[0], 1] = \quad \quad \quad [[1], 0] =$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \quad \quad \emptyset \quad 0$$

$$0 \quad \emptyset \quad \quad \quad 1 \quad \emptyset$$

$$R[[0], 1] = [[\emptyset, 1], [\emptyset, 0], [0, \emptyset], [\emptyset, 1]]$$

$$R[[1], 0] = [[\emptyset, 0], [\emptyset, 1], [1, \emptyset], [\emptyset, 0]]$$

$$[0, [1]] = \quad [1, [0]] =$$

$$0 \quad \emptyset \quad 1 \quad \emptyset$$

$$\emptyset \quad 1 \quad \emptyset \quad 0$$

$$R[0, [1]] = [[0, \emptyset], [0, \emptyset], [\emptyset, 1], [1, \emptyset]]$$

$$R[1, [0]] = [[1, \emptyset], [1, \emptyset], [\emptyset, 0], [0, \emptyset]].$$

Wie man erkennt, verletzt eine solche Logik, die durch $L^* = [L, E]$ darstellbar ist, die 2-wertige Logik nicht, da E als nicht-substantielles, sondern differentielles "Tertium" wirkt. Die bemerkenswerteste Tatsache besteht aber darin, daß in diesem für eine 2-elementige Menge wie $L = [0, 1]$ minimalen System von 12 Zahlfeldern die Größe des Zahlfeldes variabel ist. Während in der polykontexturalen Logik in einer Kontextur der Länge 2 die beiden Proto-, Deutero- und Tritozahlen $[0, 1]$, $[1, 0]$ und $[0, 0] = [1, 1]$ darstellbar sind, also nur 2 ontische Orte benötigen, benötigen sie in L^* 4 ontische Orte, aber sie können auch auf Zahlfelder mit mehr ontischen Orten abgebildet werden, denn sobald eine Leerstelle \emptyset mit 0 oder 1 belegt wird, wird nicht nur $\emptyset \rightarrow 0$ oder $\emptyset \rightarrow 1$ abgebildet, sondern der Raum erweitert sich gleichzeitig, d.h. es besteht ein Zusammenspiel zwischen Kontraktion und Distraction der Menge ontischer Orte bei jeder Abbildung, und zwar im Gegensatz zur polykontexturalen Logik unabhängig davon, ob L durch Rejektionswerte erweitert wird, wie z.B. bei

$$\begin{array}{ccc} & 0 & \emptyset & 2 \\ 0 & 2 & \rightarrow & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & 1 & & \emptyset & \emptyset & 1, \end{array}$$

oder ob keine Rejektionswerte auftreten, denn gemäß dem in Toth (2015b) formulierten Satz, daß nicht nur kein Zeichen, sondern vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie auch kein Objekt allein auftreten kann, gilt z.B. auch

$$\begin{array}{rcccl}
 & & 0 & \emptyset & \emptyset \\
 0 & \emptyset & \rightarrow & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\
 \emptyset & 1 & & \emptyset & \emptyset & 1.
 \end{array}$$

Damit korrespondiert die ontisch überprüfbare Tatsache, daß es in einem 3-dimensionalen Raum immer eine Möglichkeit gibt, ein weiteres Objekt vor, hinter, über oder neben einem Objekt (bzw. zwischen zwei Objekten) zu platzieren.

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Grenzen und Ränder in ortsfunktionalen Zahlfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Leerstellen bei nicht-leeren Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Ein metasemiotischer Grunddefekt bei der Bezeichnung von ontischen Paarobjekten

1. Objekte können einzeln oder in Paaren auftreten. Dieser Trivialität gegenüber steht allerdings die Tatsache, daß ontisch zwischen Objektpaaren, d.h. 2-tupeln von irgendwelchen Objekten, und Paarobjekten, d.h. zusammengehörigen 2-tupeln zu unterscheiden ist. Beispielsweise bilden ein Hut und ein Schal zwar zwei Kleidungsstücke, da sie aber nicht zusammengehören, sind sie ein Objektpaar und kein Paarobjekt. Hingegen bilden ein Hut und ein Kopf, obwohl sie sortig verschieden sind, ein Paarobjekt, da Hüte und Köpfe zusammengehören. Wie dieses Beispiel allerdings zeigt, gibt es verschiedene Formen von Zusammengehörigkeit zwischen Objekten, die Objektpaare bilden. Die entsprechende, in Toth (2013) eingeführte Objektinvariante lautet Objektabhängigkeit. Während zwischen einem Hut und einem Kopf eine 1-seitige Objektabhängigkeit besteht, insofern zwar ein Hut eines Kopfes, aber ein Kopf nicht eines Hutes bedarf, um ontisch vollständig zu sein, besteht zwischen einem Schlüssel und einem Schloß eine 2-seitige Objektabhängigkeit, da weder der Schlüssel ohne das Schloß, noch das Schloß ohne den Schlüssel ontisch vollständig sind. 0-seitige Objektabhängigkeit ist somit definitorisches Merkmal von Objektpaaren, und diese unterscheiden sich also von Paarobjekten durch 1- oder 2-seitige Objektabhängigkeit. Bei den Paarobjekten, zwischen denen 2-seitige Objektabhängigkeit besteht, ist ferner zwischen solchen mit und ohne semiotisch iconische Abbildung (vgl. Bense ap. Walther 1979, S. 122) zu unterscheiden. Bei dem Beispiel von Schlüssel und Schloß besteht zwischen den beiden Objekten eine iconische Abbildungsrelation. Hingegen besteht zwischen einem Porträt und einer Person eine solche iconische Abbildungsrelation nicht unbedingt.

2. Zwar gibt es nun im metasemiotischen System der verschiedenen Sprachen Numeri, um die Zweiheit auszudrücken, wobei sowohl der Dual als auch der Paral allerdings sowohl Objektpaare als auch Paarobjekte morphologisch kennzeichnen, d.h. die beiden Numeri machen keinen Unterschied zwischen 0-, 1- und 2-seitiger Objektabhängigkeit, vgl. obersorb. wokno "Fenster", woknje "zwei Fenster (Dual)", wokna "(mehr als zwei) Fenster (Plural)". Vor allem aber sind diese Kennzeichnungen eben solche von Zweitheiten und nicht von

Paarheiten und damit quantitativ und nicht qualitativ. Dasselbe gilt für die sog. pluralia tantum, Pluralformen, die Einzelobjekte bezeichnen wie latein. moenia "Stadtmauer" oder insidiae "Hinterhalt". Hier bezeichnen die supponierten Singularformen, wenigstens im klassischen Latein, überhaupt kein Objekt.

Der metasemiotische Grunddefekt bei der Bezeichnung von Paarobjekten liegt somit darin, daß es wohl in keiner Sprache Bezeichnungen für 2-seitig objektabhängige Paarobjekte wie bei dem folgenden iconischen (1) und nicht-iconischen Fällen (2)

(1) Schlüssel + Schloß = ?

Stecker + Steckdose = ? (vgl. fiche mâle + fiche femelle = (fiche))

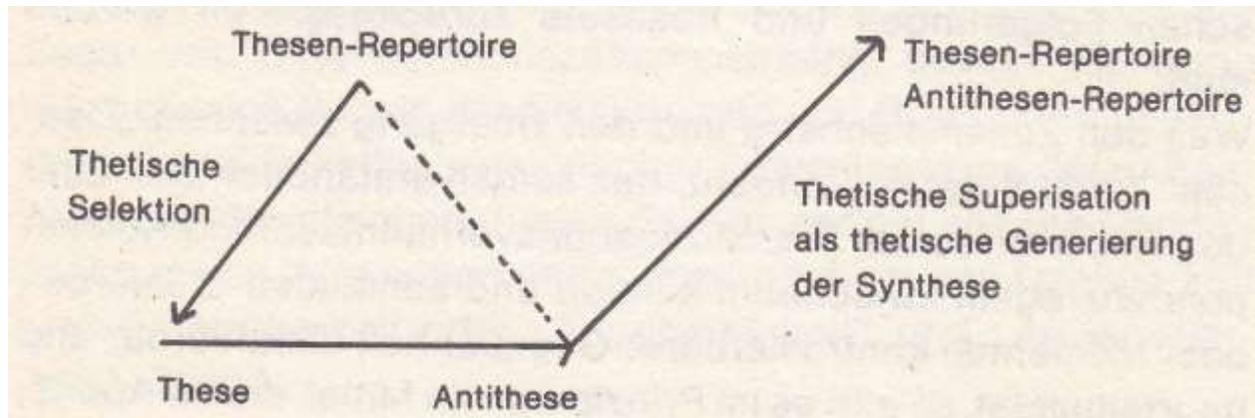
Achse + Rad = ?

(2) Messer + Gabel = ?

Bierglas + Bierdeckel = ?

gibt, etwa nach der Art von "Geschloß". Wenn ein solches Wort existiert, welches das Paar selbst und nicht seine 2-seitig objektabhängigen Teile bezeichnet, wie z.B. bei Schachtel, dann gibt es jeweils für mindestens eines der beiden Objekte des Paarobjektes keine Bezeichnung, bei der Schachtel z.B. nur für den Deckel, aber nicht für das von ihm Bedeckte.

Logisch gesehen kann der Grund für diesen Fundamentaldefekt darin gesehen werden, daß die klassische aristotelische Logik eben 2-wertig ist und der jeweils dritte Begriff unter das Verbot des Grundgesetzes des Tertium non datur fiel. In der 2-wertigen Logik gibt es eben nur These und Antithese, d.h. sie beruht auf der Dichotomie $L = [0, 1]$, worin die beiden Werte, die für Position und Negation stehen, als Spiegelbilder von einander unvermittelt neben einander stehen. Eine Synthese kann es somit erst von einer 3-wertigen Logik an geben, und Max Bense hatte gezeigt, daß der hegel-marxsche logische Dreischritt von These, Antithese und Synthese isomorph ist mit der semiotischen Dreistelligkeit der triadischen Zeichenrelation (vgl. Bense 1975, S. 28).



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

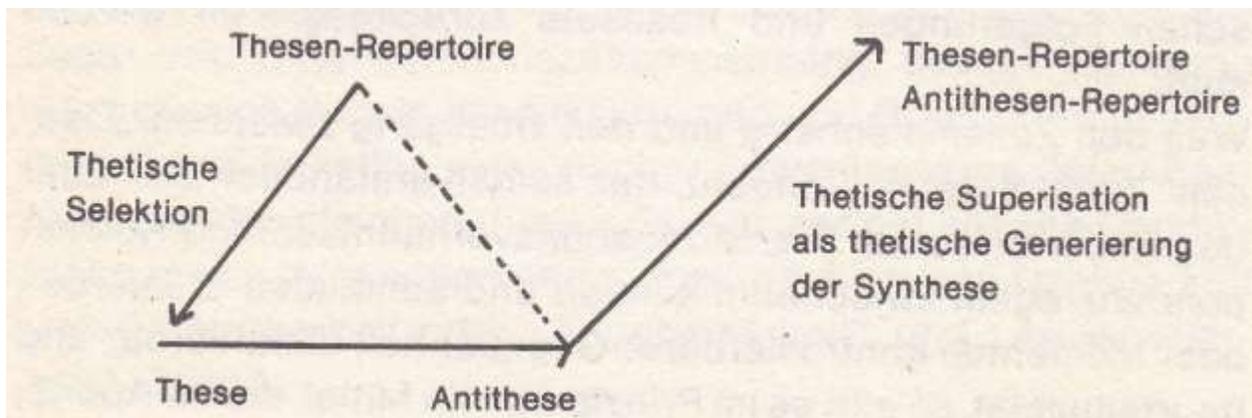
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Auf. Stuttgart 1979

Semiotische Superisation als logische Synthese

1. In Toth (2015a) hatten wir darauf hingewiesen, daß Paarobjekte, d.h. 2-tupel von 2-seitig objektabhängigen Objekten, keine metasemiotischen Bezeichnungen aufweisen, und zwar weder im Falle, daß zwischen Objekten eine iconische Abbildung besteht (1), noch im Falle, daß sie nicht besteht (2).

- (1) Schlüssel + Schloß = ?
Stecker + Steckdose = ?
Achse + Rad = ?
- (2) Messer + Gabel = ?
Bierglas + Bierdeckel = ?

2. Der Grund für diese metasemiotische Defizienz liegt, wie ebenfalls bereits in Toth (2015a) festgestellt, darin, daß die 2-wertige Logik eben vermöge des Grundgesetzes des Tertium non datur einen 3. Wert verbietet und daß eine metasemiotische Bezeichnung auf repräsentationeller Ebene die logische Position dieses 3. Wertes einnimmt. Wie jedoch Bense (1975, S. 28) gezeigt hatte, kann der hegel-marxsche logische Dreischritt mit der triadischen peircischen Zeichenrelation $Z = (M, O, I)$ in Isomorphierelation gebracht werden,



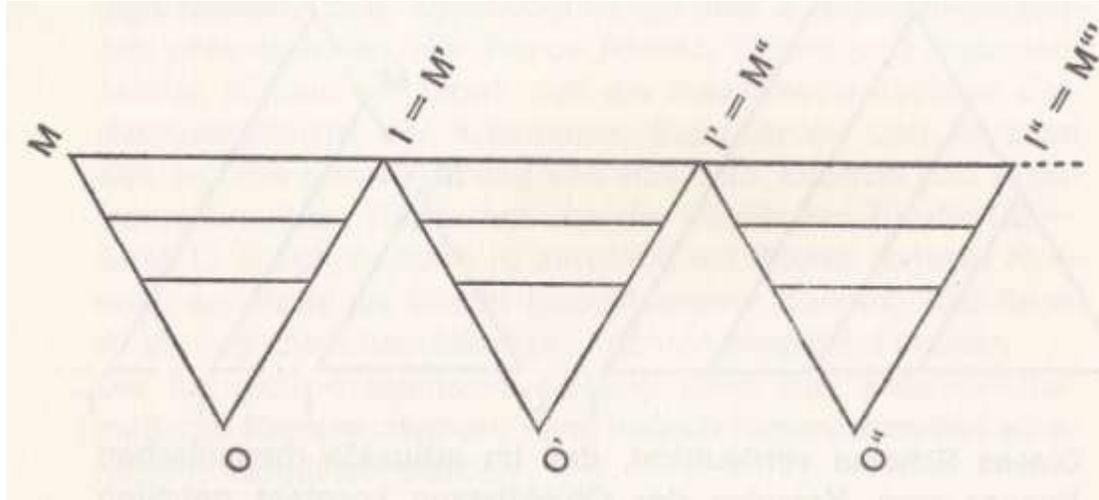
wobei also folgende logisch-semiotischen Teilisomorphien existieren

$M \cong \text{Thesenrepertoire}$

$O \cong \text{These}$

$I \cong$ Antithese.

Die Synthese wird von Bense mit der in Bense (1971, S. 54 f.) eingeführten Superisation



in Isomorphierelation gesetzt. Für jede Zeichenrelation der Form

$$Z^n = (M^n, O^n, I^n)$$

kann somit ein Superzeichen durch

$$Z^{n+1} = (M^{n+1}, O^{n+1}, I^{n+1})$$

definiert werden.

3. Kommen wir nochmals auf die "ungelösten" bzw. "unlösbaren" Additionen

- (1) Schlüssel + Schloß = ?
Stecker + Steckdose = ?
Achse + Rad = ?
- (2) Messer + Gabel = ?
Bierglas + Bierdeckel = ?

zurück. Nur im Falle von "Schlüssel" und "Schloß" ist die iconische ontische Ähnlichkeit auch durch eine metasemiotische iconische Ähnlichkeit mitgeführt, d.h. abgebildet, insofern die beiden Zeichen die gleiche etymologische Wurzel haben. Nur hier könnte man also für die Summe aus der qualitativen Addition

von Schlüssel + Schloß das Kunstwort "Geschlöß" bilden. Bereits bei "Stecker" und "Steckdose" funktioniert das aber nicht mehr, und zwar deshalb, weil "Steckdose" aus zwei Zeichen besteht, vgl. hingegen franz. fiche mâle und fiche femelle, deren Summe man als "fiche" bezeichnen könnte, ähnlich, wie man die Summe von Äpfeln und Birnen als "Früchte" oder "Obst" bezeichnet, nur daß im franz. Beispiel wiederum metasemiotische Ähnlichkeit zwischen den beiden Summanden und der Summe besteht. Letztlich läuft somit die metasemiotische Defizienz nicht-existierender Paarobjekts-Bezeichnungen auf die Unmöglichkeit qualitativer Arithmetik in der 2-wertigen aristotelischen Logik hinaus (vgl. Toth 2015b) und ist somit Wasser auf die Mühle der Polykontextualitätstheoretiker (vgl. Kronthaler 1990).

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Toth, Alfred, Ein metasemiotischer Grunddefekt bei der Bezeichnung von ontischen Paarobjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grundlegung einer Arithmetik kontexturierter Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Zeichen für summative und hypersummative n-tupel von Objekten

1. Wie bereits in Toth (2015a, b) angedeutet, weisen die linguistischen meta-semiotischen Systeme vermutlich sämtlicher Sprachen das eigenartige Defizit auf, daß sie selbst für 2-seitig objektabhängige Paarobjekte mit iconischer Abbildung zwischen den Objekten der Paare wohl für diese Objekte, nicht aber für die Paare selbst Wörter, d.h. Zeichen, besitzen. So gibt es etwa Bezeichnungen für den Schlüssel und das Schloß, nicht aber für das Ensemble beider, denn *Geschloß ist ungrammatisch, obwohl es ein Objekt, welches durch dieses Zeichen bezeichnet werden könnte, ja vermöge der iconischen Anpassungsiconizität zwischen einem Schlüssel, der zu einem Schloß und einem Schloß, das zu einem Schlüssel passen muß, um ihre Funktion zu erfüllen, ja tatsächlich gibt. Im folgenden untersuchen wir sowohl Paarobjekte, d.h. solche, zwischen denen 2-seitige Objektabhängigkeit besteht, als auch Objektpaare, d.h. solche, zwischen denen 1- oder 0-seitige Objektabhängigkeit besteht, wobei bemerkenswerterweise iconische Abbildungen zwischen den Objekten nicht nur, wie man vermuten könnte, bei 2-seitiger Objektabhängigkeit vorkommen.

2.1. 2-seitig objektabhängige Objekte

2.1.1. Mit iconischer Abbildung

Schlüssel + Schloß = ?

Stecker + Steckdose = ?

Achse + Rad = ?

2.1.2. Ohne iconische Abbildung

Messer + Gabel = ?

Bierglas + Bierdeckel = ?

Teller + Papiersset = ?

2.2. 1-seitig objektabhängige Objekte

2.1.1. Mit iconischer Abbildung

Kopf + Hut = ?

Finger + Fingerhut = ?

Fuß + Schuh = ?

2.1.2. Ohne iconische Abbildung

Hals + Schal = ?

Suppe + Löffel = ?

Flasche + Trinkglas = ?

2.3. 0-seitig objektabhängige Objekte

Hier gibt es keine iconischen Abbildungen.

Löffel + Messer = ?

Gabel + Löffel = ?

Teller + Trinkglas = ?

3. Obwohl nun in Toth (2015a, b) das Fehlen von Zeichen für die Summen dieser qualitativen Additionen durch das Fehlen eines dritten Wertes der ihnen zugrunde liegenden 2-wertigen aristotelischen Logik erklärt wurde, in der ja das logische Grundgesetz des Tertium non datur einen solchen zusätzlichen Wert ausdrücklich verbietet, begenen wir n-tupeln von Objekten mit $n > 2$, also Objekt-Tripeln, -Quadrupeln, usw., für die sowohl für deren Objekte als auch für die Summen ihrer qualitativen Additionen Zeichen existieren, obwohl sie doch vermöge unserer logischen Erklärung gar nicht existieren dürften. Allerdings liegt hier nur ein scheinbarer Widerspruch vor, denn es handelt sich bei diesen Objekt-n-tupeln um Superobjekte, also den ontischen Pendanten zu den Superzeichen und nicht um echte qualitative Summierungen, denn genauso wie sich ein Superzeichen zu seinen Zeichen in hypersummativer Relation verhält, verhält sich ein Superobjekt zu seinen Objekten in hypersummativer Relation. Somit sind Zeichen für Objekt-n-tupel nur für den additiven, nicht

aber für den hyperadditiven Fall verboten. Im folgenden werden drei der bekanntesten Beispiele für Objekt-n-tupel mit verschiedenem Wert von n präsentiert.

3.1. Wohnwand \succ (Schränke + Regale)

3.2. Einbauküche \succ (Herd + Geschirrspüler + Kühlschrank + Einbauschränke)

3.3. Gedeck \succ (Teller + Messer + Gabel + Löffel + Gläser + Servietten + Set + Salzstreuer + Pfefferstreuer)

Literatur

Toth, Alfred, Ein metasemiotischer Grunddefekt bei der Bezeichnung von ontischen Paarobjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische Superisation als logische Synthese. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Semiotik der dialektischen Relation

1. In Toth (2015a) hatten wir zwischen quantitativen, nicht-dialektischen Relationen wie z.B. bei der Additivität

	2		3		4
1	1,	1	2,	1	3, ...

und der Multiplikativität

	1		2		3
1	1,	1	2,	1	3, ...

sowie qualitativen, dialektischen Relationen, wie sie in den Triaden

	3.1		3.2		3.3
1.1	2.1	1.2	2.2	1.3	2.3

und den Trichotomien

	1.3		2.3		3.3
1.1.	1.2	2.1	2.2	3.1	3.2

der semiotischen Subrelationen erscheinen, unterschieden.

2. Die Dialektik der semiotischen Primzeichenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) $P = (.1., .2., .3.)$, darin die triadischen Zeichenzahlen der Form

$Z_{td} = \langle x. \rangle$

und die trichotomischen Zeichenzahlen der Form

$Z_{tt} = \langle .y \rangle$

zu unterscheiden sind, kann daher für jedes Subzeichen der Form $S = \langle x. \rangle \times \langle .y \rangle = \langle x.y \rangle$ mittels der folgenden Hypo- und Hypersummativitätsrelationen definiert werden

für Z_{td}

$\langle x.y \rangle + \langle (x+1).y \rangle < \langle (x+2).y \rangle$

$$\langle (x+2).y \rangle \quad > \quad \langle (x+1).y \rangle + \langle x.y \rangle$$

und für Z_{tt}

$$\langle x.y \rangle + \langle (x.(y+1)) \rangle \quad < \quad \langle (x.(y+2)) \rangle$$

und konvers

$$\langle (x.(y+2)) \rangle \quad > \quad \langle x.y \rangle + \langle (x+1).y \rangle.$$

Somit bekommen wir folgende Isomorphien zwischen der hegelschen dialektischen logischen Relation $R = (\text{Thesis}, \text{Antithesis}, \text{Synthesis})$ und der peirceschen Zeichenrelation $Z = (M, O, I)$

$$M \cong \text{Thesis}$$

$$O \cong \text{Antitheis}$$

$$I \cong \text{Synthesis.}$$

Das bedeutet aber, daß die semiotische Objektrelation als Negation der Mittelrelation bestimmt ist, d.h. es gilt

$$O = \neg M,$$

und somit besteht die weitere Isomorphie zwischen der logischen Dichotomie von Position und Negation sowie der soeben definierten semiotischen Negation

$$L = [P, N] \cong Z = [M, O].$$

3. Damit stehen wir jedoch vor einem bedeutenden Problem, denn die logische Basisdichotomie $L = [P, N]$, worin P die Objekt- und N die Subjekt-Position einnimmt, ist, wie wir in früheren Arbeiten ausführlich dargelegt hatten, isomorph zur ontisch-semiotischen Dichotomie $D = [\Omega, Z]$. Wenn nun also einerseits

$$P \cong \Omega$$

$$N \cong Z,$$

andererseits aber

$$P \cong M$$

$N \cong O$

gilt, würde daraus folgen, daß die logische Objektposition zeichenextern zwar durch das ontische Objekt, zeichenintern aber durch das semiotische Mittel, und daß die logische Subjektposition zeichenextern zwar durch das Zeichen, zeichenintern aber durch den Objektbezug statt durch den dafür vorgesehenen Interpretantenbezug repräsentiert wird.

Die Erklärung für diese Kontradiktionen sind jedoch einfach, denn das hegelische dialektische Schema widerspricht dem logischen Grundgesetz des Tertium non datur und setzt daher den Identitätssatz der 2-wertigen aristotelischen Logik außer Kraft. Die Isomorphie zwischen der hegelischen und der semiotischen dialektischen Relation nimmt somit auf die qualitative Dimension der Zeichenrelation Bezug, während die Isomorphismen $P \cong M$ und $N \cong O$ auf die quantitative Dimension der Zeichenrelation Bezug nehmen. Das Zeichen ist eben, wie zuletzt in Toth (2015b) dargelegt, an sich qualitativ, da es ja eine referentielle Kopie des per definitionem qualitativen Objektes ist, welches es bezeichnet, aber es kann quantitativ behandelt werden vermöge der Einführung von Benses Primzeichen genannten Zeichenzahlen, wie eingangs gezeigt. Man kann diese Kontradiktion sehr schön am Kontrast zwischen der dialektischen semiotischen Relation

3.1

1.1 2.1

und der nicht-dialektischen semiotischen Relation

3

1 2,

darin $1, 2, 3 \in P$, d.h. der Primzeichen, sind, zeigen. Falls man die Primzeichen als Peanozahlen auffaßt, ist natürlich $1 + 2 = 3$, falls man sie aber als Zeichenzahlen auffaßt, dann ist $1 + 2 < 3$, d.h. es handelt sich im ersten Fall um eine quantitative Summativität, im zweiten Fall aber um eine qualitative Hypo-/Hypersummativität.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Dialektische und nicht-dialektische arithmetische Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Ontik, Semiotik und Mathematik als fundamentale Wissenschaften. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Die Grenzzone zwischen Bewußtsein und Außenwelt

1. Gemäß Bense überbrückt die Semiotik "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein" (1975, S. 16). Das Zeichen ist danach eine Funktion von Objekt und Subjekt

$$Z = f(\Omega, \Sigma).$$

Ausführlicher hatte Bense bereits mehr als ein Jahrzehnt zuvor formuliert: "An und für sich kommen Zeichen wie Informationen in der Natur, in der physikalischen Realität nicht vor. Doch sind sie auch wieder nicht bloße Fakten menschlichen Bewußtseins. Es handelt sich offenbar um Vorkommnisse genau auf jener Grenzzone zwischen Bewußtsein und Außenwelt. Es hat den Anschein, als würde das, was man heute Zeichenwelt nennt oder auch Informationssphäre, als Zone der Berührung zwischen physikalischer Realität und phänomenologischem Bewußtsein zu deuten sein. Setzt man diese Überlegung voraus, wird verständlich, wenn Norbert Wiener und Gotthard Günther unter Information in einem allgemeinen Sinne etwas Drittes, meinerwegen eine dritte Seinsart neben Materie und Bewußtsein, verstehen" (Bense 1962, S. 17).

2. Daher stellt sich die Frage, ob die obige binäre Definition des Zeichens wirklich korrekt ist, oder ob man nicht von einer ternären Definition der Form

$$X = f(\Omega, Z, \Sigma)$$

ausgehen sollte. In diesem Falle würde allerdings eine Dreiteilung wie die in Toth (2014) vorgeschlagene zwischen Ontik, Präsemiotik und Semiotik mit der Präsemiotik als zwischen dem "ontischen" und dem "semiotischen Raum" (vgl. Bense 1975, S. 64 ff.) vermittelndem Raum nicht ausreichen. Man müßte ebenfalls einen "meontischen" (vgl. dazu bereits Bense 1952, S. 115) Raum konstruieren im Sinne eines phänomenologischen Bewußtseinsraumes sowie natürlich einen weiteren Raum, der zwischen diesem und dem semiotischen Raum vermittelt. Es ist allerdings eine Frage, welche Entitäten ein solcher Bewußtseinsraum enthielte. Um diese Frage zu beantworten, sei daran erinnert, daß Günthers Logik, die Bense mehrfach zitiert, eine mindestens 3-wertige und somit nicht-aristotelische Logik ist, während die peirce-bensesche Semiotik auf der 2-wertigen aristotelischen Logik basiert, in welcher die Dichotomie

zwischen Objekt und Zeichen der logischen Basisdichotomie von Position und Negation isomorph ist, da das Grundgesetz des Ausgeschlossenen Dritten einen dritten Wert explizit verbietet und somit innerhalb der Dichotomie von Objekt und Zeichen das Zeichen selbst die Subjektposition einnimmt. Kurz gesagt, hätte eine Bewußtseinstheorie neben einer Objekttheorie und einer Zeichentheorie überhaupt keine logische Basis, es sei denn, man entwickle nicht nur die Semiotik, sondern auch die Ontik im Sinne einer polykontexturalen Logik. Dies ist allerdings hinwiederum nicht möglich, da es den Objektbegriff, wie er der von uns geschaffenen Ontik zugrunde liegt, in einer polykontexturalen Logik gar nicht geben kann, denn sowohl Zeichen als auch bezeichnetes Objekt verschmelzen dort zum strukturierten Nichts eines Kenogramms und seiner Verkettungen, der Morphogramme. So spricht Mahler (1993) ausdrücklich von der der benseschen 2-wertigen Semiose entsprechenden mehrwertigen "Kenose". Die Preisgabe des Objektes ist in der polykontexturalen Logik nämlich deswegen erforderlich, weil diese lediglich die Subjektposition iteriert, die Objekt Konstanz der monokontexturalen Logik aber beibehält. Das bedeutet für uns somit, daß wir, wenn wir eine Bewußtseinstheorie als Theorie der Subjekte haben wollen, auf die Ontik als Theorie der Objekte verzichten müssen, und dies ist, wie bereits gesagt, nicht möglich, ohne die 2-wertige aristotelische Logik, auf der auch die Semiotik beruht, zu verlassen. Damit würden in Sonderheit die in zahlreichen Aufsätzen nachgewiesenen ontisch-semiotischen Isomorphien hinfällig, und vor allem würde eine Bewußtseinsbasis anstelle einer Objektbasis für die Semiotik bedeuten, daß nicht einmal mehr die Metaobjektivierung (vgl. Bense 1967, S. 9), d.h. die Abbildung eines Zeichens auf ein Objekt, mehr definierbar, ja de facto sogar nicht einmal mehr vorhanden wäre. Man müßte versuchen, Kenogramme auf Zeichen abzubilden, aber dazu bedürfte es eines vom Objekt unterschiedenen Subjektes, aber diese ebenfalls der logischen Basisdichotomie isomorphe 2-wertige Dichotomie ist auf kenogrammatischer Ebene ja ebenfalls aufgehoben. Vor allem aber ist es vollkommen sinnlos, auf kenogrammatischer Ebene von "Objekten", "Zeichen" oder "Subjekten" zu sprechen, da sie ja alle erst 2-wertig geschiedene Entitäten sind, denn die Kenose dient ja gerade dazu, diese 2-wertigen Differenzen aufzuheben. Damit sind also auf kenogrammatischer

Ebene auch Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar, genauer: es gäbe sie ebenso wenig wie es Subjekt und Objekt gäbe.

3. Damit bleibt uns also keine andere Wahl, als diejenige, das Subjekt außerhalb der dermaßen zu belassenden Definition $Z = f(\Omega, \Sigma)$ stehen zu lassen und ihm den Standpunkt eines Beobachtersubjektes zuzuweisen. Das Subjekt steht ja, wenn es eine thetische Einführung vollzieht, d.h. ein Zeichen auf ein Objekt abbildet, auch tatsächlich außerhalb der metaobjektiven Abbildung

$$\mu: \Omega \rightarrow Z,$$

und seine Referenz wird innerhalb der triadischen Zeichenrelation

$$Z = (M, O, I)$$

durch den Interpretantenbezug I vertreten, so, wie die Objektposition durch den Objektbezug O vertreten wird. Da man Z in der kommunikativen Ordnung (vgl. Bense 1971, S. 40)

$$Z = (O, M, I)$$

darstellen kann, ist es der vermittelnde Mittelbezug, der den Objektbezug als semiotische Repräsentation der logischen Objektposition und den Interpretantenbezug als semiotische Repräsentation der logischen Subjektposition aufeinander abbildet. Es handelt sich bei M also um die relational 1-stellige Repräsentation des relational 0-stelligen Objektes, das als Zeichenträger von Z fungiert und somit eo ipso keine logische Position repräsentiert und daher auch nicht in Konflikt mit dem Tertium non datur der 2-wertigen Logik gerät.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme.

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Ontik, Präsemiotik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Zeichen, Information und Reflexion als logisches Tertium

1. Wie in Toth (2015) dargestellt, fungieren als Domänenelemente der thetischen Setzung von Zeichen oder Metaobjektivierung keine objektiven, sondern subjektive Objekte, da ein Objekt ja zunächst wahrgenommen werden muß, bevor es in einem definitiv als intentional bestimmten Akt (vgl. Bense 1981, S. 172) zum Zeichen erklärt werden kann, d.h. es handelt sich um qua Wahrnehmung subjektfunktionale und damit um subjektive Objekte

$$\mu: \quad \Omega = f(\Sigma) \rightarrow Z.$$

2. Nun sind uns zwar objektive, d.h. absolute bzw. "apriorische" Objekte nicht zugänglich, aber sie werden natürlich von der erkenntnistheoretisch "gemischten" Kategorie der subjektiven Objekte und auch realiter vorausgesetzt, da ein Objekt ja vorhanden sein muß, bevor wir es wahrnehmen können – es sei denn, wir stellen uns auf den falschen Standpunkt des Idealismus, welcher die "Außenwelt" als eine Projektion der "Innenwelt" bestimmt und damit zum Problem kommt, weshalb es möglich sei, daß man ein Objekt überhaupt wahrnehmen könne, wenn es erst durch die Wahrnehmung existiert und dadurch also mit dieser gleichzeitig sein muß (vgl. Panizza 1895). Da unsere Sinne Filter darstellen, wirken sie informationstheoretisch gesehen redundanz erzeugend, d.h. das einzig Sichere, das wir über objektive Objekte aussagen können, ist, daß sie mehr Information enthalten als die von uns wahrgenommenen subjektiven Objekte und sich somit diesen gegenüber hypersummativ verhalten, d.h. es gilt

$$\Omega = f(\Omega) > \Omega = f(\Sigma).$$

3. Andererseits erzeugen Zeichen, obwohl sie gegenüber den wahrgenommenen, subjektiven Objekten einen "Weltverlust" bedeuten (Bense 1982, S. 114) und "in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität überleben" (Bense 1952, S. 80), gleichzeitig eine "Seinsvermehrung im Sinne der Thematisierung einer Realitätserweiterung" (Bense 1992, S. 16), d.h. vermöge der Abbildung μ wird ein Verlust an "Eigenrealität" der Objekte durch die "Mitrealität" der Zeichen (vgl. Bense 1969, S. 31) wenigstens partiell ausgeglichen. Daraus folgt also, daß subjektive Objekte in hyposumma-

tiver Relation zu objektiven Objekten stehen, daß aber Zeichen wiederum in hypersummativer Relation zu subjektiven Objekten stehen

$$R = (\Omega = f(\Omega)) > (\Omega = f(\Sigma)) < (\Sigma = f(\Omega)),$$

denn Zeichen sind im Gegensatz zu bloß wahrgenommenen subjektiven Objekten objektive Subjekte, da sie innerhalb der erkenntnistheoretischen Dichotomie von Objekt und Zeichen die logische Subjektposition vertreten, d.h. man kann die Metaobjektivationsbildung μ in äquivalenter Weise durch die Dualrelation

$$R = [\Omega = f(\Sigma)] \times [\Sigma = f(\Omega)]$$

ausdrücken.

4. Streng genommen, ist die Hypo- und Hypersummativitätsrelation R, die wir in Kap. 3 formal dargestellt hatten, unvollständig, denn von den vier möglichen kartesischen Produkten aus Objekt und Subjekt fehlt das subjektive Subjekt. Dieses steht natürlich zu allen Teilrelationen von R wiederum in hypersummativer Relation, da es ja das subjektive Subjekt ist, welches sowohl die subjektiven Objekte wahrnimmt als auch die thetische Setzung der Zeichen vornimmt, d.h. die erkenntnistheoretisch vollständige Relation ist

$$R = (\Omega = f(\Omega)) > (\Omega = f(\Sigma)) < (\Sigma = f(\Omega)) < (\Sigma = f(\Sigma)).$$

Nun hatte Bense zurecht darauf aufmerksam gemacht, "in welchem formalen Sinne Zeichen und damit der durch sie konstituierte Informationsfluß einen dritten Seinsbereich festlegen, der weder dem Subjekt noch dem Objekt zugeschlagen werden kann und weder ausschließlich dem Seinsbereich noch ausschließlich zum Bewußtseinsbereich gehört" (Bense 1982, S. 237). Bense zitiert anschließend aus Günthers "Bewußtsein der Maschinen" (Günther 1963), "daß neben den beiden klassischen metaphysischen Komponenten von reiner Subjektivität und reiner Objektivität eben noch jene ihnen absolut ebenbürtige dritte stipuliert werden muß, der wir hier tentativ das Kennwort Reflexionsprozeß zulegen wollen. Denn Prozeß ist weder ein objekthaftes Ding, noch ist es ein Subjekt". Das Problem besteht allerdings darin, daß es nach Bense das Zeichen allein ist, welches, vermöge der Gleichsetzung mit Information und Reflexion, diesen dritten Seinsbereich, der die 2-wertige

aristotelische Logik sprengt, repräsentieren soll. Auf die Spitze gebracht hat diese Vorstellung Udo Bayer, welcher "Reflexion" und "Repräsentation" explizit gleichsetzt (Bayer 1994, S. 24). Dies ist nun allerdings vermöge der vollständigen Hypo- und Hypersummativitätsrelation, welche alle vier metapysischen Kombinationen, d.h. objektives und subjektives Objekt sowie objektives und subjektives Subjekt, umfaßt, falsch, denn in

$$R = (\Omega = f(\Omega)) > (\Omega = f(\Sigma)) < (\Sigma = f(\Omega)) < (\Sigma = f(\Sigma))$$



wird der dritte Seinsbereich zwischen dem durch $\Omega = f(\Omega)$ repräsentierten Seinsbereich reiner Objektivität und dem durch $\Sigma = f(\Sigma)$ repräsentierten Seinsbereich reiner Subjektivität nicht nur durch das Zeichen, sondern auch durch das subjektive Objekt und damit durch die vollständige metaobjektive Dualrelation

$$(\mu: \Omega = f(\Sigma) \rightarrow Z) = [\Omega = f(\Sigma)] \times [\Sigma = f(\Omega)]$$

repräsentiert.

Literatur

Bayer, Udo, Semiotik und Ontologie. In: Semiosis 74-76, 1994, S. 3-34

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Aesthetica. 2. Aufl. Baden-Baden 1982

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Das Bewußtsein der Maschinen. Krefeld 1963

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Toth, Alfred, Weltverlust und Seinsvermehrung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Diesseits und Jenseits

1. Die bekannten metaphysischen, sich in philosophischen und theologischen Schriften ebenso wie in Märchen, Sagen und Legenden sowie in künstlerischen Darstellungen äußernden Vorstellungen von einem Jenseits stehen, obwohl alle Konzeptionen aus einsichtigen Gründen nur aus der Diesseitserfahrung der Subjekte gespeist sein können, in einem merkwürdigen Widerspruch zu der nicht nur unserem Denken, sondern auch unserem Willen zugrunde liegenden 2-wertigen Logik, die durch die Dichotomie $L = [0, 1]$ definiert ist, darin die beiden einzig möglichen Werte in reflexiver Austauschrelation stehen: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Noch deutlicher gesagt: Allein die Idee der Konzeption eines vom Diesseits verschiedenen Jenseits widerspricht der juxtapositiven Spiegelbildlichkeit der Werte von L.

2. Wenn es also ein Jenseits gibt, das vom Diesseits verschieden ist, dann kann dieses per definitionem nicht mittels der 2-wertigen aristotelischen Logik beschrieben werden. Allerdings setzt bereits eine 3-wertige Logik eine Vermittlung der Werte von $L = [0, 1]$ voraus, so daß wir im 3-wertigen Fall von $L = [0, 1, 2]$ auszugehen haben, d.h. das Tertium not datur des 2-wertigen L wird durch ein Quartum non datur des 3-wertigen L ersetzt. Das bedeutet aber, daß der dritte Wert bewirkt, daß die 2-wertige diskontexturale Geschiedenheit von Diesseits und Jenseits suspendiert ist, anschaulich gesagt: daß es eine Brücke hin- und herüber über die Kontexturgrenze gibt. Dies gilt, um es nochmals zu sagen, natürlich nur dann, wenn sich aus rein logischen Gründen beweisen läßt, daß die Unvermitteltheit der beiden Werte von $L = [0, 1]$ unhaltbar ist.

3. Sie ist tatsächlich unhaltbar, wie bereits in Toth (2015) ansatzweise ausgeführt wurde. So hatte Bense zurecht darauf aufmerksam gemacht, "in welchem formalen Sinne Zeichen und damit der durch sie konstituierte Informationsfluß einen dritten Seinsbereich festlegen, der weder dem Subjekt noch dem Objekt

zugeschlagen werden kann und weder ausschließlich dem Seinsbereich noch ausschließlich zum Bewußtseinsbereich gehört" (Bense 1982, S. 237). Bense zitiert anschließend aus Günthers "Bewußtsein der Maschinen" (Günther 1963), "daß neben den beiden klassischen metaphysischen Komponenten von reiner Subjektivität und reiner Objektivität eben noch jene ihnen absolut ebenbürtige dritte stipuliert werden muß, der wir hier tentativ das Kennwort Reflexionsprozeß zulegen wollen. Denn Prozeß ist weder ein objekthaftes Ding, noch ist es ein Subjekt". Das Problem besteht allerdings darin, daß es nach Bense das Zeichen allein ist, welches, vermöge der Gleichsetzung mit Information und Reflexion, diesen dritten Seinsbereich, der die 2-wertige aristotelische Logik sprengt, repräsentieren soll. Auf die Spitze gebracht hat diese Vorstellung Udo Bayer, welcher "Reflexion" und "Repräsentation" explizit gleichsetzt (Bayer 1994, S. 24). Dies ist nun allerdings vermöge der vollständigen Hypo- und Hypersummativitätsrelation, welche alle vier metaphysischen Kombinationen, d.h. objektives und subjektives Objekt sowie objektives und subjektives Subjekt, umfaßt, falsch, denn wie in Toth (2015) ebenfalls bereits gezeigt wurde, gilt

$$R = (\Omega = f(\Omega)) > \underbrace{(\Omega = f(\Sigma)) < (\Sigma = f(\Omega))}_{\text{d.h. der durch die liegende Klammer angedeutete dritte Seinsbereich}} < (\Sigma = f(\Sigma)),$$

d.h. der durch die liegende Klammer angedeutete dritte Seinsbereich zwischen dem durch $\Omega = f(\Omega)$ repräsentierten Seinsbereich reiner Objektivität und dem durch $\Sigma = f(\Sigma)$ repräsentierten Seinsbereich reiner Subjektivität WIRD NICHT NUR DURCH DAS ZEICHEN, SONDERN AUCH DURCH DAS SUBJEKTIVE OBJEKT und damit durch die vollständige metaobjektive Dualrelation

$$(\mu: \Omega = f(\Sigma) \rightarrow Z) = [\Omega = f(\Sigma)] \times [\Sigma = f(\Omega)]$$

repräsentiert. Diese Dualrelation allein beweist, daß es innerhalb von $L = [0, 1]$ ein Tertium der Form $V[0, 1] \subset L$ geben muß, das allerdings die Einbettung von $L = [0, 1]$ in $L = [0, 1, 2]$ impliziert, darin $V[0, 1] = 1$ gilt, nachdem die Objektposition 0 konstant geblieben und die Subjektposition 1 durch die neue Subjektposition 2 substituiert wurde. Obwohl Bense, ein Verfechter eines pansemiotischen Universums, in welchem es nicht einmal ein reales, d.h. ontisches Objekt gibt und in dem alle Wahrnehmung – in Widerspruch zur von

Bense selbst definierten thetischen Setzung von Zeichen (vgl. Bense 1981, S. 172) – nur durch Zeichen möglich ist, schon gar nicht an die Idee eines vom Diesseits geschiedenen, wissenschaftlich zugänglichen Jenseits dachte, findet man in einem seiner letzten Bücher, das ausgerechnet den Titel "Kosmos atheos" trägt, den folgenden Satz, der sich paradoxerweise wie eine Bestätigung unserer hiermit abgeschlossenen Ausführungen liest: "Aber in der Ferne dort hinten erkenne ich mich ganz als mich am scharfen Schnitt eines Messers" (Bense 1985, S. 24).

Literatur

Bayer, Udo, Semiotik und Ontologie. In: Semiosis 74-76, 1994, S. 3-34

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Aesthetica. 2. Aufl. Baden-Baden 1982

Bense, Max, Kosmos atheos. Baden-Baden 1985

Günther, Gotthard, Das Bewußtsein der Maschinen. Krefeld 1963

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Zeichen, Information und Reflexion als logisches Tertium. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten

1. In einer Objekt-Zeichen-Theorie, die auf der dichotomischen Relation $E = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$ basiert, welche der logischen Dichotomie $L = [\text{Position}, \text{Negation}]$ isomorph ist, kann man die folgende semiotische Typentheorie (vgl. Toth 2015), die an die ontologische Typentheorie Benses (vgl. Bense 1976, S. 26) angelehnt ist, skizzieren

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen
$[\Sigma = f(\Omega)] \times [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt \times obj. Subj.	Bewußtsein
$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt \rightleftharpoons obj. Subj.	Kommunikation.

Wie man erkennt, unterscheiden sich also die Definitionen von Bewußtsein und Kommunikation lediglich durch die Differenz von statischer Dualrelation und dynamischer Austauschrelation. Daraus folgt allerdings ein folgenschwerer Schluß: DAS ZEICHEN KANN UNMÖGLICH ZWISCHEN SUBJEKTIVEM OBJEKT QUA OBJEKT UND OBJEKTIVEM SUBJEKT QUA ZEICHEN VERMITTELN, DA DAS ZEICHEN SELBST ALS OBJEKTIVES SUBJEKT DEFINIERT IST. Die Natur der Austauschrelationen zwischen dem als subjektivem Objekt definierten wahrgenommenen, aber nicht zum Zeichen erklärten Objekt und dem als objektivem Subjekt fungierenden und zum Zeichen erklärten "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9) bleiben daher weitgehend dunkel. Klar ist indessen auch von der Warte der Ontologie statt von derjenigen der Ontik aus gesehen, daß das Vorhandensein von Austauschrelationen zwischen subjektivem Objekt und objektivem Subjekt nichts anderes besagt, als daß das Objekt Subjektanteile und daß das Subjekt Objektanteile hat, in anderen Worten, DAß ES ZWISCHEN BEIDEN ZUSAMMENGESETZTEN EPISTEMOLOGISCHEN FUNKTIONEN KEINE KONTEXTURGRENZE GEBEN KANN.

2. Eine Kontexturgrenze gibt es somit zwar zwischen den Werten der logischen Dichotomie

$$L = [0, 1],$$

insofern diese zwar Spiegelbilder von einander und daher austauschbar sind, d.h. daß

$$L = L^{-1} = [1, 0]$$

gilt, daß aber wegen expliziten Verbotes eines Tertiums keine Vermittlung zwischen 0 und 1 in L stattfinden kann, da 0 als das absolute, d.h. objektive Objekt und 1 als das absolute, d.h. subjektive Subjekt definiert sind. Vom Standpunkt der klassischen aristotelischen Logik aus gesehen gibt es somit auch keine subjektiven Objekte und objektiven Subjekte, da diese bereits Vermittlungskategorien sind, welche die Existenz eines nichtleeren Randes

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset$$

voraussetzen. Dennoch sollte man sich, wenn man von Objekttheorie (Ontik) spricht, darüber im Klaren sein, daß uns objektive, apriorische Objekte gar nicht zugänglich sein können, da wir alles, was wir wahrnehmen, nur durch die Filter unserer Sinne wahrnehmen können. Andererseits dürfte ebenso einleuchten, daß die "gemischten" Kategorien des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes natürlich die entsprechenden "reinen" Kategorien und damit auch diejenige des objektiven Objekts voraussetzen, denn dieses ist ja unbezweifelbar vorgegeben, bevor wir es mit unseren Sinnen wahrnehmen, denn andernfalls würde dies ja bedeuten, daß wir zugleich mit der Wahrnehmung eines Objektes dieses erst kreieren. Philosophiegeschichtlich wäre dies ein Rückfall in den Idealismus-Materialismus-Streit, den m.E. niemand schöner ad absurdum geführt hat, als dies Panizza (1895) getan hatte.

3. Wenn wir also versuchen, die "dunklen" Austauschrelationen, welche die Abbildung subjektiver Objekte auf objektive Subjekte, d.h. auf Zeichen, und damit also die Metaobjektivation

$$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)]$$

zu präzisieren, bekommen wir eine neue Form von "schlechter Unendlichkeit", denn wir erhalten eine ad infinitum fortsetzbare Hierarchie der folgenden Form

$oS \times sO$

$osS \times ssO$

$ossS \times sssO$

...,

d.h. auch wenn wir das subjektive Objekt und das objektive Subjekt immer subjektiver werden lassen – durch den konversen Prozeß der Objektivierung würden wir die beiden dualen Relationen ja immer weiter von einander entfernen –, induzieren wir zwar einen Limesprozeß, d.h. aber daß subjektives Objekt und objektives Subjekt – oder kurz also bezeichnetes Objekt und es bezeichnendes Zeichen – erst in der Unendlichkeit koinzidieren.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Typentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Kategoriale Reduktion kombinierter erkenntnistheoretischer Funktionen

1. Die in Toth (2015a) skizzierte, auf der ontologischen Typentheorie Benses (vgl. Bense 1976, S. 26) beruhende Hierarchie ontisch-semiotischer Typen

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen
$[\Sigma = f(\Omega)] \times [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt \times obj. Subj.	Bewußtsein
$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt \rightleftharpoons obj. Subj.	Kommunikation

geht, wie zuletzt ausführlich in Toth (2015b) behandelt wurde, von subjektiven Objekten als Domänen- und objektiven Subjekten als Codomänenelementen der Metaobjektivierung aus. Das bedeutet also, daß bei diesen kombinierten erkenntnistheoretischen Funktionen das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile besitzt, d.h. es wird davon ausgegangen, daß sich aus $\Omega \times \Sigma$ kartesische Produkte nach der Art bilden lassen, wie in der Semiotik seit Bense (1975, S. 37) Subzeichen als kartesische Produkte aus Primzeichen gebildet werden.

2. Dies hat allerdings zur Folge, daß die Kontexturgrenze, die innerhalb der 2-wertigen aristotelischen Logik zwischen Objekt und Subjekt in $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$ besteht, aufgehoben ist, denn ein Austausch dieser einander bloß spiegelbildlichen Kategorien würde ein Tertium comparationis, bzw., ontisch ausgedrückt, einen nicht-leeren Rand voraussetzen, der gegen das Grundgesetz des Tertium non datur verstieße. Umgekehrt erklärt sich die Reflexionsrelation von Objekt und Subjekt in L wiederum aus dem gleichen Verbot, denn ob man $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$ oder $L = [\text{Subjekt}, \text{Objekt}]$ setzt, ist völlig belanglos. Das aber bedeutet, daß die Logik über den ontologisch fragwürdigen Kategorien des objektiven Objekts und des subjektiven Subjekts – und nicht einfach über "Objekt" und "Subjekt" – operiert. Obwohl objektive Objekte nicht nur aus Strukturgründen, sondern auch realiter existieren müssen, da sie ja einer Wahrnehmung vorgeordnet sein müssen – sie würden ansonsten durch die Wahrnehmung hergestellt –, sind sie der Wahrnehmung nicht zugänglich, da diese auf der Filterung objektiver Realität durch die subjektalen Sinne basiert. Auch subjektive Subjekte müssen aus ähnlichen Gründen der

Selbstwahrnehmung eines Subjektes vorgegeben sein, allerdings sind sie genauso unzugänglich wie es objektive Objekte sind, da zum Zeitpunkt der Selbstwahrnehmung eines Subjektes sich das wahrgenommene Subjekt zu sich selbst bereits als Objekt verhält. Die kategoriale Reduktion, welche der 2-wertigen aristotelischen Logik – und sämtlichen auf ihr basierenden Systemen – zugrunde liegt, kann also wie folgt schematisch dargestellt werden

$$sO \times oS$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$oO \quad sS,$$

und hier bemerkt man nun eine Eigentümlichkeit, die möglicherweise bislang unbemerkt geblieben ist, denn bei der kategorialen Reduktion

$$sO \rightarrow oO$$

wird die determinierende Subjektfunktion auf eine determinierte Objektfunktion abgebildet, während bei der kategorialen Reduktion

$$oS \rightarrow sS$$

die dazu konverse Abbildung einer determinierenden Objektfunktion auf eine determinierende Subjektfunktion vorliegt. Das bedeutet allerdings, daß bei der kategorialen Reduktion im Widerspruch zur unvermittelten Austauschbarkeit der beiden Werte in L Subjekt und Objekt die Plätze tauschen. Anders ausgedrückt: Die Logik, welche die Ontik beschreiben sollte, verwischt zwar z.B. den Unterschied zwischen subjektivem und objektivem Subjekt, wie er in einer realen Ich-Du-Situation vorliegt, aber indem sie ihn verwischt und beide deiktisch geschiedenen Subjekte in ein abstraktes Subjekt amalgamiert, führt sie präzise diese Subjekt-Objekt-Differenz mit vertauschten Plätzen wieder in ihr System ein.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Subjekt- und Objekt-Iteration bei erkenntnistheoretischen Austauschrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Der Wahrnehmungsoperator

1. Wenn ein Subjekt ein Objekt wahrnimmt, dann nimmt es dieses Objekt kraft seiner subjektiven Wahrnehmung als subjektives und nicht als objektives Objekt wahr. Das gilt somit auch für den Fall, daß ein Subjekt sich selbst wahrnimmt. Man lasse sich daher durch die reflexive metasemiotische Bezeichnung "selbst" nicht täuschen: Das Selbst eines Subjektes ist ebenso wenig wahrnehmbar wie das Selbst eines Objektes, denn das Subjekt nimmt sich "selbst" als Objekt wahr, denn sonst würde es sich im Prozeß der Wahrnehmung selbst erzeugen. Dasselbe gilt für das Objekt: Wären es objektive Objekte, welche ein Subjekt wahrnimmt, entstünden diese durch die Wahrnehmung und zum Zeitpunkt der Wahrnehmung, d.h. die Domäne der Wahrnehmung wäre Nichts, denn zu etwas anderem kann auf dem Boden der aristotelischen Logik das Sein im Sinne der Menge objektiver Objekte nicht stehen.

2. Daraus folgt allerdings natürlich, daß objektive Objekte und subjektive Subjekte, da sie in offener Weise der Wahrnehmung vorgeordnet und also vorgegeben sein müssen, realiter existieren. Vereinbaren wir also, wie zuletzt in Toth (2015a),

$$oO = (\Omega = f(\Omega))$$

$$sO = (\Omega = f(\Sigma))$$

$$oS = (\Sigma = f(\Omega))$$

$$sS = (\Sigma = f(\Sigma)).$$

Dann können wir für die beiden folgenden Abbildungen

$$b_{\Omega}: oO \rightarrow sO = ((\Omega = f(\Omega)) \rightarrow (\Omega = f(\Sigma)))$$

$$b_{\Sigma}: oS \rightarrow sS = ((\Sigma = f(\Omega)) \rightarrow (\Sigma = f(\Sigma)))$$

einen konversen Wahrnehmungsoperator W^{-1} durch

$$W^{-1} = b_{\Omega} \text{ oder } W^{-1} = b_{\Sigma}$$

definieren. Es ist somit

$$W(oO) = sO$$

$$W(sS) = sO.$$

Auf der Differenz von objektivem Objekt und subjektivem Subjekt fußt die Logik in ihrer dichotomischen Basisrelation $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$, denn da es keine Vermittlung zwischen Objekt und Subjekt geben kann – eine solche wird explizit durch das Gesetz des Tertium non datur ausgeschlossen – muß $L = [oO, sS]$ sein, da die gemischten Kategorien sO und oS bereits eine Vermittlung voraussetzen, da hier Objekte Subjektanteile und Subjekte Objektanteile haben. Daraus folgt somit

1. Die Welt der Wahrnehmung, d.h. so, wie die Welt der Objekte und der Subjekte für Subjekte erscheint, wird durch die Logik weder reflektiert noch in abstrakter Form, sondern schlichtweg falsch – und damit überhaupt nicht – abgebildet, denn es gibt ja auf dem Boden von L keinen Weg, der von oO zu sO oder von sS zu sO führt.

2. Der Wahrnehmungsoperator W erzeugt unabhängig von Objekten und Subjekten in beiden Fällen subjektive Objekte, d.h. die Wahrnehmung reflektiert auch, konvers zu 1., die Logik in keiner Weise. Daraus folgt, daß Logik und Erkenntnistheorie überhaupt nichts miteinander zu tun haben.

3. Vor allem aber erzeugt der Wahrnehmungsoperator W keine Zeichen, denn diese müssen ja objektive Subjekte sein, da die Dichotomie $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$ der Dichotomie $E = [\text{Objekt}, \text{Zeichen}]$ isomorph ist und somit das Zeichen die logische Subjektposition einnimmt. Daraus folgt in Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus Toth (2015b), daß Wahrnehmung nichts mit thetischer Setzung von Zeichen zu tun hat und in Sonderheit, daß Wahrnehmung nicht in, mit oder durch Zeichen abläuft, wie dies z.B. Bense (1982, S. 273) behauptet hatte.

Literatur

Bense, Max, *Aesthetica*. 2. Aufl. Baden-Baden 1982

Toth, Alfred, Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics* 2015a

Toth, Alfred, Subjekt- und Objekt-Iteration bei erkenntnistheoretischen Austauschrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

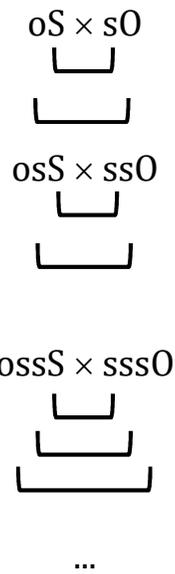
Subjekt- und Objekt-Iteration bei Metaobjektivation

1. In der 2-wertigen aristotelischen Logik der Form $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$ gibt es 1. keine vermittelten Kategorien sO und oS (vgl. Toth 2015a), und kann 2. weder die Objekt- noch die Subjektposition iteriert werden. Beide Möglichkeiten werden durch das gleiche Gesetz des Tertium non datur ausgeschlossen, d.h. dieses ist nicht nur für die 2-Wertigkeit von L , sondern auf für die Unvermittelbarkeit ihrer Kategorien verantwortlich. Daraus folgt, daß in L der Rand zwischen Objekt und Subjekt leer ist. Daraus aber folgt wiederum, daß Objekt und Subjekt innerhalb von L beliebig austauschbar sind. In Sonderheit sind also die logischen Wahrheitswertfunktionen bloße Spiegelungen voneinander.

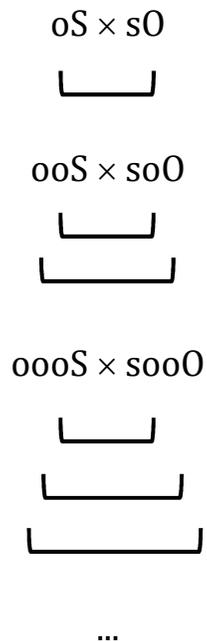
2. In einer Logik hingegen, in denen für L gilt $R[\text{Objekt}, \text{Subjekt}] \neq \emptyset$, gilt natürlich auch $R[\text{Objekt}, \text{Subjekt}] \neq R[\text{Subjekt}, \text{Objekt}]$, denn es ist z.B. ein Unterschied, ob – im objektiven Falle – jemand zum Fenster hinein oder hinaus schaut, oder ob – im subjektiven Falle – der Hans den Fritz oder der Fritz den Hans schlägt. Ferner sind die Ränder von Objekten und Subjekten niemals leer, da sie ja material und keine bloßen Differenzen wie die mathematischen Schnitte sind. Obwohl alle diese Erkenntnis der polykontexturalen Logik Gottfried Günthers unbekannt sind und Wertvermittlungen innerhalb von L wie schon in der monokontexturalen aristotelischen Logik weiterhin ausgeschlossen sind, kann dort das Subjekt iteriert werden. Dies gilt jedoch nicht für das Objekt, denn, wie Bense einmal feststelle: Es sei zwar sinnvoll, z.B. vom "Vater eines Vaters", nicht aber, z.B. vom "Stein eines Steines" zu sprechen. Diese Behauptung gilt jedoch ausgerechnet für die polykontexturale Logik, welche eine Objektiteration verneint und nur Subjektiteration zuläßt, nicht, denn die Idee kombinatorischer erkenntnistheoretischer Funktionen, d.h. von subjektivem Objekt und von objektivem Subjekt, geht auf Günther selbst zurück. In einer Logik also, in welcher die aristotelische Dichotomie $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$ durch eine nicht-aristotelische Dichotomie $N = [\text{subjektives Objekt}, \text{objektives Subjekt}]$ ersetzt ist, kann das Objekt sehr wohl iteriert werden, denn es enthält ja Subjektanteile. Konsequenterweise dürfte es somit in der polykontexturalen Logik auch keine Subjektiteration geben, mit der Begründung, das Subjekt enthalte Objektanteile.

3. Im folgenden stellen wir im Anschluß an Toth (2015b) die Brücken über die in N im Gegensatz zu L nicht-existente Kontexturgrenze zwischen Objekt und Subjekt mit Hilfe von Hierarchien von Partizipationsrelationen dar, und zwar zunächst gesondert für Subjekt- und für Objekt-Iteration und anschließend anhand der beiden möglichen Fälle von kombinierter Subjekt-Objekt und Objekt-Subjekt-Iteration.

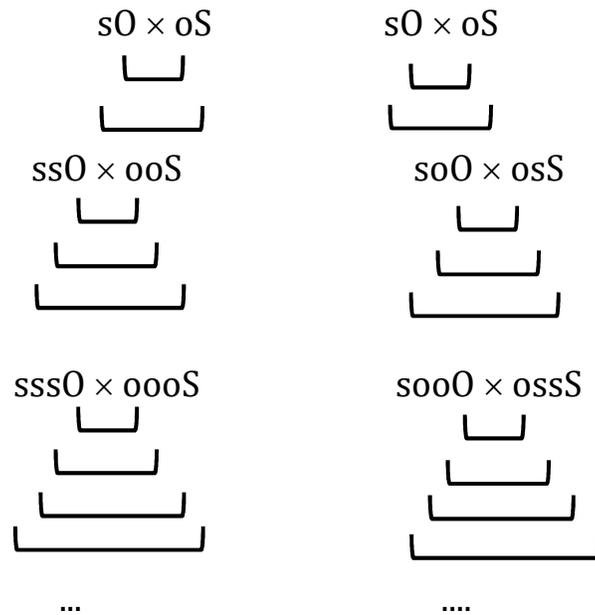
2.1. Subjekt-Iteration



2.2. Objekt-Iteration



2.3. Objekt-Subjekt-Iteration und Subjekt-Objekt-Iteration



Literatur

Toth, Alfred, Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Subjekt- und Objekt-Iteration bei erkenntnistheoretischen Austauschrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Die Zirkularität des aristotelischen Wahrheitsbegriffes

1. Wirklichkeit bedeutet innerhalb der Ontik die Menge aller Umgebungen eines Subjektes. Aus diesem zunächst unscheinbaren Satz folgen allerdings bereits einige bemerkenswerte Lemmata.

1.1. Wirklichkeit ist nicht die Menge objektiver, sondern die Menge subjektiver Objekte, da Objekte ja nur durch Subjekte wahrgenommen werden können, obwohl gerade die Wahrnehmung beweist, daß ihr die Objekte vorgegeben sein müssen, denn sonst würden sie durch die Wahrnehmung hergestellt. Objektive Objekte existieren damit objektiv, aber sie sind uns nur subjektiv und daher nicht wissenschaftlich zugänglich. Aus diesem Grunde beruht die Ontik als allgemeine Objekttheorie auf subjektiven Objekten, d.h. auf Objekten in Funktion von Subjekten.

1.2. Objekte haben zwar ebenfalls Umgebungen, allerdings wegen Lemma 1.1. wiederum nur für Subjekte. Kein Objekt kann seine Umgebung wahrnehmen, aber ein Subjekt kann die Umgebung eines Objektes wahrnehmen.

1.3. Genauso, wie die Existenz objektiver Objekte aus derjenigen subjektiver Objekte – und nicht etwa umgekehrt! – folgt, folgt die Existenz subjektiver Subjekte aus derjenigen objektiver Subjekte, denn ein Subjekt, das sich selbst wahrnimmt, nimmt sich selbst als Objekt und nicht als Subjekt wahr.

2. Damit dürfte klar sein, daß Wirklichkeit von Objekten und ihre Wahrnehmung durch Subjekte eine duale Relation zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten ist

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen
$[\Sigma = f(\Omega)] \times [\Omega = f(\Sigma)]$	subj. Objekt \times obj. Subj.	Wahrnehmung.

Allerdings hat auch diese Feststellung wiederum weitreichende Konsequenzen (vgl. Toth 2015a-c). Die Dualrelation besagt nämlich, daß das Objekt – vermöge seiner Wahrnehmung – Subjektanteile besitzt und daß das Subjekt – vermögen des Wahrgenommenen – Objektanteile besitzt. Daraus folgt aber nicht mehr und nicht weniger, als daß es eine Brücke zwischen dem Diesseits des Subjektes

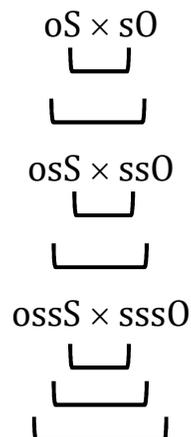
bzw. Objektes und dem Jenseits des Objektes bzw. Subjektes gibt. Subjektanteile und Objektanteile werden also bei der Wahrnehmung vermöge einer Menge von Transformationen ausgetauscht

$$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)] \quad \text{subjektives Objekt} \rightleftharpoons \text{objektives Subjekt.}$$

Wie Günther (1975) gezeigt hatte, ist der Abgrund zwischen Objekt und Subjekt qualitativ derselbe wie derjenige aller mit der logischen Basisdichotomie isomorphen Dichotomien, also z.B. derjenigen zwischen Ich und Du oder derjenigen zwischen Leben und Tod. Am Ende ist es die Menge der Partizipationsrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten, welche die Transzendentalität zwischen Diesseits und Jenseits erzeugt, d.h. es gibt eine Vermittlung zwischen ihnen, oder, bildlich, eine Brücke, die hinüber und herüber führt. Kommunikation, eine 3-stellige Relation, die exakt auf der Menge der gleichen, oben dargestellten Austauschrelationen basiert, stellt somit die Methode dieses Hin- und Herüber über den von der aristotelischen Logik behaupteten Abyss dar. Psychologen könnten auf die Idee kommen, das intrinsische Bedürfnis von Subjekten, miteinander zu kommunizieren, d.h. also de facto "sich auszutauschen", als einen ein Versuch zu interpretieren, Diesseits und Jenseits miteinander zu versöhnen.

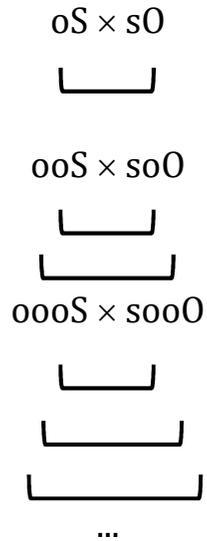
3. Diese zunächst durch das Symbol " \rightleftharpoons " angedeuteten Austauschrelationen bedeuten nach dem bisher Gesagten, daß sich subjektive Objekte und objektive Subjekte einander dadurch approximieren können, indem entweder die Objektanteile der Subjekte, die Subjektanteile der Objekte oder beide iteriert werden.

3.1. Subjekt-Iteration

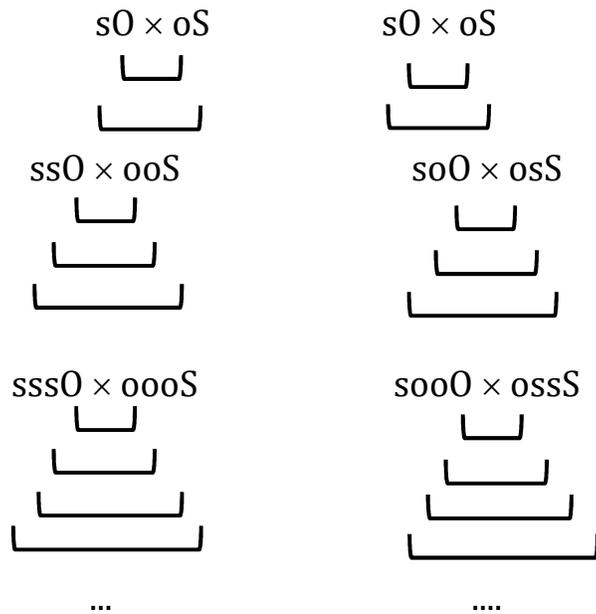


...

3.2. Objekt-Iteration



3.3. Objekt-Subjekt-Iteration und Subjekt-Objekt-Iteration



4. Die Ontik – und auf ihr basierend die Ontologie und die Erkenntnistheorie – haben also wissenschaftlich gar keine andere Möglichkeit, als objektive, d.h. absolute oder apriorische Objekte und Subjekte zwar in ihrer Existenz anzuerkennen, aber gleichzeitig zuzugeben, daß sie eben nicht unter Ausschaltung

unserer Sinne wahrnehmbar sind. Daraus folgt zunächst, daß die logische Basisdichotomie

$$L = [\Omega, \Sigma],$$

die auf objektivem Objekt via Position und auf subjektivem Subjekt via Negation operiert, mit der Ontik und damit auch mit Ontologie und Erkenntnistheorie inkompatibel ist, und zwar aus dem einfachen Grunde, da ein Grundgesetz des Denkens, der Satz des Ausgeschlossenen Dritten, der die weiteren Grundgesetze verankert, eine Vermittlung zwischen Ω und Σ ausschließt, und eine solche stellen selbstverständlich subjektive Objekte und objektive Subjekte dar. Für L gilt also wegen des Tertium non datur

$$R[\Omega, \Sigma] = R[\Sigma, \Omega] = \emptyset,$$

und daraus folgt

$$L = L^{-1} = [\Sigma, \Omega],$$

d.h. wegen Fehlens einer Vermittlung der absolut subjektfreien Objekte und der absolut objektfreien Subjekte ist der Rand zwischen dem demzufolge objektiven Objekt und subjektiven Objekt leer, woraus die beliebige Vertauschbarkeit von Objekt und Subjekt folgt. Die Logik beschreibt somit im Gegensatz zur Annahme ihrer ganzen Geschichte und in Sonderheit in der Interpretation von Wittgenstein nichts weniger als die Wirklichkeit, d.h. die aristotelische Logik hat mit Ontik, Ontologie und Erkenntnistheorie rein gar nichts zu tun. Sie stipuliert nicht nur objektive Objekte und subjektive Subjekte, sondern sie operiert mit ihnen, indem sie sie zu Kalkülen ausbaut. Indem diese die Wirklichkeit der Dualrelation von subjektiven Objekten und objektiven Subjekten nicht berühren, ist die Logik ein hermetisch-abgeschlossenes System, in dem die drei Sätze der Modelltheorie, d.h. der Satz der Extensivität, der Monotonie und der Abgeschlossenheit, gültig sind. Die Logik beschreibt also nicht etwa die abstrakte Struktur der "Welt", sondern stellt ihr eine Art von zwar formal höchst eleganter, aber relativ zur ontischen "Welt" absolut nichtssagender Gegenwelt entgegen. Ich glaube übrigens, daß der Nicht-Logiker Franz Kafka genau diesen Sachverhalt getroffen hatte, wenn er schrieb: "Wahrheit ist unteilbar, kann sich also nicht erkennen; wer sie erkennen will,

muß Lüge sein" (Franz Kafka). Erkenntnis setzt Wahrnehmung voraus, also korrespondiert der Lüge der Erkenntnis die Halluzination der Wahrnehmung (vgl. Panizza 1895). Das Subjekt nimmt ja innerhalb von L die Position der Negativität und damit der Falschheit ein, d.h. logisch gesehen gibt es folglich gar keine andere Möglichkeit, als daß jegliche Wahrnehmung und jegliche Erkenntnis per definitionem falsch sein muß. Im Grunde könnte sich also nur das Objekt selbst erkennen, aber davon abgesehen, daß es dazu aus ontischen Gründen nicht fähig ist, fehlt dem 2-wertigen aristotelischen Schema L auch eine dritte logische Position, von der aus das Objekt, falls es denn dazu instande wäre, über sich selbst reflektieren könnte.

5. Einen noch beinahe schlimmeren Lapsus leistet sich die aristotelische Logik jedoch, indem sie die Wirklichkeit durch den Begriff der Wahrheit – sowie den nicht-konträren, da austauschbaren, Begriff der Falschheit zu bestimmen sucht. So steht in Wittgensteins "Tractatus" (4.023) wörtlich: "Die Wirklichkeit muß durch den Satz auf ja oder nein fixiert sein". Tatsächlich ist aber Wahrheit eine Funktion und Wirklichkeit, wie wir gesehen haben, eine Dualrelation zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. Wahrheit kommt keinem Objekt und nicht einmal einem Einzelzeichen zu. Eine Frage wie zum Beispiel: Ist "Kaffeetasse" wahr? ist unsinnig. Nur Sätze können wahr oder falsch sein, d.h. der logische Wahrheitsbegriff setzt die Semiotik notwendig voraus und handelt, falls überhaupt, nur vermittelt durch die Semiotik mit der Ontik. Der Versuch, die Wahrheit über die Wirklichkeit oder – auch dieser weitere Unsinn wäre denkbar – die Wirklichkeit über die Wahrheit zu bestimmen, ist daher ab initio ausgeschlossen. Falls der Wahrheitsbegriff der Logik anhand der Ontik überprüfbar ist – das bekannte Beispiel lautet: "'Es regnet' ist wahr gdw. es regnet", d.h. wenn ein Subjekt sich in der Welt der Objekte überzeugen kann, daß Regen fällt, dann hält sich also der Unsinn dieser Pseudomethodik noch einigermaßen in Grenzen – er rechtfertigt damit aber noch lange nicht den Anspruch der Logik, das Zutreffen von Wirklichkeit über die angebliche Wahrheit von Sätzen, die über sie ausgesprochen werden, zu bestimmen. Spätestens dann aber, wenn wir es – und um nichts weniger geht es in der Logik – mit logischen, d.h. sogenannten notwendigen Wahrheiten, zu tun haben, wie sie am abschreckendsten in den scholastischen Syllogismen zu Tage treten, wird nicht nur klar, daß die Logik mit der Ontik nichts zu tun hat, da sie ein

modelltheoretisch abgeschlossenes Universum darstellt, sondern daß ihr sich innerhalb dieser logischen "Wahrheiten" verselbständigter Wahrheitsbegriff zirkulär definiert ist, da er ja nun nicht nur auf objektiven statt subjektiven Objekten definiert ist, sondern den Anspruch erhebt, Wahrheit allein innerhalb der hermetisch abgeschlossenen Gegenwelt der Logik bestimmen zu können.

Literatur

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J., Philosophie in Selbstdarstellungen, Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-75

Toth, Alfred, Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Subjekt- und Objekt-Iteration bei Metaobjektivation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Weder Wahrheit noch Wirklichkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Zu einer Neubestimmung der Relation von Sein und Nichts

1. Auf dem Boden der klassischen Logik stellt sich, wie im folgenden gezeigt werden soll, die Frage nach der Relation von Sein und Nichts gar nicht, und zwar entgegen der Fundamentalontologie, welche ihren eigenen logischen Widerspruch nicht bemerkt. Die Bestimmung Heideggers, daß im Sein das Nichts "wese", setzt eine Einbettung des letzteren in ersteres und damit ein Tertium voraus, das von der 2-wertigen aristotelischen Logik explizit verboten wird, indem die Einbettung einen nicht-leeren Rand zwischen den per definitionem unvermittelten Kategorien des Seins qua logischer Position und des Nichts qua logischer Negation darstellt.

2.1. Die Juxtaposition von Seins und Nichts

Aus dem Satz des Tertium non datur folgt die Gleichheit der logischen Basisrelation mit ihrer Konversen

$$L = [0, 1] = L^{-1} = [1, 0].$$

2.2. Das Nichts als Teilmenge des Seins

Die formalen Strukturen des Nichts als Teilmenge des Seins sind

$$L = [0, [1]]$$

$$L^{-1} = [[1], 0].$$

"Im Sein des Seienden geschieht das Nichten des Nichts" (Heidegger 1986, S. 35)

"So tritt also das Nichts des Nichtseienden stets implizit auf, es schimmert durch das Sein hindurch, es partizipiert am Sein, wie in Platons mythischer Welt, infolgedessen ist es beständig gegenwärtig wie auch beständig abwesend. Die meontologische Differenz erscheint als ontologische Ambivalenz. Das Nichts ist ein Teil des Seins geworden, sofern sich dieses in jedem Seienden kundgibt" (Bense 1952, S. 81).

Günthers Ausgangspunkt für die Polykontextualitätstheorie ist es nun, "die zweiwertige Trennung Diesseits/Jenseits ins Diesseits zu transponieren und somit schon das Diesseits polykontextual zu strukturieren, so daß es nur noch ein allerdings modifiziertes Innen gibt. Dieses Ganze als Innen erschließt sich nur noch von beliebig vielen Innenstandpunkten je unterschiedlich und nicht mehr von einem Äußeren als Ganzes. Waren vorher Subjektivität, Reflexion, Selbstreflexion etwa als 'Gott' im Jenseits, im Nichts lokalisiert, sind sie nun im Diesseits, und damit ist das Nichts im Sein" (Kronthaler 1999: 5).

2.3. Das Sein als Teilmenge des Nichts

Die formalen Strukturen des Seins als Teilmenge des Nichts sind

$$L = [[0], 1]$$

$$L^{-1} = [1, [0]].$$

Auffälligerweise sind mir keine Zeugnisse, weder aus Mythologie noch Philosophie, bekannt. Das hat allerdings einen einfachen Grund: Da die Einbettung und damit der Verstoß gegen die aristotelische Logik nicht erkannt wird, würde dieser Fall unter die konverse Relation in 2.1. fallen. Und da die beiden Werte in $L = [0, 1]$ Spiegelbilder voneinander sind, spielt es überhaupt keine Rolle, ob sich das Seins links vom Nichts oder das Nichts links vom Sein befindet.

2.4. Ontische Arithmetik von Sein und Nichts

Ganz anders werden die Verhältnisse allerdings, wenn man die in Toth (2015a, b) skizzierte ortsfunktionale Arithmetik zugrunde legt. Da diese über drei verschiedene Zählweisen in 2-dimensionalen Zahlenfeldern verfügt, bekommen wir hochkomplexe Strukturen zur Relation von Seins und Nichts und damit eine wirkliche Neubestimmung ihres gegenseitigen Verhältnisses.

2.4.1. Adjenz von Sein und Nichts

0	1	\emptyset	\emptyset		1	0	\emptyset	\emptyset
\emptyset	\emptyset	0	1		\emptyset	\emptyset	1	0
\emptyset	\emptyset	0	1		\emptyset	\emptyset	1	0
0	1	\emptyset	\emptyset		1	0	\emptyset	\emptyset

2.4.2. Subjazenzen von Sein und Nichts

0	∅	∅	0		1	∅	∅	1
1	∅	∅	1		0	∅	∅	0

1	∅	∅	1		0	∅	∅	0
0	∅	∅	0		1	∅	∅	1

2.4.3. Transjazenzen von Sein und Nichts

0	∅	∅	0		1	∅	∅	1
∅	1	1	∅		∅	0	0	∅

∅	1	1	∅		∅	0	0	∅
0	∅	∅	0		1	∅	∅	1

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Heidegger, Martin, Was ist Metaphysik? Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Alpha und Aleph oder Gotthard Günther und Europa. Klagenfurt 1999

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Einbettungstheoretische Semiotik

1. Die Einführung eines Einbettungsoperators E , der jede Dichotomie der Form $L = [0, 1]$ auf ein Quadrupel der Form

$$L^4 = [[0, [1]], [[1], 0], [[0], 1], [1, [0]]]$$

abbildet, bedeutet, ein differentielles Tertium in die 2-wertige Logik einzuführen, d.h. ein solches, das zwar nicht durch die Einführung eines dritten Wertes die aristotelische Logik sprengt, aber indem die beiden in L spiegelbildlichen Werte in ein vierfach mögliches Abhängigkeitsverhältnis gesetzt werden. Da die Semiotik, wie im übrigen natürlich sämtliche Wissenschaften, auf der 2-wertigen Logik beruht, bedeutet die Abbildung

$$E: L \rightarrow L^4$$

keine Aufhebung von L , sondern dessen Einbettung in eine sehr viel komplexere Struktur, von der L lediglich einen trivialen Fall – nämlich den beliebigen Austausch der Werte von L – darstellt. Mit E geht somit auch eine Relativierung sowohl der horizontalen Linearität als auch des Nachfolgeprinzips der Peanozahlen einher, denn E bewirkt eine Abbildung eines 1-dimensionalen Zahlenstrahles auf ein 2-dimensionales Zahlenfeld, indem es somit neben horizontaler auch vertikale und zwei diagonale Zählweisen gibt. Im folgenden werden die Grundtypen einer dermaßen zu konzipierenden einbettungstheoretischen Semiotik angegeben.

2. Grundtypen einer 3-stufigen Semiotik

2.1. 0-stufige Einbettung

Für $n = 0$ gibt es somit nur eine Ordnung O .

$$2.1.1. O = 1$$

$$S = [M, O, I]$$

2.2. 1-stufige Einbettung

$$2.2.1. O = (0, 1)$$

$$S = [[M], O, I] \quad S = [I, O, [M]]$$

$$S = [M, [O], I]$$

$$S = [I, [O], M]$$

$$S = [M, O, [I]]$$

$$S = [[I], O, M]$$

$$S = [[M, O], I]$$

$$S = [I, [O, M]]$$

$$S = [M, [O, I]]$$

$$S = [[I, O], M]$$

$$S = [[M], O, [I]]$$

$$S = [[I], O, [M]]$$

2.2.2. $O = 1$

$$S = [[M, O, I]]$$

$$S = [[I, O, M]]$$

2.3. 2-stufige Einbettung

2.3.1. $O = 2$

$$S = [[[M, O, I]]]$$

2.3.2. $O = (2, 0)$

$$S = [[[M]], O, I]$$

$$S = [I, O, [[M]]]$$

$$S = [M, [[O]], I]$$

$$S = [I, [[O]], M]$$

$$S = [M, O, [[I]]]$$

$$S = [[[I]], O, M]$$

$$S = [[[M, O]], I]$$

$$S = [I, [[O, M]]]$$

$$S = [M, [[O, I]]]$$

$$S = [[[I, O]], M]$$

$$S = [[[M]], O, [[I]]]$$

$$S = [[[I]], O, [[M]]]$$

2.3.3. $O = (2, 1)$

$$S = [[[M]], [O], [I]]$$

$$S = [[I], [O], [[M]]]$$

$$S = [[[O]], [M], [I]]$$

$$S = [[I], [M], [[O]]]$$

$$S = [[[I], [M], [O]]]$$

$$S = [[O], [M], [[I]]]$$

$$S = [[[M, O]], [I]] \quad S = [[I], [[O, M]]]$$

$$S = [[[M, I]], [O]] \quad S = [[O], [[I, M]]]$$

$$S = [[[O, I]], [M]] \quad S = [[M], [[I, O]]]$$

$$2.3.4. 0 = (2, 1, 0)$$

$$S = [[[M]], [O], I] \quad S = [I, [O], [[M]]]$$

$$S = [[[O]], [M], I] \quad S = [I, [M], [[O]]]$$

$$S = [[[I]], [M], O] \quad S = [O, [M], [[I]]]$$

$$2.3.5. 0 = (2, 2, 0)$$

$$S = [[[M]], [[O]], I] \quad S = [I, [[O]], [[M]]]$$

$$S = [[[O]], [[M]], I] \quad S = [I, [[M]], [[O]]]$$

$$S = [[[I]], [[M]], O] \quad S = [O, [[M]], [[I]]]$$

$$2.3.6. 0 = (2, 2, 1)$$

$$S = [[[M]], [[O]], [I]] \quad S = [[I], [[O]], [[M]]]$$

$$S = [[[O]], [[M]], [I]] \quad S = [[I], [[M]], [[O]]]$$

$$S = [[[I]], [[M]], [O]] \quad S = [[O], [[M]], [[I]]]$$

Man beachte, daß die Semiotik, wie sie von Bense auf der kategorietheoretischen Zeichendefinition

$$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$$

begründet worden war (vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67), somit der Einbettungsordnung $0 = (2, 1, 0)$ korrespondiert. Damit setzt die Semiotik also alle drei Einbettungsstufen einer dreistufigen Semiotik voraus. Sie widerspricht damit also nicht nur dem Fundierungsaxiom der klassischen Mengentheorie, sondern auch der aristotelischen Logik, und man darf daher sogar soweit gehen zu behaupten, daß die hier präsentierte einbettungstheoretische Semiotik lediglich eine "Auffaltung" des bereits in Benses Zeichendefinition enthaltenen Strukturreichtums darstellt.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik ontischer Einbettung I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Das qualitative 2-dimensionale Inklusionsschema der Semiotik

1. Wie in Toth (2015a) ausgeführt, bedeutet die Einführung eines Einbettungsoperators E für die ortsfunktionale Arithmetik, durch den also die logische Dichotomie $L = (0, 1)$ sowie alle ihr isomorphen Dichotomien auf Quadrupel der Form

$[0, [1]] \quad \times \quad [[1], 0]$

\times

$[[0], 1] \quad \times \quad [1, [0]]$

abgebildet werden, insofern eine Qualifizierung der ontischen Arithmetik, wie sie auch für die Ontik und die Semiotik gültig ist, als die Auflösung der Spiegelbildlichkeit und der daraus folgenden Austauschbarkeit der beiden Werte in L ein zwar nicht materiales, dafür aber ein differentielles "Tertium" darstellen, das von der 2-wertigen aristotelischen Logik explizit verboten wird.

2. Für die Semiotik ist ein solcher Einbettungsoperator zwar nie zuvor eingeführt worden (vgl. Toth 2015b), aber er liegt implizit vor in der selbsteinbettenden Zeichendefinition, die Bense (1979, S. 53 u. 67) gegeben hatte

$Z = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$,

darin sich nicht nur das Zeichen selbst im triadischen Interpretantenbezug enthält, sondern in dem die Erstheit sowohl in der Zweitheit als auch in der Drittheit und die Zweitheit in der Drittheit eingeschlossen sind, d.h. es liegt der sog. Droste-Effekt vor.

Genau dieses Prinzip wird von Z aus auf die Z konstituierenden Teilrelationen von Z, die sog. Subzeichen, übertragen, indem die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix auf die folgende einbettungstheoretische Matrix abgebildet wird

$$\begin{array}{ccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}).
\end{array}$$

Würde es sich hier um rein quantitative Zahlen der Form

$$\begin{array}{ccc}
1 & 2 & 3 \\
2 & 3 & 5 \\
3 & 5 & 8
\end{array}$$

handeln, würde sowohl für die Triaden als auch für die Trichotomien bzw. für die Zeilen und für die Spalten der Matrix natürlich die Additivität gelten, d.h. wir hätten in beiden Dimensionen dieses 2-dimensionalen quantitativen Inklusionsschemas

$$\begin{array}{l}
1 + 2 = 3 \\
2 + 3 = 5 \\
3 + 5 = 8.
\end{array}$$

Dieses gilt jedoch nicht für die Semiotik, denn für die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten und von ihm Primzeichen genannten Zeichenzahlen, d.h. also qualitativen Zahlen, gilt selbstverständlich die Hyperadditivität, insofern für die Trichotomien

$$\begin{array}{l}
(1.1) + (1.2) < (1.3) \\
(2.1) + (2.2) < (2.3) \\
(3.1) + (3.2) < (3.3)
\end{array}$$

und für die Triaden

$$\begin{array}{l}
(1.1) + (2.1) < (3.1) \\
(1.2) + (2.2) < (3.2)
\end{array}$$

$(1.3) + (2.3) < (3.3)$

gilt. Was der Einbettungsoperator also leistet, besteht darin, die Begründung für diese qualitative Hyperadditivität zu liefern, und zwar in der Form der Abbildung der semiotischen Teilrelationen auf ontische Orte.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Einbettungstheoretische Semiotik I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Einführung der peirce-benseschen Semiotik mit Hilfe von Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Selbstgegebenheit und Selbstreferenz

1. Nur ontisch gesättigtes Sein ist selbstgegeben. Da Objekte ohne Zeichen ontisch gesättigt, d.h. 0-seitig von ihnen abhängig sind (vgl. Toth 2015), sind Objekte selbstgegeben. Daraus wurde in der peirce-benseschen Semiotik die Präsentationsfunktion der Objekte abgeleitet: Objekte können nur – durch Subjekte – präsentiert werden, aber sie repräsentieren nicht. Daraus folgt in Sonderheit, daß sie sich auch nicht selbst repräsentieren können. Diese Idee ist, wie man in Meier-Oesers Geschichte der mittelalterlichen und frühneuzeitlichen Semiotik nachlesen kann, nicht neu. Sie taucht bereits spätestens im 17. Jh. auf: "Signum est quod potentiae cognoscendi aliquid repraesentat a se distinctum" (Eustachius a Sancto Paulo, cit. ap. Meier-Oeser 1997, S. 178)

2. Meier-Oeser hat den letzten Satz wie folgt interpretiert: "Nichts ist Zeichen seiner selbst". Dies läßt allerdings die Frage entstehen, ob damit nur Objekte, oder auch Zeichen gemeint sind, denn unter den "Postulaten" einer Semiotik heißt es bei Bense: "Jedes beliebige Etwas kann zum Zeichen eines anderen Etwas erklärt werden. Jedes Zeichen kann zum Zeichen eines anderen Zeichens erklärt werden" (Bense 1981, S. 172). Wie in Toth (2015a) ferner gezeigt wurde, können wir Objekte, Zeichen und Metazeichen als Funktionen von Objektabhängigkeit wie folgt definieren

Objektabhängigkeit	Entität
0-seitig	Objekt
1-seitig	Zeichen
2-seitig	Metazeichen.

Offenbar ist Präsentation also nichts anderes als 0-seitige Objektabhängigkeit und daher informationstheoretisch gesättigtes Sein. Während Zeichen nur 1-seitig objektabhängig sein können – da sie ja, wie die obige lateinische Definition explizit sagt, für etwas von ihnen Verschiedenes stehen –, sind Zeichen, die auf Zeichen referieren, 2-seitig objektabhängig. (Deshalb sind beispielsweise anaphorische und kataphorische Relationen üblicherweise nicht austauschbar.) Präsentation ist damit 0-Repräsentation, und somit ist Selbstgegebenheit dasselbe. Dies scheint nun zwar die traditionelle Auffassung zu

bestätigen, aber der Haken liegt darin, daß stets, wenn auch nicht explizit ausgedrückt, von objektiven Objekten im Sinne der aristotelischen Logik die Rede ist. Diese können selbstverständlich schon deswegen nicht referieren, weil es zwischen der Objekt- und der Subjektposition innerhalb der durch das Tertiumgesetz garantierten Zweiwertigkeit kein Vermittelndes, Drittes, gibt, welches eine Objekt-Subjekt- oder eine Subjekt-Objekt-Referenz entstehen lassen könnte. Nun lesen wir aber in Benses letztem semiotischem Buch: "Ein Zeichen (eine Zahl, eine ästhetische Realität) ist selbstreferierend im Sinne der Selbstgegebenheit des Seienden " (Bense 1992, S. 16). Hier wird also vorausgesetzt, daß Selbstreferenz durch Selbstgegebenheit erzeugt wird, und daraus folgt die Möglichkeit der Referenz von Objekten. Der Grund dafür ist natürlich die Bestimmung des Zeichens als dualinvariante, "eigenreale" Relation, d.h. nach Bense ist ein Zeichen ein Etwas, dessen zeichenthematische Repräsentation in nichts von seiner realitätsthematischen Repräsentation unterschieden ist. Falls dies stimmt, stellte allerdings das Zeichen, genauso wie sein bezeichnetes Objekt, gesättigtes Sein dar, und Zeichen und Objekt wären folglich 0-seitig voneinander abhängig. Daraus folgte allerdings, daß keine Referenz außerhalb von Selbstreferenz möglich wäre, d.h. daß Zeichen und Objekt gar nicht mehr unterscheidbar wären. Um aus dieser paradoxalen Sackgasse herauszukommen, gibt es nur die Möglichkeit, im Sinne der von uns entwickelten Ontik, die absurde Vorstellung von objektiven Objekten aufzugeben und als Domäne der thetischen Einführung von Zeichen subjektive, d.h. durch Subjekte wahrgenommene, Objekte, zu setzen. Bei der Abbildung eines Zeichens auf ein Objekt würde dann eine Dualrelation zwischen subjektivem Objekt und objektivem Subjekt entstehen (vgl. Toth 2015b). Das Objekt wird damit vermöge seines Subjektanteils potentiell referentiell – das beweisen die semiotischen Objekte in ihrem Objektanteil – und umgekehrt können Zeichen nicht nur repräsentativ, sondern auch präsentativ wirken – das beweisen ebenfalls die semiotischen Objekte – in ihrem Zeichenanteil.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Meier-Oeser, Stephan, Die Spur des Zeichens. Das Zeichen und seine Funktion in der Philosophie des Mittelalters und der frühen Neuzeit. Berlin 1997

Toth, Alfred, Ein semiotisches Abhängigkeitsparadox. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Selbstreferenz von Zeichen

1. Objekten wird in der klassischen Metaphysik und somit auch in der Semiotik die Fähigkeit zur Selbstreferenz abgesprochen, denn Objekt und Subjekt sind innerhalb der zugrunde liegenden 2-wertigen aristotelischen Logik kraft des Verbotes einer Vermittlung durch Tertium strikt voneinander geschieden, d.h. es können innerhalb von $L = (0, 1)$ zwar die Werte ausgetauscht werden, und es gilt sogar

$$(L = (0, 1)) \cong (L^{-1} = (1, 0)),$$

aber es gibt keine Teilrelationen der Form $(0, 1) \subset 0$, $(0, 1) \subset 1$ oder $(1, 0) \subset 0$, $(1, 0) \subset 1$, d.h. L ist eine Funktion absoluter Kategorien, nämlich objektiver Objekte und subjektiver Subjekte.

2. Wenn nun das Zeichen innerhalb der Dichotomie $L = (0, 1)$ die Subjektposition einnimmt, da es ja kein Objekt ist, dann kann es auf dem Boden der klassischen Logik auch keine Vermittlung zwischen bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen geben. Dies ist also die logische Wurzel des Arbitraritätsgesetzes. Warum es dennoch möglich, ein Bild eines Objektes, d.h. ein iconisches Zeichen, zu setzen, widerspricht also bereits der klassischen Logik, denn offenbar ist hier die Schnittmenge der Merkmalsmengen des Objektes und des Zeichens nicht-leer und somit also vermittelt. Dies widerspricht aber dem Satz vom Ausgeschlossenen Dritten. Ferner verbietet die klassische Logik auch die Selbstreferenz von Zeichen, denn diese bedeutete eine Iteration der Subjektposition und somit wiederum mindestens einen zusätzlichen Wert, der also die 2-Wertigkeit der aristotelischen Logik sprengte. In dieser sind somit Objekt und Zeichen diskontextual geschieden, und es gibt somit nicht nur keine Selbstreferenz des Objektes, sondern auch keine solche des Subjektes.

3. Allerdings besagt ein Satz der Ontik (vgl. Toth 2014), daß jedes Objekt einen ontischen Ort haben muß,

$$\Omega = f(\omega),$$

denn Objekte teilen ihre Umgebungen in paarweise Differenzen, sonst wären sie gar nicht wahrnehmbar, und nur wahrnehmbare Objekte sind Objekte, nämlich subjektive Objekte. Auch wenn Objekte nicht durch den Wahrneh-

mungsprozeß erzeugt werden und diesem also vorgegeben sein müssen, ist die Vorstellung ortsloser Objekte absurd. Nun hatte bereits Bense in einem seiner Frühwerke erkannt: "Form und Inhalt, zwei Phänomene, zwischen denen ja sicher Isomorphie besteht" (Bense 1939, S. 83), und man braucht also nicht die marxistische Abbildtheorie zu bemühen, um zu erkennen, daß die aus der Logik folgende Unvermitteltheit zwischen Objekt und Zeichen falsch ist. Das bedeutet aber, daß bei der Abbildung von Objekten auf Zeichen die für Objekte obligatorischen ontischen Ort "mitgeführt" (vgl. Bense 1979, S. 34), d.h. auf die Zeichen abgebildet werden müssen, und es gilt somit

$$f: \quad \Omega = f(\omega) \rightarrow Z = f(\omega),$$

und da nur wahrgenommene oder gedachte, also in jedem Falle subjektive Objekte zu Zeichen erklärt werden können und die letzteren von Bense (1967, S. 9) als "Metaobjekte" eingeführt worden waren, ist also die Relation zwischen dem bezeichneten Objekt und seinem es bezeichnenden Zeichen dual

$$R = (\Omega = f(\Sigma)) \times (\Sigma = f(\Omega)).$$

Diese ontisch-semiotische Dualrelation wird nach abgeschlossener Metaobjektivierung auf das Zeichenschema übertragen, das, wie seit Bense (1975) bekannt ist, ebenfalls verdoppelt ist und in der Form einer die erkenntnistheoretische Subjektposition repräsentierenden Zeichenthematik und einer dualen, die erkenntnistheoretische Objektposition repräsentierenden Realitätsthematik erscheint (vgl. Bense 1981, S. 105)

$$RTh = \times(ZTh).$$

4. Die Mitführung ontischer Orte bei der thetischen Setzung von Zeichen, d.h. die Abbildung

$$f: \quad \Omega = f(\omega) \rightarrow Z = f(\omega),$$

erfordert nun aber eine Abbildung der ortsfreien semiotischen Matrix, wie sie durch Bense (1975, S. 37) eingeführt worden war

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3,

auf die folgende ortsfunktionale Matrix

$$\begin{array}{ccc}
 (1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
 \cap & & \cap & & \cap \\
 (2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
 \cap & & \cap & & \cap \\
 (3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
 \end{array}$$

darin jedes Subzeichen durch $E = (m, n)$ ontisch "verankert" ist, und man kann daher diese ortsfunktionale Matrix auch in der folgenden Form darstellen

	n	n+1	n+2
m	1.1	1.2	1.3
m+1	2.1	2.2	2.3
m+2	3.1	3.2	3.3.

Erst die Ortsfunktionalität dieser Subzeichen vermag also zu erklären, weshalb innerhalb der Trichotomien

$$(x.y) + (x.(y+1)) < (x.(y+2))$$

und innerhalb der Triaden

$$(x.y) + ((x+1).y) < ((x+2).y),$$

d.h. Hyperadditivität gilt, denn semiotische Drittheiten sind keine quantiativen, sondern qualitative Summen aus Erst- und Zweitheiten. Wenn wir allerdings die ortsfunktionalen Entsprechungen der in der benseschen Matrix dualen Subzeichenpaare

$$\times(1.2) = (2.1)$$

$$\times(1.3) = (3.1)$$

$$\times(2.3) = (3.2)$$

und selbstdualen Subzeichen

$$\times(1.1) = (1.1)$$

$$\times(2.2) = (2.2)$$

$$\times(3.3) = (3.3)$$

betrachten, finden wir, daß die Dualität bzw. Selbstdualität lediglich in den Peanozahlanteilen, nicht aber in den Einbettungszahlenanteilen der ortsfunktionalen Subzeichen vorhanden ist. Offenbar garantieren die letzteren, welche die ontischen Orte der bezeichneten Objekte in den Zeichen mitführen, die Ungültigkeit des quantitative Systeme wie die Logik oder die Mathematik garantierenden logischen Identitätssatzes, denn wir haben nun

$$\times(1_m, 1_n) \neq (1_n, 1_m)$$

$$\times(2_{m+1}, 2_{n+1}) \neq (2_{n+1}, 2_{m+1})$$

$$\times(3_{m+2}, 3_{n+2}) \neq (3_{n+2}, 3_{m+2}).$$

Damit ist bereits klar, daß die Kategorienrealität, welche von Bense (1992, S. 40) als "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" eingestuft wurde, nicht-eigenreal ist. Für das eigenreale Dualsystem gilt entsprechend

$$\times((3_{m+2}, 1_n), (2_{m+1}, 2_{n+1}), (1_m, 3_{n+2})) \neq ((3_{n+2}, 1_m), (2_{n+1}, 2_{m+1}), (1_n, 3_{m+2})),$$

d.h. der auf der Basis einer nicht-ortsfunktionalen und damit rein quantitativen Semiotik formulierte Satz: "Ein Zeichen (eine Zahl, eine ästhetische Realität) ist selbstreferierend im Sinne der Selbstgegebenheit des Seienden" (Bense 1992, S. 16) ist ungültig geworden. Damit gibt es in einer qualitativen Semiotik keine Selbstreferenz von Zeichen mehr.

Literatur

Bense, Max, Geist der Mathematik. Berlin 1939

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Geographie von Zeichen und von Namen. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2014

Identitive qualitative Morphismen

1. Identität im Sinne der Logik kann es nur in solchen Systemen geben, die auf der 2-wertigen aristotelischen Logik basieren. Diese aber verbietet vermöge des Grundgesetzes des Tertium non datur eine Vermittlung der beiden linearen, horizontalen und juxtapositiven Werte in ihrer Basisdichotomie $L = [0, 1]$. Genauer gesagt, bedeutet dies: Sie schließt nicht nur einen dritten Wert als materiellen Wert aus, sondern auch einen differentiellen Wert, der durch Einbettungsrelationen der vier möglichen Formen $L_1 = [0, [1]]$, $L_2 = [[1], 0]$, $L_3 = [[0], 1]$, $L_4 = [1, [0]]$ entstünde. Somit garantiert logische Zweiwertigkeit die hegelsche Reduktion aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität. Folgerichtig müssen auch die erkenntnistheoretischen Interpretationen der beiden Werte 0 und 1 als Objekt und Subjekt absolut, d.h. unvermittelt sein. Es handelt sich somit um objektive Objekte und subjektive Subjekte. Damit werden aber die Logik und alle auf ihr basierenden quantitativen Systeme für qualitative Systeme, allen voran die beiden qualitativen Basiswissenschaften der Ontik und der Semiotik, unbrauchbar, denn von einem Objekt zu sprechen ist nur dann sinnvoll, wenn es wahrgenommen werden kann, und wahrgenommen werden kann es nur von einem Subjekt, also ist es ein subjektives und damit ein vermitteltes Objekt. Dasselbe gilt für das Subjekt: Ein Subjekt, das sich selbst wahrnimmt, kann sich nur als Objekt wahrnehmen, und wenn einander zwei Subjekte gegenüber treten, ist jeder für den andern kein subjektives, sondern ein objektives und damit wiederum ein vermitteltes Subjekt. Da es somit keine unvermittelten epistemischen Funktionen gibt, kann es auch keine unvermittelten Zahlenwerte nach dem logischen Schema $L = [0, 1]$ geben, darin die Werte, bloße Spiegelbilder voneinander, also reflexionsidentisch sind. Dies hatte bereits Günther erkannt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

2. Es ist somit zu erwarten, daß es in den qualitativen Systemen der Ontik und der Semiotik im Gegensatz zum quantitativen System der Logik keine Identität im Sinne von Reflexionsidentität geben kann. Stattdessen gibt es, wie im folgenden mit Hilfe von qualitativen kategoriethoretischen Morphismen dargelegt werden soll, für jedes Quadrupel von Zahlenfeldern der in Toth (2015a-c) eingeführten qualitativen Arithmetik der Relationalzahlen, welche die qualitativ-mathematische Basis für Ontik und Semiotik bildet, 8 Identitäten, welche durch identitive Morphismen definierbar sind.

2.1. Identitive Morphismen adjazenter Zählweise

$$\begin{array}{cc} 0_i & 1_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \end{array} \xrightarrow{\text{id1}} \begin{array}{cc} 0_i & 1_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1_i & 0_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \end{array} \xrightarrow{\text{id2}} \begin{array}{cc} 1_i & 0_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1_j & 0_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i \end{array} \xrightarrow{\text{id3}} \begin{array}{cc} 1_j & 0_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 0_j & 1_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i \end{array} \xrightarrow{\text{id4}} \begin{array}{cc} 0_j & 1_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_i & \emptyset_j \\ 0_i & 1_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \\ 1_i & 0_j \end{array} \xrightarrow{\text{id5}} \begin{array}{cc} \emptyset_i & \emptyset_j \\ 0_i & 1_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j \\ 1_i & 0_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_j & \emptyset_i \\ 1_j & 0_i \end{array} \xrightarrow{\text{id7}} \begin{array}{cc} \emptyset_j & \emptyset_i \\ 1_j & 0_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_j & \emptyset_i \\ 0_j & 1_i \end{array} \xrightarrow{\text{id8}} \begin{array}{cc} \emptyset_j & \emptyset_i \\ 0_j & 1_i \end{array}$$

2.2. Identitive Morphismen subjazenter Zählweise

$$\begin{array}{cc} 0_i & \emptyset_j \\ 1_i & \emptyset_j \end{array} \xrightarrow{\text{id1}} \begin{array}{cc} 0_i & \emptyset_j \\ 1_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_i & 0_j \\ \emptyset_i & 1_j \end{array} \xrightarrow{\text{id2}} \begin{array}{cc} \emptyset_i & 0_j \\ \emptyset_i & 1_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_j & 0_i \\ \emptyset_j & 1_i \end{array} \xrightarrow{\text{id3}} \begin{array}{cc} \emptyset_j & 0_i \\ \emptyset_j & 1_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 0_j & \emptyset_{iq} \\ 1_j & \emptyset_i \end{array} \xrightarrow{\text{id4}} \begin{array}{cc} 0_j & \emptyset_i \\ 1_j & \emptyset_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1_i & \emptyset_j \\ 0_i & \emptyset_j \end{array} \xrightarrow{\text{id5}} \begin{array}{cc} 1_i & \emptyset_j \\ 0_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_i & 1_j \\ \emptyset_i & 0_j \end{array} \xrightarrow{\text{id6}} \begin{array}{cc} \emptyset_i & 1_j \\ \emptyset_i & 0_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_j & 1_i \\ \emptyset_j & 0_i \end{array} \xrightarrow{\text{id7}} \begin{array}{cc} \emptyset_j & 1_i \\ \emptyset_j & 0_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1_j & \emptyset_i \\ 0_j & \emptyset_i \end{array} \xrightarrow{\text{id8}} \begin{array}{cc} 1_j & \emptyset_i \\ 0_j & \emptyset_i \end{array}$$

2.3. Identitive Morphismen transjazer Zählweise

$$\begin{array}{cc} 0_i & \emptyset_j \\ \emptyset_i & 1_j \end{array} \xrightarrow{\text{id1}} \begin{array}{cc} 0_i & \emptyset_j \\ \emptyset_i & 1_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_i & 0_j \\ 1_i & \emptyset_j \end{array} \xrightarrow{\text{id2}} \begin{array}{cc} \emptyset_i & 0_j \\ 1_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_j & 0_i \\ 1_j & \emptyset_i \end{array} \xrightarrow{\text{id3}} \begin{array}{cc} \emptyset_j & 0_i \\ 1_j & \emptyset_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 0_j & \emptyset_i \\ \emptyset_j & 1_i \end{array} \xrightarrow{\text{id4}} \begin{array}{cc} 0_j & \emptyset_i \\ \emptyset_j & 1_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_i & 1_j \\ 0_i & \emptyset_j \end{array} \xrightarrow{\text{id5}} \begin{array}{cc} \emptyset_i & 1_j \\ 0_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1_i & \emptyset_j \\ \emptyset_i & 0_j \end{array} \xrightarrow{\text{id6}} \begin{array}{cc} 1_i & \emptyset_j \\ \emptyset_i & 0_j \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1_j & \emptyset_i \\ \emptyset_j & 0_i \end{array} \xrightarrow{\text{id7}} \begin{array}{cc} 1_j & \emptyset_i \\ \emptyset_j & 0_i \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \emptyset_j & 1_i \\ 0_j & \emptyset_i \end{array} \xrightarrow{\text{id8}} \begin{array}{cc} \emptyset_j & 1_i \\ 0_j & \emptyset_i \end{array}$$

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Ontik als tiefste wissenschaftstheoretische Fundierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Die Fundierung der Ontik durch die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Nur Glas ist wie Glas

1. Der Titel dieses Aufsatzes ist natürlich derjenige einer Sammlung konkreter Texte Max Benses (Bense 1970). Wir fragen, worin die Differenz zwischen den beiden folgenden Operationen

$=(X, Y)$

wie(X, Y)

bestehe. Nach Wittgenstein (Tractatus, 4.2.4.1.) bedeutet $(X = Y)$, daß X und Y ihre ontischen Orte tauschen können. Dies ist eine rein syntaktische Definition der Gleichheit. Aus Leibnizens Identitätsdefinition, wonach zwei Objekte identisch sind gdw. sie in allen ihren Eigenschaften übereinstimmen, folgt, daß X und Y immer noch gleich sein können, auch wenn die Identitätsbedingung nicht erfüllt ist. Gleichheit wäre somit eine schwächere Form der Identität. Dies ist eine rein semantische Definition der Gleichheit. Gleichheit aber ist eine Form von Ähnlichkeit, sie stellt die eine Grenze eines Intervalls dar, deren andere die Verschiedenheit im Sinne von Nicht-Gleichheit ist. Innerhalb dieses Intervalls liegt also auch der bensesche wie-Operator. Er bezeichnet eine Form von Gleichheit, die auf die Objektinvariante der Sortigkeit restringiert ist (vgl. Toth 2013), denn beispielsweise ist der Satz

(Auch) Plexiglas ist wie Glas

falsch. Wie man erkennt, besteht der objektsemantische Zusammenhang des $=$ -Operators und des wie-Operators wie schon bei Identität vs. Gleichheit auf Eigenschaften. Plexiglas hat andere Eigenschaft als Glas, es unterscheidet sich von diesem etwa in der für Glas zentralen Eigenschaft der Brüchigkeit, aber es gleicht Glas in der nicht minder zentralen Eigenschaft der Transparenz. Das Problem besteht also darin, eine Skala von Eigenschaften von Objekten zu definieren, vor allem aber darin, zu erkennen, daß Eigenschaft eine semiotische und keine logische Eigenschaft ist, da sie in funktionaler Abhängigkeit von Ähnlichkeit, also von einer iconischen Abbildung, steht. Man kann aber weder die Logik durch Semiotik noch die Semiotik durch Logik begründen, so wie man weder die Philosophie durch Mathematik noch die Mathematik durch Philosophie begründen kann. Eine Wissenschaft, die nicht aus sich selbst heraus

begründbar ist, ist im Sinne der Modelltheorie nicht abgeschlossen, d.h. aber, sie stellt überhaupt keine Theorie im modelltheoretischen Sinne dar, d.h. sie erfüllt neben der Bedingung der Abgeschlossenheit auch die Bedingungen der Extensivität und der Monotonie nicht (vgl. Schwabhäuser 1971, S. 40).

2. "Nicht das Dasein, das Ich ist immer anderswo. Jemandem gegenüber sitzen und sagen, das bin ich" (Bense 1970, S. 25). Wenn Bense einige Seite zuvor schreibt: "Kein Ich erscheint so, wie es verschwindet", könnte man formulieren: Kein Objekt erscheint so, wie es ist. Das Problem besteht allerdings darin, daß wir nicht wissen können, wie ein Objekt ist. Objekte können nur wahrgenommen werden, und wahrgenommen werden können sie nur durch Subjekte. Daraus folgt, daß wahrgenommene Objekte subjektive Objekte sind und also die objektiven Objekte der Logik transzendieren, es sind sozusagen Objekte mit Subjektanteil. Dasselbe gilt innerhalb der logischen Dichotomie von Objekt und Subjekt nun auch für Subjekte. Wer sich selbst wahrnimmt, nimmt sich als Objekt und nicht als Subjekt wahr. Und wenn zwei Subjekte einander gegenüber sitzen, nimmt das jeweils eine Subjekt das jeweils andere Subjekt als Objekt wahr. So, wie es keine absoluten, d.h. objektiven Objekte gibt, gibt es also auch keine absoluten, d.h. subjektiven Subjekte. Das Ich als subjektives Subjekt ist also immer anderswo, nämlich am ontischen Ort des Objektes, wo erst es wahrgenommen werden kann. Und das Es als objektives Objekt ist ebenfalls immer anderswo, nämlich am Ort des Subjektes, von wo aus es erst wahrgenommen werden kann. Die wahrgenommene, und das heißt die einzige uns zugängliche Welt ist somit sowohl, was das Objekt als auch was das Subjekt betrifft, eine Welt, deren ontische Orte vertauscht sind. Das Objekt hat als subjektives Objekt Subjektanteile, und das Subjekt hat als objektives Subjekt Objektanteile.

3. Zwar ist es richtig, daß die Hypostasen absoluter Objekte und Subjekte nicht von der Hand zu weisen sind, da die wahrgenommenen Objekte und Subjekte ja nicht durch den Akt der Wahrnehmung erzeugt werden, aber diese hypostasierten objektiven Objekte und subjektiven Subjekte als Basen für die Logik zu benutzen, ist unwissenschaftlich, denn sie sind Abstraktionen der vermittelten Kategorien der subjektiven Objekte und der objektiven Subjekte und nicht umgekehrt, da die Logik aus der Wahrnehmung der Welt und nicht

umgekehrt die Wahrnehmung der Welt aus der Logik entstanden ist. Diese Abstraktion ist aber weder logisch, noch semiotisch begründbar. Wie entfernt man Subjektanteile aus Objekten? Wie entfernt man Objektanteile aus Subjekten? Es gibt keine Chemie epistemologischer Funktionen. Vermittelte Kategorien sind allerdings in der zweiwertigen aristotelischen Logik durch das Grundgesetz des Ausgeschlossenen Dritten ausdrücklich verboten, d.h. mit einem simplen Austausch objektiver durch subjektive Objekte und subjektiver durch objektive Subjekte kann man die aristotelische Logik nicht aufrecht erhalten. Vermittlung logischer Kategorien stellt nämlich insofern einen Verstoß gegen den Satz des Tertium non datur dar, als sowohl das Subjekt objektabhängig als auch das Objekt subjektabhängig wird, d.h. es tritt nun ein Drittes zwar nicht in der Form eines substantiellen dritten Wertes, aber in der Form einer Differenz auf

$$\Omega = f(\Sigma)$$

$$\Sigma = f(\Omega),$$

d.h. die Ränder in der aristotelischen Basisdichotomie $L = [0, 1]$ sind nun nicht mehr leer, und diese nichtleeren Ränder

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset$$

sind genauso wenig spiegelbildlich wie es die subjektiven Objekte und die objektiven Subjekte im Gegensatz zur Spiegelbildlichkeit der Werte in $L = [0, 1]$ sind. Damit fällt also mit dem Übergang von vermittelten zu unvermittelten Kategorien auch das Gesetz der Identität. Bei Bense liest sich das so: "Ein Ich trennt sich von seinem Ich, und man sieht sich wie jemanden anderes" (1970, S. 21).

4. Für das Objekt bedeutet die letztere Feststellung, daß es sich "von sich selbst" allein durch Verschiebung seines inhärenten ontischen Ortes trennt. Jedes Objekt ist ortsfunktional, d.h. abhängig von einem ontischen Ort, an dem es sich befindet. Es gibt keine Objekte, deren Umgebung das Nichts ist. Wird also ein Objekt Ω von einem Ort ω_i an einen Ort ω_j verschoben

$$f: \quad \Omega(\omega_i) \rightarrow \Omega(\omega_j),$$

so fällt nach der bereits festgestellten Identität des Subjektes auch die Identität des Objektes. Bei Bense heißt es: "Daß die Position das Objekt verändert im Duft des Heus, wenn es gewendet wird" (1970, S. 29). Auch wenn hier von einem Objekt die Rede ist, bei dem sich dieses nur durch die Veränderung seiner es konstituierenden Teile verändert, so gilt diese Feststellung allgemein. Durch die Ortsabhängigkeit besitzt jedes Objekt einen ontischen Kontext, so wie durch die Ortsabhängigkeit jedes Zeichen einen semiotischen Kontext besitzt. So wechselt etwa die Bedeutung von "rot" in den drei Sätzen

Rot ist die Liebe.

Die rote Sonne.

Seine Haut war rot,

vermöge des semiotischen Kontextes, und eine Vase, die zum Beispiel aus einer Vitrine herausgenommen und dann in ein Regal und anschließend auf einen Tisch gestellt wird, wechselt ihre Ortsfunktionalität vermöge des ontischen Kontextes. Zeichen und Objekte haben gemein, daß sie Systeme sind, die Umgebungen besitzen, und wegen des für subjektive Objekte und objektive Subjekte gültigen Austausches von Subjekt- und Objektanteilen determiniert sowohl ein System seine Umgebung als auch eine Umgebung sein System, d.h. der Austausch von Subjekt- und Objektanteil läßt sich auf den allgemeineren Austausch von Systemen und Umgebungen zurückführen.

Literatur

Bense, Max, Nur Glas ist wie Glas. Berlin 1970

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1971

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Wittgenstein, Ludwig, Tractatus logico-philosophicus. Frankfurt am Main 1980 (original 1918)

Nietzsches Einmaleins

1. In Toth (2015a) wurde gezeigt, daß die thetische Setzung von Zeichen, die als Dualrelation in der Form

$$\Omega = f(\Sigma) \times \Sigma = f(\Omega)$$

oder kurz durch

$$\Omega(\Sigma) \times (\Sigma)\Omega$$

darstellbar ist, deswegen nicht-umkehrbar ist, weil zwar Subjekte zu Objekten, aber nicht Objekte zu Subjekten transformiert werden können.

2. Wenn sich zwei Subjekte gegenüber treten, wird jeweils das andere Subjekt vom einen Subjekt aus gesehen zum Objekt, genauer gesagt: die beiden Subjekte nehmen sich im Verhältnis von objektiven Subjekten wahr. Dasselbe gilt für die Selbstwahrnehmung jedes der beiden Subjekte. Man kann sich nur als objektives Subjekt wahrnehmen, denn die Idee absoluter Subjekte ist genauso unsinnig wie diejenige absoluter Objekte. Wir haben somit folgende deiktischen Transformationen vor uns

$$\tau_1: (\Sigma_{\text{Ichi}} \rightarrow \Sigma_{\text{Ichi}}) \rightarrow (\Sigma_{\text{Ichi}}, \Sigma_{\text{Dui}}), (\Sigma_{\text{Dui}}, \Sigma_{\text{Ichi}})$$

$$\tau_2: (\Sigma_{\text{Ichi}} \rightarrow \Sigma_{\text{Ichj}}) \rightarrow (\Sigma_{\text{Ichi}}, \Sigma_{\text{Duj}}), (\Sigma_{\text{Dui}}, \Sigma_{\text{Ichj}}).$$

3. Nietzsches "Ein Mal eins", der Aphorismus Nr. 260 aus der "Fröhlichen Wissenschaft" (und eines der bekanntesten Nietzsche-Zitate), lautet vollständig: "Einer hat immer Unrecht: aber mit zweien beginnt die Wahrheit. – Einer kann sich nicht beweisen: aber zweie kann man bereits nicht widerlegen" (Nietzsche 1887, S. 192).

Nun hatten wir in Toth (2015b) gezeigt, daß nur die Einführung eines Zeichens durch das einführende Ich-Subjekt – allenfalls – arbiträr ist, d.h. es gilt

$$\alpha: (Z \rightarrow \Omega) = f(\Sigma_{\text{Ich}}),$$

während die Verwendung des Zeichens nach abgeschlossener thetischer Setzung durch Du-Subjekte konventionell und damit nicht mehr arbiträr sein kann, d.h. wir haben

$$\beta: (Z \rightarrow \Omega) = f(\Sigma_{\text{Du}}).$$

Man kann somit mittels der Differenz

$$\Delta(\alpha, \beta) = \Delta(((Z \rightarrow \Omega) = f(\Sigma_{Ich})), ((Z \rightarrow \Omega) = f(\Sigma_{Du})))$$

semiotische Wahrheit und Falschheit bestimmen, was bislang nicht möglich war (vgl. Bense 1975, S. 116 f.). Die Gleichung

$$\Delta(\alpha, \beta) = 0$$

bedeutet dann semiotische Wahrheit, und die Ungleichung

$$\Delta(\alpha, \beta) \neq 0$$

bedeutet semiotische Falschheit im Sinne von Verstößen gegen das arbiträr eingeführte Zeichen, die also natürlich etwa bei Sprachzeichen auf sämtlichen Ebenen der Grammatik auftreten können.

Der erste Teil von Nietzsches Aphorismus bestätigt also die Notwendigkeit, daß bei Wahrheit immer die gleichzeitige Präsenz von zwei Subjekten nötig ist, und diese sind logisch notwendiger Weise deiktisch in Ich- und Du-Subjekt geschieden. Der zweite Teil des Aphorismus hebt nicht darauf ab, wie dies öfters behauptet wurde, daß ein Ich-Subjekt ein durch ein Du-Subjekt gegebenes Alibi benötigt, um die Wahrheit einer Aussage des Ich-Subjektes zu "beweisen", sondern er zielt auf die bereits erwähnte Tatsache hin, daß Selbstreflexion die erste der beiden oben formal definierten Ich-Du-deiktischen Transformationen auslöst. Gibt es also nur ein Subjekt, so spaltet sich dieses durch Selbstreflexion zwar in einen Ich-deiktischen und in einen Du-deiktischen Teil, aber diese beiden logisch geschiedenen Subjekte sind ontisch selbstidentisch. Daher ist das Subjekt trotz der Subjekt-Objekt-Spaltung, um mit Nietzsche zu sprechen, "allein". Auch im Falle von Selbstreflexion bedarf es somit der Präsenz von nicht nur logisch, sondern auch ontisch geschiedenen Subjekten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Nietzsche, Friedrich, Die fröhliche Wissenschaft. Leipzig 1887

Toth, Alfred, Die Nichtumkehrbarkeit der thetischen Setzung von Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische Wahrheit und Falschheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Nietzsches Einmaleins II

Woran glaubst du? – Daran: daß die Gewichte aller Dinge neu bestimmt werden müssen.

Nietzsche (1887, Nr. 269)

1. Nietzsches "Ein Mal eins", der Aphorismus Nr. 260 aus der "Fröhlichen Wissenschaft" (und eines der bekanntesten Nietzsche-Zitate), lautet vollständig: "Einer hat immer Unrecht: aber mit zweien beginnt die Wahrheit. – Einer kann sich nicht beweisen: aber zweie kann man bereits nicht widerlegen" (Nietzsche 1887, S. 192). Wie in Toth (2015) gezeigt wurde, finden diese Sätze ihre Bestätigung in der Möglichkeit von Subjekten, zu Objekten zu werden, während die Umkehrung dieser Transformationen ausgeschlossen ist

$\tau_1: (\Sigma_{\text{Ichi}} \rightarrow \Sigma_{\text{Ichi}}) \rightarrow (\Sigma_{\text{Ichi}}, \Sigma_{\text{Dui}}), (\Sigma_{\text{Dui}}, \Sigma_{\text{Ichi}})$

$\tau_2: (\Sigma_{\text{Ichi}} \rightarrow \Sigma_{\text{Ichj}}) \rightarrow (\Sigma_{\text{Ichi}}, \Sigma_{\text{Duj}}), (\Sigma_{\text{Dui}}, \Sigma_{\text{Ichj}}).$

τ_1 definiert den Fall, daß ein Subjekt, z.B. durch Selbstwahrnehmung, zu seinem eigenen Objekt wird. τ_2 dagegen definiert den Fall, daß bei zwei einander wahrnehmenden Subjekten jeweils das andere Subjekt, vom einen Subjekt aus gesehen, zum Objekt transformiert wird. Man könnte also die Folgerung aus τ_1 und τ_2 wie folgt zu einem erkenntnistheoretischen Satz zuspitzen: SUBJEKT IST, WAS OBJEKT WERDEN KANN. OBJEKT IST, WAS OBJEKT BLEIBT.

2. Aus τ_1 folgt in Sonderheit, daß die bekannte Stelle aus Panizzas philosophischem Hauptwerk ohne Postulation eines "Dämons" als "transzendente causa" auskommen kann: "In der Erscheinungswelt trifft sich also der Dämon von zwei Seiten, maskiert, wie auf einem Maskenball. In zwei einander gegenüber stehenden Menschen, die sich messen, spielt also der Dämon mit seinem alter ego; beide in Maske. Und ich, der sinnliche Erfahrungsmensch, bin nur gut zum Maskenspiel. Wir sind nur Marionetten, gezogen an fremden, uns unbekanntem Schnüren" (1895, § 23). Das vermeintliche Ich-Subjekt, das sich selbst wahrnimmt, nimmt sich vermöge τ_1 eben nur als sein eigenes Objekt wahr, d.h. es tritt eine logische Spaltung in Ich- und Du-Deixis ein, der kein ontisches Pendant entspricht, da die Individualität des Subjektes davon nicht berührt wird. Ferner – und hierin hat Panizza, den man als einen der Vorläufer der polykontexturalen Logik betrachten kann, natürlich recht – ist die 2-wertige aristotelische Logik mit ihrem einen ontischen Ort für ein Subjekt, das

somit deiktisch indifferent bleiben muß, nicht imstande, mit τ_1 – geschweige denn mit τ_2 – umzugehen. Im Gegenteil gehört es vermöge des Satzes vom Ausgeschlossenen Dritten gerade zu einer der drei Hauptvoraussetzungen der logischen Zweiwertigkeit, daß keine Vermittlung von Objekt und Subjekt möglich ist, in Sonderheit betrifft dies also nicht nur den Ausschluß zusätzlicher logischer Werte, sondern auch die Stipulation objektiver Subjekte und subjektiver Objekte. Kurz gesagt, beruht die klassische Logik also auf absoluten, d.h. apriorischen Kategorien in der Form von objektiven Objekten und subjektiven Subjekten.

3. Diese klassische logische Dichotomie, die man in der Form $L = [0, 1]$ notieren kann und in der somit definitiv $R[0, 1] = \emptyset$ gilt, was die Annahme subjektiver Objekte und objektiver Subjekte ausschließt, führt allerdings zu einem bisher kaum oder gar nicht bemerkten und äußerst schwer wiegenden Problem, das man durch die Frage

Wer entscheidet darüber, was in L wahr und was falsch ist?

umschreiben kann. Aus $R[0, 1] = \emptyset$ folgt ja gerade die Reflexionsidentität von 0 und 1, d.h. es ist $R[0, 1] = R[1, 0]$, d.h. man kann, wie dies bereits Günther (2000, S. 230 f.) äußerst treffend formuliert hatte, die Werte 0 und 1 in L beliebig austauschen. Eine auf der Negation statt auf der Position aufgebaute Logik ist der üblichen, auf der Position aufgebauten, wegen $R[0, 1] = \emptyset$ natürlich isomorph. Tatsache ist aber, daß eine zusätzliche Subjektposition in L erforderlich wäre, um zu entscheiden, ob eine Zuweisung von $0 = W$ bzw. $0 = F$ oder von $1 = F$ bzw. $1 = W$ zu einer Aussage erfolgen soll, d.h. L wäre zunächst zu

$$L' = [[0, 1], 1]$$

zu ergänzen, in der das am höchsten eingebettete Subjekt also den Status eines Beobachtersubjektes einnimmt. L' verstößt damit aber gleich doppelt gegen die Grundgesetze des Denkens, welche die Basis der aristotelischen Logik ausmachen: Nicht nur haben wir nun 3 ontische Orte und 3 logische Werte, sondern wir haben zusätzlich ein Einbettungsverhältnis, denn es gilt $[0, 1] \subset 1$. Damit aber nicht genug, iteriert sich das Problem, denn um über Wahrheit bzw. Falschheit in L'' zu entscheiden, müßte das beobachtete System L'' wiederum selbst beobachtet werden, d.h. man benötigte nun

$$L' = [[[0, 1], 1], 1],$$

usw. Dieses Verfahren kann man zu einem infiniten Regreß weitertreiben, und genau auf diesem beruht im Grunde das Vorgehen der polykontexturalen Logik Günthers, auch wenn das dort nirgendwo so gesagt wird. Iteriert wird nur das Subjekt, denn dieses wird, trotz entgegen gesetzter und sehr klarer Stellungnahmen Günthers in seinem gesamten Werk, weiterhin wie in der 2-wertigen Logik als subjektives Subjekt behandelt. Nur daher ist es möglich, daß die polykontexturale Logik als Verbundsystem theoretisch unendlich vieler 2-wertiger Logiken definierbar ist. An der aristotelischen Grundstruktur ändert sich somit auch in der polykontexturalen Logik überhaupt nichts: Das allein iterierbare Subjekt bleibt subjektiv und kann also nicht als objektives Subjekt auftreten, und das Objekt ist deswegen nicht iterierbar, weil auch es als absolutes, d.h. als objektives Objekt behandelt wird. Um also die berühmte "Addition von Äpfeln und Birnen" zu erreichen oder "im Diesseits zu zählen beginnen und im Jenseits damit weiterzufahren", müßte man sich zuerst von L befreien und eine Logik aufbauen, in der mit den Phantasmata des absoluten Objektes und Subjektes abgefahren wird, d.h. diese müßten durch subjektive Objekte und objektive Subjekte substituiert werden. Bemerkenswerterweise ist die Dualrelation zwischen den beiden letzteren,

$$\Omega = f(\Sigma) \quad \times \quad \Sigma = f(\Omega)$$

nichts anderes als diejenige, welche der thetischen Setzung von Zeichen entspricht, bei der wahrgenommenen, d.h. subjektiven Objekten Zeichen in der Form von ihnen dualen objektiven Subjekten abgebildet werden. Gelingt es also, eine Logik der Form

$$L = [\text{subjektives Objekt, objektives Subjekt}]$$

zu konstruieren, in welcher der Rand zwischen den beiden Positionen bzw. ihrer Werte natürlich definatorisch nichtleer ist, dann erst werden Logik und Semiotik innerhalb einer einheitlichen Ontologie behandelbar sein.

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Nietzsche, Friedrich, Die fröhliche Wissenschaft. Leipzig 1887

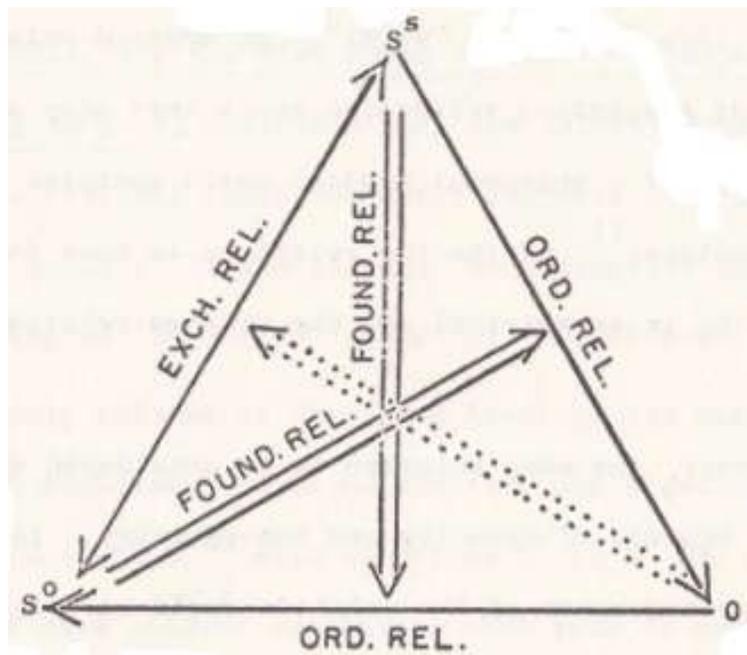
Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig
1895

Toth, Alfred, Nietzsches Einmaleins (I). In: Electronic Journal for Mathematical
Semiotics, 2015

Wie qualitativ ist die Mathematik der Qualitäten?

1. Die von Engelbert Kronthaler geschaffene "Mathematik der Qualitäten" (Kronthaler 1973/86) gehört ohne Zweifel zu den großen mathematischen Leistungen. Übrigens dürfte der Begriff der "Mathematik der Qualitäten" auf Natorp (1903, S. 419) zurückgehen, der ihn im Zusammenhang mit der platonischen Ideenlehre eingeführt hatte. Allerdings basiert die MdQ auf der polykontexturalen Logik Gotthard Günthers (1976-1980), und diese ist vor dem Hintergrund der in Toth (2015a) eingeführten qualitativen Arithmetik der Relationalzahlen, wie im folgenden gezeigt werden soll, in drei kapitalen Punkten angreifbar.

2.1. Aus dem folgenden Schema der Subjekt- und Objektfunktionen, das Günther (1976, S. 337) aufgestellt hatte,



geht hervor, daß es in der Polykontexturalitätstheorie lediglich die folgenden drei Abbildungen gibt (im folgenden verwenden wir oO für objektives Objekt, oS für objektives Subjekt und sS für subjektives Subjekt)

2.1.1. $oO \rightarrow sS$

2.1.2. $sS \rightarrow oO$

2.1.3. $oS \rightleftharpoons sS$

In Sonderheit fehlt also die Funktion des subjektives Objektes, die vermöge der folgenden Tabelle allein aus kombinatorischen Gründen existieren muß

	0	S
0	o0	oS
S	s0	sS.

Nun bedeutet, wie zuletzt in Toth (2015b) dargelegt, s0 das (von einem Subjekt) wahrgenommene Objekt. Der Grund dafür, daß es fehlt, beruht darin, daß in der Polykontextualitätstheorie das Objekt weiterhin als "totes" Objekt betrachtet wird, denn die polykontexturale Logik ist nichts anderes als ein Verbundsystem von zweiwertigen aristotelischen Logiken, die lediglich über mehr als ein Subjekt distribuiert sind.

2.2. Da die Dichotomien $E = [\text{Objekt, Subjekt}]$ und $L = [\text{Position, Negation}]$ isomorph sind, folgt aus 2.1., daß nur das Subjekt iterierbar ist. Da das Subjekt die Negativität darstellt, konstruiert Günther (1980, S. 286) in Hamiltonkreisen angeordnete "Negationszyklen" (aus denen G.G. Thomas später seine auch in der Mathematik bekannt gewordenen "Permutographen" konstruieren sollte). Beispielsweise umfaßt der Negationszyklus für eine 4-wertige Logik $4! = 24$ Wertfunktionen.

P	N	1	2	3	2	3	2	1	2	1	2	3	2	3	2	1	2	1	2	3	2	3	2	1	2	P	
1		2	3	4	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	1		
2		1	1	1	1	1	1	2	3	3	2	2	3	4	4	4	4	4	4	4	3	2	2	3	3	2	
3		3	2	2	3	4	4	4	4	4	4	3	2	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1	1	2	3	
4		4	4	3	2	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1	1	2	3	3	2	2	3	4	4	4	4	

2.3. Das Objekt bleibt somit nicht-iterierbar. Man könnte also sagen: In der polykontexturalen Logik bekommt jedes Subjekt seine eigene 2-wertige Logik. In dieser Trivialität besteht im Grunde der einzige Unterschied zwischen der polykontexturalen güntherschen und der monokontexturalen aristotelischen Logik. Diese Annahme ist aber, wie bereits in 2.1. gezeigt, deswegen falsch, weil eine Reduktion der vier möglichen Objekt-Subjekt-Funktionen auf nur drei

strukturell unterdeterminiert ist. In Sonderheit bildet das bei Günther fehlende subjektive Objekt das Domänenelement der thetischen Einführung von Zeichen

$$\mu: \Omega = f(\Sigma) \rightarrow \Sigma = f(\Omega),$$

denn es ist ja

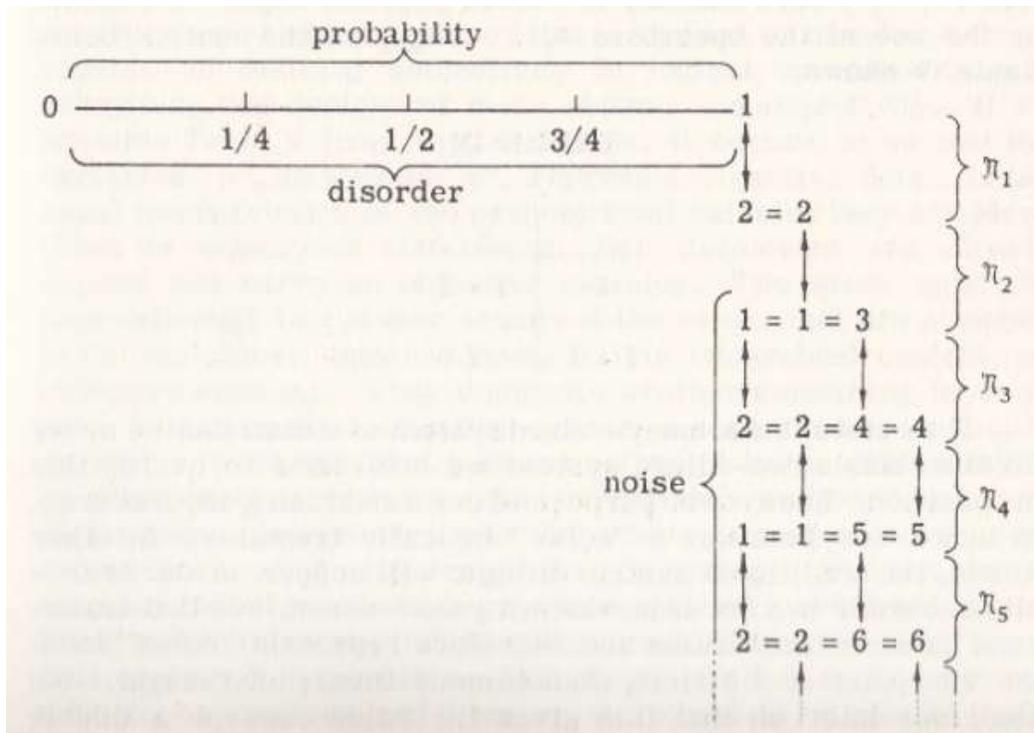
$s0 = (\Omega = f(\Sigma))$. Eine Semiotik kann es somit innerhalb der Polykontextualitätstheorie, welche nach Günther explizit nicht nur eine Logik, sondern auch eine Ontologie enthält und die auf erkenntnistheoretischen Funktionen basiert, paradoxerweise nicht geben, da als einzige nicht-subjektiven Objekte die absoluten, d.h. objektiven Objekte der klassischen Logik übernommen werden. Für Günther gilt somit weiterhin die klassische logische Dichotomie der Form

$$L = [0, 1]$$

mit

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset,$$

d.h. es gibt keine Vermittlung zwischen den Werten der für jede Kontxtur gültigen L . Auch das Subjekt ist innerhalb jeder Kontextur ein subjektives Subjekt, da die Iteration der Negativität einzig und allein dazu dient, subjektale Deixis in die klassische Logik einzuführen, also zwischen Ich-, Du-, Er- usw. Subjekten zu unterscheiden. Beim Übergang von der 2-wertigen aristotelischen zur n -wertigen polykontexturalen Logik wird also das Tertium non datur nicht aufgehoben, sondern lediglich mit wachsender Anzahl von Subjekten in ein Quartum Quintum, Sextum ... non datur verschoben. Weil Günther an der nachweislich falschen Vorstellung absoluter Objekte und Subjekte festhält (vgl. Toth 2015c), kann er die Idee der Vermittlung der Werte in $L = [0, 1]$ lediglich im Rahmen der reichenbachschen Quantenlogik sehen, wie aus dem folgenden, aus Günther (1976, S. 343) reproduzierten Schema in eindeutiger Weise hervorgeht.



Günther kommt in Sonderheit nicht auf die Idee, daß es neben der Einführung dritter, vierter, fünfter ... Werte zwischen den Werten von $L = [0, 1]$ noch die Möglichkeit gibt, das Tertiumgesetz nicht substantiell, sondern differentiell aufzuheben, indem L wie folgt auf ein Quadrupel von Einbettungsrelationen abgebildet wird, in denen also ein Einbettungsoperator E ein differentielles Tertium erzeugt

$$L = [0, 1] \rightarrow \left(\begin{array}{cc} L_1 = [0, [1]] & L_2 = [[1], 0] \\ L_3 = [[0], 1] & L_4 = [1, [0]] \end{array} \right) .$$

In diesem Quadrupel sind nun 0 und 1 bzw. Objekt und Subjekt vermöge wechselseitiger Abhängigkeit vermittelt, d.h. es gibt nicht nur objektive Subjekte, sondern auch subjektive Objekte – und ohne daß dafür Wahrscheinlichkeitswerte eingeführt werden müßten. Wegen der Möglichkeit perspektivischer Reflexion kann man nun echte qualitative Zahlen, d.h. solche, welche sowohl subjektive Objekte als Domänen- und objektive Subjekte als Codomänen der thetischen Einführung von Zeichen enthalten, auf Octupel abbilden. Da solche qualitativen Zahlen in 2-dimensionalen Zahlenfeldern gezählt werden müssen, kann ferner zwischen horizontaler, vertikaler und zwei diagonalen

Zählweisen unterschieden werden, die wir als adjazente, subjazente und transjazente Zählweisen bezeichnet hatten.

2.3.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccc}
 0_i & 1_j & & 1_i & 0_j & & 1_j & 0_i & & 0_j & 1_i \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 0_i & 1_j & & 1_i & 0_j & & 1_j & 0_i & & 0_j & 1_i
 \end{array}$$

2.3.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccc}
 0_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & 0_j & & \emptyset_j & 0_i & & 0_j & \emptyset_i \\
 1_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & 1_j & & \emptyset_j & 1_i & & 1_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
 1_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & 1_j & & \emptyset_j & 1_i & & 1_j & \emptyset_i \\
 0_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & 0_j & & \emptyset_j & 0_i & & 0_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

2.3.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccc}
 0_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & 0_j & & \emptyset_j & 0_i & & 0_j & \emptyset_i \\
 \emptyset_i & 1_j & & 1_i & \emptyset_j & & 1_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & 1_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
 \emptyset_i & 1_j & & 1_i & \emptyset_j & & 1_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & 1_i \\
 0_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & 0_j & & \emptyset_j & 0_i & & 0_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

Wie man anhand der verwendeten Indizes erkennt, kann man also die Positionen von subjektiven Objekten (0) und objektiven Subjekten (1) ohne Probleme im Sinne Günthers kontexturieren, d.h. subjektdeiktisch differenzieren, d.h. die qualitative Arithmetik dieser Relationalzahlen enthält die MdQ, aber das Umgekehrte gilt selbstverständlich nicht. Vor allem aber lassen sich bei den Relationalzahlen nun auch die Objekte kontexturieren, denn wegen des

für subjektive Objekte und objektive Subjekte bestehenden Austauschs von Subjekt- und Objektanteilen verändert die Wahrnehmung eines Objektes durch verschiedene Subjekte auch die Objekte, insofern diese von verschiedenen Subjekten in verschiedener Weise wahrgenommen werden können. In der Arithmetik der Relationalzahlen gibt es somit nicht nur Hamiltonkreise für subjektale Negativität, sondern auch für objektale Positivität, und nur in diesem Sinne sollte von einer Mathematik der Qualitäten gesprochen werden.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Natorp, Paul, Platos Ideenlehre. Leipzig 1903

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Nur Glas ist wie Glas. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Nietzsches Einmaleins I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Die Hypersummativität von Außen und Innen

1. Außen und Innen ist eine systemtheoretische Dichotomie, die derjenigen zwischen Objekt und Subjekt oder Positivität und Negativität der 2-wertigen aristotelischen Logik

$$L = [0, 1]$$

isomorph ist. Für L verbietet das Grundgesetz des Tertium non datur einen dritten substantiellen Wert, mag dieser 2 oder $\frac{1}{2}$ sein, aber es schließt auch differentielle Tertia wie die folgenden vier möglichen Einbettungen von 0 und 1 aus

$$[0, [1]], [[0], 1], [1, [0]], [[1], 0].$$

Daraus folgt natürlich die Isomorphie

$$L \cong L^{-1} = [0, 1] \cong [1, 0],$$

d.h. 0 und 1 sind austauschbar, da sie spiegelbildlich sind.

2. Nun zeigen aber bekanntlich ontische Systeme, daß es substantielle Ränder zwischen Außen und Innen gibt, sogenannte Wände, d.h. für ontische Systeme kann $[0, 1] \cong [1, 0]$ nicht gelten, denn diese Isomorphie verdankt ihre Existenz allein der Tatsache, daß 0 und 1 leere Ränder besitzen, d.h. daß gilt

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset.$$

Ontische Ränder sind weder leer, noch sieht ein System von Außen nach Innen betrachtet gleich aus wie ein System von Innen nach Außen betrachtet. Es muß daher gelten

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset.$$

Im Falle von Objekten und Systemen wird die Ungleichheit der Perspektiven sowie der leeren Mengen durch substantielle Entitäten wie Wände, Ränder, Krusten, Schalen usw. verursacht. Für diese gilt somit, daß sie sowohl Außen als auch Innen angehören, d.h. als Mengen von Partizipationsrelationen definierbar sind (vgl. Toth 2015a).

3. Es gibt jedoch auch nicht-substantielle Mengen von Partizipationsrelationen. Da diese kategorisch aus der zünftigen Wissenschaft ausgeschlossen und in die Mythologie abgeschoben werden, die, um Gotthard Günther zu zitieren, als "Obdachlosenasyll heimatlos gewordener Reflexionsreste" dient, muß an dieser Stelle betont werden, daß die Ausgrenzung das einzig Unwissenschaftliche an nicht-substantiellen Partizipationsrelationen ist. Wie die Einbettungen $[0, [1]]$, $[[0], 1]$, $[1, [0]]$, $[[1], 0]$ beweisen, gibt es ja mathematisch präzise definierbare nicht-substantielle Tertia quae dantur. Zur Illustration stehe das folgende Zitat, das aus R.W. Faßbinders bekanntesten Film "Berlin Alexanderplatz" (1980) herausphotographiert wurde, wo es als Zwischentitel dient, der Alfred Döblins gleichnamigem Roman von 1929 entnommen wurde.

**Das Huhn besteht aus dem
Äußeren und dem Inneren.
Nimmt man das Äußere,
bleibt das Innere;
nimmt man das Innere,
bleibt die Seele.**

Danach besteht also das Huhn aus einer 3-wertigen qualitativen Partizipationsrelation, deren Teilrelationen Außen, Innen und Seele sind. Da der ontische Ort der Seele – ungleich den ontischen Orten von substantiellen Partizipationsrelationen wie den erwähnten Wänden, Schalen und Rinden – allerdings unklar ist, ergeben sich formal die folgenden vier möglichen Typen von nicht-substantiellen Partizipationsrelationen

$P_1 = [\text{Außen}, \text{Innen}, \text{Seele}]$

$P_2 = [[\text{Außen}, \text{Seele}], \text{Innen}]$

$P_3 = [\text{Außen}, [\text{Innen}, \text{Seele}]]$

$P_4 = [[\text{Außen}, \text{Innen}], \text{Seele}]$

In P_1 liegt eine koordinative Partizipationsrelation vor. Danach schwebt also die Seele irgendwo neben Außen und Innen. Dagegen liegen in P_2 und P_3

inklusive Partizipationsrelationen vor. In P_2 gehört die Seele enger zum Außen, in P_3 dagegen gehört sie enger zum Innen. In P_4 liegt eine exklusive Partizipationsrelation vor. Zwar bilden Außen, Innen und Seele eine Einheit, aber so, daß Außen und Innen enger zusammengehören. Man beachte den Unterschied zwischen der differentiell nicht-eingebetteten Relation P_1 und der differentiell eingebetteten Relation P_4 .

Nicht-substantielle Tertia wie die "Seele" relativ zum Außen und Innen eines Systems eines Körpers sind typisch für qualitative arithmetische Systeme. Wer sich die mathematisch präzise definierbaren Zahlenfelder ansehen möchte, wo die ontischen Orten der Seele sich befinden können, der konsultiere Toth (2015b). Äußerungen im Stile des bekannten Zitates von Virchow, er habe in seiner Chirurgenkarriere schon unzählige Operationen durchgeführt und sei dabei niemals auf ein Organ einer Seele gestoßen, beruhen auf der Verwechslung substantieller und differentieller Tertia, also logisch dritter Werte mit solchen, die durch Abhängigkeiten von bestehenden Zahlwerten auftreten, indem diese in ein Einbettungsverhältnis gesetzt werden wie in

$$E: [0, 1] \rightarrow [[0, [1]], [[0], 1], [1, [0]], [[1], 0]],$$

bzw. solche Äußerungen beruhen einfach auf der völligen Unkenntnis, daß vermittelnde Objekte auch nicht-substantiell sein können (und sie sind, es ist eigentlich überflüssig, dies noch eigens zu erwähnen, Zeichen von abgrundtiefer Dummheit, wie sie gerade für die Medizin charakteristisch ist)¹³.

Literatur

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf Drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

¹³ In der letzten Folge der Serie "Pfarrer Braun" ("Brauns Heimkehr", 2014) wird das Virchow-Zitat erneut durch einen Mediziner aufgewärmt. Ottfried Fischer antwortet als Pfarrer Braun in unübertrefflicher Weise: Und die Gravitation, sie existiert ja bewiesenermaßen, haben Sie diese schon angetroffen?

Oskar Panizza über die Welt als Halluzination

1. Dr. med. Oskar Panizza, Spezialarzt für Psychiatrie und Philosoph, ein Denker, der sein eigenes Fach haßte und zum Begründer der "Antipsychiatrie" wurde und dessen Werk für Ontik und Semiotik von größter Bedeutung sind, bestimmte bekanntlich (vgl. Toth 2007) in seinem erkenntnistheoretischen Hauptwerk "Der Illusionismus" (Panizza 1895), das im Anschluß an Stirners Werk "Der Einzige und sein Eigentum" (1845) steht, in solipsistischer Manier die Welt als Halluzination. Da ihn eine medizinische Analyse und nicht nur das Studium des transzendentalen Idealismus dazu gebracht hatten, erlaube ich mir, zumal Panizzas Sätze chronisch aus ihrem Kontext gerissen zitiert werden, den ganzen einschlägigen Paragraphen 7, der als Grundlage für unsere anschließenden Erörterungen steht, photomechanisch abzudrucken.

Betrachten wir die Halluzination! — Es ist bekannt, dass sie als solche ein durchaus in die Breite physiologischer Gesundheit fallendes psychisches Ereignis ist. Wir haben also hier nicht nur eine psychiatrische Frage vor uns. Die Halluzination ist ein Einbruch in mein Denken, der nicht rein geistige Leistung bleibt, sondern — empirisch gesprochen — mit einer Projektion in die Aussenwelt ver-

knüpft ist, also in den Bereich **der** Erscheinung fällt. Ueber ihr physiologisches Entstehen sind Alle, Psychiater wie Psychologen, soweit einig, dass sie dieselbe zentral entstehen lassen, in **der** Hirnrinde, resp. in **der** Vorstellung; dass selbe — als zentraler Vorgang — physiologisch indentisch ist mit **der** durch Sinnesperzeption, in Folge „äusseren“ Reizes entstandenen Wahrnehmung, und dass sie von hier aus nach aussen projiziert wird. Also ein Baum, den ich halluziniere, entsteht als zentraler Prozess in meinem Hirn, resp. in meiner Vorstellung, und wird von hier aus in die Aussenwelt verlegt, wo ich ihn sehe, während ihn meine Nebenmenschen nicht sehen. Aber wie kommt es, dass ein Prozess, **der** in **der** Regel von aussen nach innen verläuft — **der** in **der** Aussenwelt wirklich vorhandene Baum wirkt als Reiz auf mein Auge und pflanzt sich fort bis in mein Hirn, wo er als Baum gesehen wird — nun auf einmal den umgekehrten Weg einschlägt, und, wie die Halluzination von Innen nach

Aussen geht? Nicht nur wäre dies höchst auffallend und widerspräche allen unseren Kenntnissen über Nerven-Fysiologie. Sondern auch das Experiment in Hinsicht der Lokalisation der Funktionen der Gehirn-Rinde hat gezeigt, dass Reizung einer sensorischen Stelle der Hirn-Rinde, z. B. des Sehfeldes, niemals peripher einen Seh-Akt oder eine Licht-Empfindung auslöst; während umgekehrt periferer Reizung, z. B. des Nerven-Stumpfes des opticus stets zentral eine optische Wahrnehmung weckt. Woher also der umgekehrte Weg bei der Halluzination? — Darauf werden uns die Psychologen vielleicht antworten, dass die Hinausverlegung des halluzinierten Baumes in die Aussenwelt, wo er wirklich gesehen wird, nur funktionelle Bedeutung habe, nur ein für die Auffassung des Halluzinanten gültiges Ereignis sei, während der wahrhafte Vorgang einzig zentral verlaufe. Der Meinung sind wir auch. Aber wo steckt dann der Unterschied zwi-

schen einem wirklichen und einem halluzinierten Baum, da der zentrale Prozess der Wahrnehmung ja für die Halluzination wie für die normale Sinnes-Empfindung der gleiche ist? Wie steht es überhaupt mit dieser Aussenwelt? Wie kommt es, dass ich die Aussenwelt nicht als Innen-Welt emp-

finde; nachdem die wirkliche Wahrnehmung der Aussenwelt nur ein in meinem Innern, zentral-verlaufender Prozess ist? Wie kommt es, dass ich die Aussenwelt, nach Meinung der Materialisten, erst von Aussen nach Innen empfinde, und sie dann nochmals von Innen nach Aussen verlege, nachdem dieser letztere Weg dem Halluzinanten verschlossen ist und, wie wir gesehen haben, aus physiologischen Gründen der Leitungsbahnen, nicht zugestanden werden darf? — Hier gibt es also von Zweien nur Eins: Entweder findet die Verlegung meiner zentralen Wahrnehmung in die Aussenwelt als Aussenwelt wirklich statt, dann muss sie auch für meine Halluzination (die der normalen sinnlichen Wahrnehmung als zentraler Prozess gleich gesetzt ist) gültig sein. Dann aber ist Halluzination mit Aussenwelt-Wahrnehmung identisch; und der für die normale Sinnes-Wahrnehmung, supponierte primäre Weg von der Aussenwelt in das Zentrum meines Innern ist überflüssig und auch unwahrscheinlich,

da nicht angenommen werden kann, dass die Natur ein und denselben Weg einmal hin und dann wieder zurück macht. — Oder: der Weg für die Verlegung des zentralen Wahrnehmungsinhaltes in die Aussenwelt ist für die Halluzination ungültig, dann ist er es auch für die normale Sinnes-Wahrnehmung, die ebenfalls in der Aussenwelt gesehen wird, und die, was den zentralen Prozess anlangt, mit der Halluzination gleich ist. Dann findet also keine Wahrnehmung in der Aussenwelt statt, sondern bloss in meinem Innern. Nun findet aber Wahrnehmung wirklich statt. Demnach bleibt nur die erste Alternative: dass normale Sinnes-Wahrnehmung wie Halluzination in gleicher Weise aus dem Innern in die Aussenwelt projiziert werden. Da aber dann der vorausgehende Weg des Eindringens der Aussenwelt in mein Inneres bei der normalen Sinnes-Wahrnehmung überflüssig wird — auch wenig wahrscheinlich ist, und auch sinnfällig nicht

stattfindet; denn der Baum dringt doch nicht in meinen Kopf — so ist die Welt Halluzination.

2. Philosophisch gesehen, reflektiert Panizza zwar lediglich die bekannte Materialismus-Idealismus-Debatte auf dem Stand seiner Zeit, aber da er im gleichen Werk den Begriff des "Dämons" als einer "transcendentalen causa" einführen wird, worüber ebenfalls bereits in Toth (2007) gehandelt wurde, geht er beträchtlich darüber hinaus. Indessen haben sowohl Panizza als auch Hegel, Fichte und Schelling miteinander gemein, daß sie nicht erkennen, daß die logische Dichotomie zwischen Objekt und Subjekt

$$L = [0, 1]$$

gerade auf der beliebigen Austauschbarkeit der beiden Werte 0 und 1 beruht, in anderen Worten, daß das Grundgesetz des Tertium non datur eine Vermittlung zwischen 0 und 1 durch einen dritten Wert ebenso wie durch die vier möglichen Differenzen

$$L = [[0], 1] \quad L = [1, [0]]$$

$$L = [[1], 0] \quad L = [0, [1]]$$

explizit verbietet. 0 und 1 sind somit, solange sie weder substantiell noch differentiell vermittelt sind, bloße Reflexionen voneinander, und eine Logik, die

statt auf der Positivität von 0 auf der Negativität von 1 konstruiert wird, ist der klassischen 2-wertigen aristotelischen Logik isomorph.

Solange die beiden Werte 0 und 1 also nicht vermittelt sind, müssen sie erkenntnistheoretisch objektive Objekte und subjektive Subjekte sein, d.h. absolute Kategorien, dem nichts in der wahrnehmbaren Welt entspricht. Denn ein wahrgenommenes Objekt ist, da es nur durch Subjekte wahrgenommen werden kann, notwendigerweise ein subjektives Objekt, und wenn sich zwei Subjekte wahrnehmen, ist jeweils das andere Subjekte für das eine Subjekt ein Objekt. Da genau dasselbe eintritt, wenn sich ein Subjekt selbst wahrnimmt, nämlich ebenfalls als Objekt, gibt es in einer Welt, die über Subjekte verfügt, keine apriorischen Kategorien, d.h. anstelle der Dichotomie von objektivem Objekt und subjektivem Subjekt muß die Dichotomie von subjektivem Objekt und objektivem Subjekt treten, formal also die Dualrelation

$$\Omega = f(\Sigma) \quad \times \quad \Sigma = f(\Omega).$$

Das subjektive Objekt, das wir abkürzend als $\Omega(\Sigma)$ schreiben können, besitzt somit Subjektanteile, und das objektive Subjekt, das wir als $\Sigma(\Omega)$ notieren können, besitzt Objektanteile, d.h. wir haben die folgende Transformation vorgenommen

$$L = [0, 1] \rightarrow L = [0(1), 1(0)].$$

Damit fällt die gesamte Materialismus-Idealismus-Debatte in sich zusammen. Man braucht sich also weder mit dem Scheinproblem, daß ein Stück Holz zwecks Wahrnehmung ins menschliche Gehirn implantiert wird, noch mit dem weiteren Scheinproblem, daß das Bild eines Baumes zuerst im Kopf aus dem Nichts erzeugt werden und dann wie auf eine Leinwand in die Welt der Objekte projiziert werden kann, herumzuschlagen. Allerdings ist in diesem Falle auch der Trick des transzendentalen Dämons (vgl. Panizza 1895, S. 27 ff.) überflüssig, denn eine transzendente causa wäre logisch gesehen wieder eine Form von Vermittlung, welche dem Gesetz vom Ausgeschlossenen Dritten widerspricht. Es genügt also, die Absolutheit der logischen Kategorien aufzuheben.

Literatur

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig
1895

Toth, Alfred, Oskar Panizzas Forderung eines Neohegelianismus. In: Electronic
Journal for Mathematical Semiotics, 2007

Die beiden Grundaxiome der Laws of Form

1. Spencer Browns Kalkül der Form beruht, wie allgemein bekannt ist, auf der Operation des Unterscheidens (vgl. Spencer Brown 1969). Diese selbst ist jedoch undefiniert: "Draw a distinction". Die beiden Grundaxiome lauten

1.1. Gesetz der Kondensation

$$\lrcorner \lrcorner = \lrcorner$$

1.2. Gesetz der Suspension

$$\ulcorner = \cdot$$

2. Beide Gesetze haben gemein, daß Iteration einer Operation nichts Neues bringt, d.h. sie sind rein quantitativ. Quantität beruht aber, wie zuletzt in Toth (2015a) anhand der "merkwürdig rapportierenden epischen Satzverkettungen" (Bense 1957, S. 518) in Gertrude Steins Texten gezeigt wurde, darauf, daß die den ortslosen Peanozahlen zugrunde liegende 2-wertige logische Dichotomie

$$L = [0, 1]$$

keine Vermittlung der beiden Werte 0 und 1 kennt, d.h. Strukturen wie

$$[[0], 1], [1, [0]], [0, [1]], [[1], 0]$$

sind genauso verboten wie Strukturen der Form $L = [2, 0, 1]$, $L = [0, 2, 1]$, $L = [0, 1, 2]$, nämlich durch das gleiche Grundgesetz des Tertium non datur. In den letzteren Fällen verletzt ein substantieller Wert, 2, in den ersteren Fällen verletzt ein differentieller Einbettungsoperator der Form

$$E: \quad x \rightarrow [x]$$

mit $x \in \{0, 1\}$ das Gesetz des Ausgeschlossenen Dritten.

3. Wie Spencer-Browns Basisaxiome allerdings zeigen, führt die Einführung von Differenz noch nicht zur Qualifizierung einer durch und durch quantitativen Logik, deren erkenntnistheoretische Werte das absolute, d.h. objektive,

Objekt und das absolute, d.h. subjektive, Subjekt sind. Eine Logik, die stattdessen auf subjektiven, d.h. wahrgenommenen Objekten und objektiven, d.h. wahrnehmenden, Subjekten beruht, gibt es bis heute nicht, denn auch die sog. polykontexturale Logik Gotthard Günthers ist lediglich ein Verbundsystem von Kontexturen, innerhalb derer die 2-wertige Logik weiterhin unangetastet gilt (vgl. Toth 2015b).

3.1. Gehen wir aus von der folgenden Linie, wie man sie etwa als Ordnungsstruktur für die Peanozahlen betrachten kann



Ohne Subjektpräsenz ist diese Linie noch kein Differendum, sie ist überhaupt nichts, und der kategorische Imperativ des Mach-einen-Unterschied ist ebenso sinnlos, da er eine Entität voraussetzt, an der kein Unterschied eingebracht werden kann.

3.2. Die Linie bedarf also zunächst einer thetischen Setzung, und zwar einer ontischen und keiner semiotischen thetischen Setzung (vgl. Bense 1967, S. 9), und diese kann selbstverständlich nur durch ein Subjekt erfolgen. Erst dann wird die Linie zum Differendum – nämlich für das Subjekt, das sie ontisch thetisch gesetzt hat. Diese Linie ist somit notwendig ein subjektives und kein objektives Objekt mehr, und erst jetzt ist der kategorische Imperativ Spencer-Browns sinnvoll, d.h. man bekommt die Transformation



3.3. Nun hat die Linie einen Unterschied bekommen, aber wir stehen, wie man sogleich sieht, vor einer qualitativen Gleichung der Form

$$1_i + 1_j = 3,$$

darin 1_i für die Linie und 1_j für den Unterschied (oder umgekehrt) steht, denn der Unterschied U teilt die Linie L in zwei Teile, und wir haben somit eine Tripelrelation der Form

$T = [L_i, U, L_j]$.

Das bedeutet aber, daß keine der logischen Dichotomie $L = [0, 1]$ isomorphe Relation mehr vorliegt, sondern eine solche, die über nicht-leere Ränder verfügt, denn wie leicht einzusehen ist, gilt für T

$R[L_i, U] \neq R[U, L_j]$

und ferner natürlich

$R[L_i, L_j] \neq \emptyset$

und daher

$R[L_i, U] \neq R[U, L_j] \neq \emptyset$.

In anderen Worten: U fungiert, obwohl er kein Einbettungsoperator wie E ist, auf die gleiche Weise: Er erzeugt nichtleere Ränder und vermittelt daher zwischen Kategorien und erzeugt also differentielle Tertia durch "Anbettung", genauso wie es E durch Einbettung tut.

Literatur

Bense, Max, Kosmologie und Literatur. In: Texte und Zeichen 3, 1957, S. 512-525

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Spencer-Brown, George, Laws of Form. London 1969

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität der Texte Gertrude Steins. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Wie qualitativ ist die Mathematik der Qualitäten? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Kommunikative Objekte und Subjekte

1. In einem Vortrag zum Thema "Analyse und Synthese (der Idee)", der in einem eher obskuren Organ abgedruckt worden war, faßte Benses das Thema, das auch unserem Aufsatz zugrunde liegt, wie folgt zusammen: "In der Erkenntnistheorie spricht man davon, daß die Welt (das erkenntnistheoretische Objekt) die Fähigkeit haben muß, etwas zu senden, das vom Bewußtsein (dem erkenntnistheoretischen Subjekt) empfangen werden kann. Was die Welt, ein Objekt, sendet, können Energiequanten sein (z.B. Licht). Wir nennen sie Signale. Diese Signale werden innerhalb der erkenntnistheoretischen Subjektivität verarbeitet" (Bense 1966, s.p.).

2. Diese Auffassung, die ohne Zweifel auf die Signaltheorie als Teiltheorie der Informationstheorie Meyer-Epplers zurückgeht (vgl. Meyer-Eppler 1969, S. 1 ff., 309 ff.) und die später eins zu eins von Bense auf das semiotische Kommunikationsschema übertragen wurde (vgl. Bense 1971, S. 33 ff.) widerspricht der 2-wertigen aristotelischen Logik, die doch das Fundament auch der Informationstheorie als Teiltheorie der Mathematik darstellen sollte, und es ist also mehr als erstaunlich, daß dies seit den 1960er Jahren niemandem aufgefallen ist.

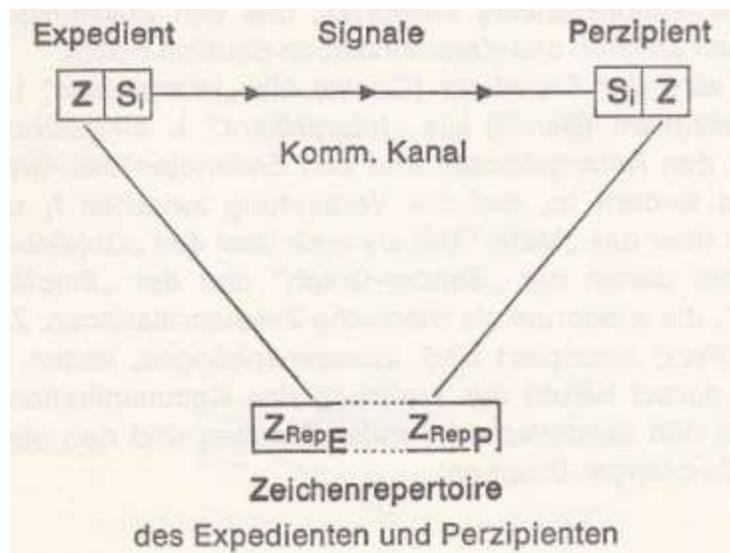
2.1. Zunächst geht es um die Vorstellung, daß ein Objekt senden kann. Nach aristotelischer ebenso wie nach nicht-aristotelischer Auffassung ist das Objekt "totes" Objekt, d.h. es kann ebenso wenig in der monokontexturalen als in der polykontexturalen Logik iteriert werden. So ist also auch in der Günther-Logik die Möglichkeit der Iteration der Subjektposition innerhalb der für alle Einzelkontexturen weiterhin gültigen logisch 2-wertigen Basisschemas $L = (0, 1)$ vorbehalten.

2.2. Daß ein Subjekt senden kann, ist ontisch verständlich, aber logisch genauso ausgeschlossen, wie daß ein Objekt senden kann, denn innerhalb des logischen Schemas $L = (0, 1)$ sind die beiden Werte spiegelbildlich, wie dies wohl am besten Günther (2000, S. 230 f.) dargestellt hatte. Ob man eine Logik auf der Positivität oder der Negativität aufbaut, ist völlig belanglos – die beiden Logiken werden einander isomorph sein, denn weder kann der Wert 0 ein Etwas enthalten, das nicht bereits 1 enthält, noch kann der Wert 1 ein Etwas

enthalten, das nicht bereits 0 enthält. In anderen Worten, die Ränder zwischen den beiden logischen Positionen sind leer, d.h. es gilt

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset.$$

Dies ist nichts anderes als eine systemtheoretische Formulierung des logischen Grundgesetzes des Tertium non datur, das einen dritten Wert explizit verbietet, und einen nicht-leeren Rand, ganz egal, ob er differentiell (z.B. durch Einbettung) oder substantiell (durch einen expliziten dritten Wert, also in unserem Beispiel den Wert 2) erzeugt wird, kann es somit im Gültigkeitsbereich der 2-wertigen aristotelischen Logik nicht geben. Damit kann es also weder sendende Objekte noch sendende Subjekte – und konvers natürlich auch keine empfangenden Subjekte (oder Objekte) geben, denn diese Vorstellung setzt nicht-leere Schnittmengen der Zeichenrepertoires von Sendern und Empfängern voraus



(Bense 1971, S. 39), die natürlich logisch gesehen nicht-leere Ränder darstellen.

3. Die informationstheoretische Kommunikationstheorie enthält darüber hinaus ein nicht zu unterschätzendes weiteres Problem, das ebenfalls keinerlei Beachtung gefunden hat. So schlägt Bense (1960, S. 140) das folgende Isomorphieschema zwischen informationstheoretischen, erkenntnistheoretischen und semiotischen Funktionen vor

Ex Per

Ob → Sub

Si SiZe

(darin Ex und Per für Expedient und Perzipient, Ob und Sub für Objekt und Subjekt und Si und Zei für Signal und Zeichen stehen), d.h. es gilt in Sonderheit

$Ex \cong Ob$

$Per \cong Sub$,

und die Begründung liegt, wie bereits oben zitiert, in der Annahme, daß Objekte senden können. (Man sollte hier im Prinzip noch einwenden: Was senden z.B. Tische, Stühle oder Maßkrüge, da sie ja nicht radioaktiv sind?) Allerdings findet sich nur eine Seite weiter ein ganz anderes Isomorphieschema, das Bense (1960, S. 141) wie folgt darstellte

Ex/Per Per/Ex

Sub ↔ Ob.

Auch wenn hier Sender und Empfänger an beiden Polen der Kommunikationskette als Austauschrelationen dargestellt werden, korrespondiert nun doch plötzlich der Expedient mit dem Subjekt und der Perzipient mit dem Objekt, d.h. es gelten die zu den obigen genau konversen Isomorphien

$Ex \cong Sub$

$Per \cong Ob$.

Im Grunde genommen spielt es jedoch keine Rolle, welches der beiden Isomorphieschemata man voraussetzt. Energieemission und radioaktiver Zerfall sind keine Sendefunktionen, die mit der Sendung einer Nachricht durch ein Subjekt vergleichbar sind, sondern, wie allgemein bekannt sein sollte, Fälle von objektalem Zerfall und keine Subjektfunktionen. Im Sinne einer echten Kommunikation kann also die Objektposition nur durch die Nachricht, die übertragen wird, repräsentiert werden, und sowohl Sender als auch Empfänger müssen Subjekte sein. Allerdings fehlt in den informationstheoretischen Kommunikationsmodellen von Meyer-Eppler und Bense ausgerechnet das die

Nachricht repräsentierende Objekt. Der Signaltransfer zwischen Senderobjekt oder -subjekt und Empfängersubjekt oder -objekt scheint mysteriös in einer mathematischen Funktionsbeziehung der Form $y = f(x)$ aufgehoben zu sein. Offenbar liegt also der tiefste Grund dafür, daß entweder der Sender oder der Empfänger mit der Objekt- oder der Subjektposition identifiziert werden, einzig darin, auf Teufel komm raus keine Verletzung der logischen Basisdichotomie $L = (0, 1)$ zu begehen, d.h. Objekt und Subjekt innerhalb des Kommunikationsschema unterzubringen. Aber diese Verletzung geschieht ja trotzdem, wie einleitend ausgeführt wurde. Setzt man hingegen, wie soeben vorgeschlagen, Subjektpositionen sowohl für Sender als auch für Empfänger ein, so muß die Unterscheidung zwischen Ich- und Du-Subjekt in die logische Basis der Kommunikationsrelation eingeführt werden, und damit entsteht eine weitere Verletzung der 2-wertigen Logik, denn diese kennt selbstverständlich nur eine einzige Subjektposition.

Zusammenfassend muß also festgehalten werden: Wie man es auch dreht und wendet, das informationstheoretische Kommunikationsmodell verstößt so oder so gegen die aristotelische Logik, und dies liegt natürlich daran, daß Kommunikation kein rein quantitativer, sondern ein qualitativer Prozeß ist, so daß sich die Verstöße gegen die 2-wertige Logik durch unstatthafte Reduktion von Qualitäten auf die eine Qualität der Quantität, wie Hegel sagte, erklären lassen.

Literatur

Bense, Max, Die kybernetische Funktion der Kritik in der modernen Ästhetik.

In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft (GrKG) 1/5, 1960, S. 139-142

Bense, Max, Analyse und Synthese (der Idee). In: Das Gewerbeamt (Stuttgart)

1966, S. 17-24

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Meyer-Eppler, W[olfgang], Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Berlin 1969

Transzendenz, Präzedenz, Introszendenz

1. Wie in Toth (2015) gezeigt, weist das Bewußtsein bzw. das logische Subjekt im Gegensatz zum Sein bzw. zum logischen Objekt eine merkwürdige Asymmetrie auf

	Ω	Σ
Objekt	Z	—
Zeichen	Z	Z,

insofern es "ein Zeichen der Verborgenheit des Geistes [ist], daß er selbst nicht Bild werden kann, daß er selbst kein Bild hat und daß er sich schließlich nur in einem Zeichen ausdrückt" (Bense 1942, s.p.). Es gibt also zwar Objekte und Metaobjekte (vgl. Bense 1967, S. 9), aber es gibt keine Subjekte und Meta-subjekte. Darin liegt übrigens auch der Grund dafür, daß, wie bereits Bense (1962) erkannte, Bedeutungen immer nur "kodiert" auftreten können: Sein besitzt sowohl Präsentanz als auch Repräsentanz, Bewußtsein hingegen besitzt nur Repräsentanz. Deswegen ist es weiter überhaupt möglich, "Gedankenzeichen" zu bilden; die Domänen dieser Metaobjektivationen sind natürlich, um die Begrifflichkeit des frühen Bense zu übernehmen, Bilder des Seins und nicht des Bewußtseins.

2. Nach Bense ist es Aufgabe der Zeichenfunktion, "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren" (Bense 1975, S. 16). Man bekommt also eine ontisch-semiotische Relation der Form

$$X = (\Omega, Z, \Sigma),$$

darin Ω und Σ für Objekt (Welt) und Subjekt (Bewußtsein) stehen. Das Zeichen wird damit zu einem Dritten, welches natürlich im Rahmen der 2-wertigen aristotelischen Logik durch das Gesetz des Tertium non datur verboten ist. Da es keine Metasubjekte geben kann, kann das Zeichen nicht nur, sondern muß sogar als "Metaobjekt" definiert werden (Bense 1967, S. 9), d.h. das Zeichen verdoppelt quasi das Objekt, indem es ihm eine referentielle Kopie an die Seite stellt. Die thetische Einführung von Zeichen erwirkt somit eine Transzendenz zwischen bezeichnetem Objekt und bezeichnendem Zeichen. Die saussuresche

Arbitrarität läßt sich direkt auf diese Transzendenz zurückführen, denn es führt keine Brücke vom Zeichen zum Objekt bzw. vom Objekt zum Zeichen, d.h. die Domänen und Codomänen der metaobjektiven Abbildung sind, sobald diese vollzogen ist, diskontextural geschieden (vgl. Kronthaler 1992). Diese Auffassung hat allerdings einen empfindlichen Haken, denn sie widerspricht sich selbst. Einerseits bedeutet ja die Einführung des Zeichens als eines Dritten, Vermittelnden, zwischen Objekt und Subjekt bereits einen Verstoß gegen die 2-wertige Logik, andererseits repetiert aber die Transzendenz zwischen Objekt und Zeichen erneut die 2-wertige Logik, indem nun das Zeichen die Subjektposition einnimmt, d.h. indem eine neue Isomorphie der Form

$$L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}] \cong L = [\text{Objekt}, \text{Zeichen}]$$

etabliert wird. Daß dies überhaupt möglich ist, liegt wiederum an der oben besprochenen Asymmetrie von Präsentanz und Repräsentanz von Welt und Bewußtsein. Noch merkwürdiger wird diese logische Kontradiktion, wenn dann von Peirce und Bense das Zeichen plötzlich wieder als triadische und also nicht also dyadische bzw. dichotomische Relation der Form

$$Z = (M, O, I)$$

definiert wird, denn nun schleicht sich das Subjekt in seiner Form der Repräsentanz durch den Interpretantenbezug wieder in die Zeichendefinition ein, und es ist daher nur folgerichtig, wenn man Z in der Form

$$Z = (O, M, I)$$

schriebe, denn man hätte dann eine Isomorphie

$$X = (\Omega, Z, \Sigma) \cong Z = (O, M, I),$$

mit den Teilisomorphismen

$$\Omega \cong O$$

$$Z = M$$

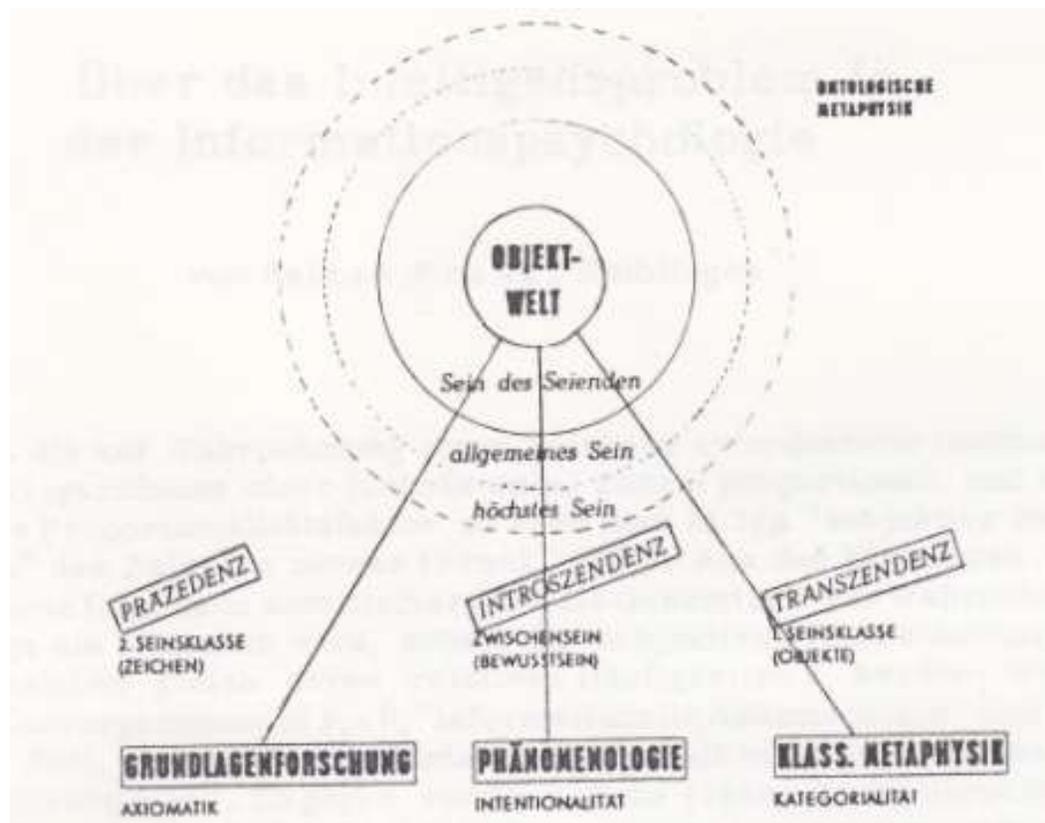
$$\Sigma = I,$$

denn Bense hatte selbst darauf hingewiesen, "daß, wie Peirce schon formulierte, das Mittel letztlich das eigentliche Zeichen sei" (Bense 1975, S. 82).

3. Die Isomorphie

$$X = (\Omega, Z, \Sigma) \cong Z = (O, M, I)$$

läßt nun aber eine reine Transzendenrelation zwischen Zeichen und Objekt als hochgradig defektiv erscheinen, da wir es nun ja mit 3- und nicht mehr mit 2-stelligen Relationen zu tun haben. Obwohl Bense in seinem späteren Werk nie mehr darauf eingegangen ist, hatte er, weitestgehend unbeachtet, bereits 1960 ein höchst interessantes erkenntnistheoretisches Modell vorgeschlagen, das im folgenden teilweise, d.h. soweit es unser Thema betrifft, reproduziert wird (vgl. Bense 1960, S. 83).



Darin steht also der primitiven monadischen Transzendenrelation der 2-wertigen Logik nun eine triadische Relation

$$R = (\text{Transzendenz, Präzedenz, Introszendenz})$$

gegenüber. Während die Transzendenz wie in der klassischen Logik die dyadische Abbildung isomorpher Teilrelationen

$(\Omega \cong O) \rightarrow (Z \cong M)$

betrifft, betrifft die Introszendenz die weitere dyadische Abbildung isomorpher Teilrelationen

$(Z \cong M) \rightarrow (\Sigma \cong I)$,

d.h. die Präzedenz entspricht genau der Isomorphie

$(Z \cong M)$,

und somit wird nun das Zeichen explizit und formal definiert nicht nur in Relation zu seinem bezeichneten Objekt, sondern auch zu seinem bezeichnenden Subjekt gesetzt.

Literatur

Bense, Max, Von der Verborgenheit des Geistes. In: Kölnische Zeitung, 3.1.1942

Bense, Max, Über Metatheorie. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft (GrKG) 1/3, 1960, S. 81-84

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Bense, Max, Konkrete Poesie. In: Sprache im technischen Zeitalter 13-15, 1965, S. 1236-1244

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Zur Verborgenheit des Geistes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Die Logik des Jägers Gracchus

1. Für die 2-wertige aristotelische Logik gilt

$$L = [0, 1] = L^{-1} = [1, 0],$$

denn das Gesetz vom Ausgeschlossenen Dritten verbietet die Annahme eines vermittelnden Wertes

$$0 \vee \neg 0$$

$$1 \vee \neg 1.$$

2. Allerdings gibt es neben der Möglichkeit substantieller dritter Werte die Erzeugung eines differentiellen Tertiums. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$$E \rightarrow L = [0, 1] =$$

$$\left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_1^{-1} = [[1], 0] \\ L_2 = [[0], 1] & L_2^{-1} = [1, [0]] \end{array} \right)$$

Anstelle von 0 und 1 bekommen wir somit in diesem minimalen Fall

$$0, [0]$$

$$1, [1],$$

d.h. für jedes L_i gilt

$$0 = f(1)$$

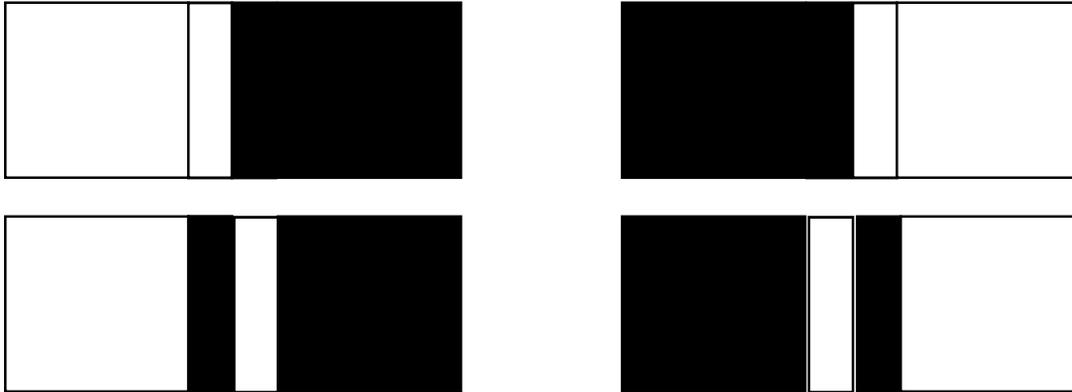
$$1 = f(0),$$

und somit ist

$$(x \in 0) \subset 1$$

$$(y \in 1) \subset 0,$$

d.h. 0 hat 1-Anteile, und 1 hat 0-Anteile. Man kann dies schematisch wie folgt darstellen (vgl. Toth 2015a).



Die Werte in einer solchen Logik sind also vermöge eines differentiellen Tertiums vermittelt. In Sonderheit gilt also für den Rand R

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset,$$

während für $L = [0, 1]$ natürlich gilt

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset,$$

vgl. dazu die folgenden äußerst treffenden Feststellungen: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

3. Da entweder 0 oder 1 die logische Objekt- oder Subjektpositionen einnehmen, bedeutet die funktionelle Abhängigkeit beider Werte voneinander, daß das stillschweigend vorausgesetzte Axiom der 2-wertigen Logik, die, wie übrigens auch die polykonxexturale Logik Günthers, auf objektiven Objekten und subjektiven Subjekten basiert, suspendiert wird. Stattdessen sind subjektive Objekte und objektive Subjekte die neuen logischen Basiskategorien.

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen

Wie man erkennt, ist also das wahrgenommene subjektive Objekt gerade das Domänen- und das objektive Subjekt als dessen "Metaobjekt" (vgl. Bense 1967, S. 9) gerade das Codomänenelement der thetischen Einführung von Zeichen, d.h. die neue logische Basis ist gleichzeitig das vollständige Abbildungsschema der Zeichensetzung. Damit stehen Objekt und Zeichen in einer Dualrelation

$$\Omega = f(\Sigma) \times \Sigma = f(\Omega),$$

und diese besagt, daß das Objekt – vermöge seiner Wahrnehmung, die selbstverständlich nur durch ein Subjekt erfolgen kann – Subjektanteile besitzt und daß das Subjekt – vermöge seiner Objektwahrnehmung – Objektanteile besitzt. Daraus folgt aber nicht mehr und nicht weniger, als daß es eine Brücke zwischen dem Diesseits des Subjektes bzw. Objektes und dem Jenseits des Objektes bzw. Subjektes gibt. Subjektanteile und Objektanteile werden also bei der Wahrnehmung vermöge einer Menge von Transformationen ausgetauscht

$$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)] \quad \text{subjektives Objekt} \rightleftharpoons \text{objektives Subjekt},$$

die als Partizipationsrelationen definierbar sind. Es nichtet nicht nur das Nichts im Sein des Seienden, sondern es west auch das Sein des Seienden im Nichts.

4. Da die Werte 0 und 1 auch als eingebettete in der Form [0] und [1] auftreten können, bedeutet dies, daß eine Linie zur Darstellung der Peanozahlen nicht mehr ausreicht. Die eingebetteten Zahlen können auch unter- oder oberhalb dieser Linie aufscheinen, d.h. sie bekommen erstens eine Menge von ontischen Orten und nicht nur einen "Stellenwert" (bzw. eine "Wertstelle") zugewiesen, und zweitens wird statt einer Zahlenlinie ein Zahlenfeld vorausgesetzt. In diesem gibt es somit nicht nur die horizontale, sondern auch eine vertikale und eine horizontale Zählweise, die wir in Toth (2015b-d) mit adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise bezeichnet hatten. In den folgenden vollständigen Zahlenfeldern für die 2-elementige Menge $P = (0, 1)$ sind nun alle partizipativen Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten qua $0 = f(1)$ und $1 = f(0)$ durch Doppelpfeile eingezeichnet.

4.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & \emptyset_i & \Leftrightarrow & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 x_i & y_j & \Leftrightarrow & y_i & x_j & \Leftrightarrow & y_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & y_i
 \end{array}$$

3.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
 y_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & y_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & y_i & \Leftrightarrow & y_j & \emptyset_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 x_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & x_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

4.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
 \emptyset_i & y_j & \Leftrightarrow & y_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & y_j & \emptyset_i & \Leftrightarrow & \emptyset_j & y_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 \emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 x_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & x_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

Da, wie bereits angedeutet, in der polykontexturalen Logik G. Günthers und der auf ihr beruhenden Mathematik der Qualitäten E. Kronthalers die 2-wertige aristotelische Logik $L = (0, 1)$ für jede Einzelkontextur unangetastet bleibt und sich die Poly-Kontexturalität also lediglich der Iterierbarkeit des Subjektes verdankt, dieses aber weiterhin ein subjektives Subjekt ist, kann in dieser polykontexturalen Logik, Mathematik und Ontologie keine Rede davon sein, daß man Äpfel und Birnen addieren könne, wie dies ständig behauptet wird

(vgl. z.B. Kronthaler 1990). 1 Apfel + 1 Birne ergeben bekanntlich 2 Früchte. Interessant an dieser qualitativen Gleichung ist aber nicht nur der angeblich Qualitätsverlust in der Summe, sondern die Tatsache, daß nur deswegen überhaupt eine Summe gebildet werden kann, weil Apfel und Birne ein vermittelndes Drittes gemeinsam haben, denn die weitere qualitative Gleichung 1 Apfel + 1 Stein hat beispielsweise keine angebbare Summe. Wenn es aber ein vermittelndes Drittes gibt, bedeutet dies natürlich wiederum, daß die Schnittmenge der Merkmalsmengen von Apfel und Birne nicht leer sein kann, und damit sind die Zahlen, welche Apfel und Birne vertreten, also 0 und 1 oder 1 und 0, natürlich vermittelt, d.h. folgend der oben skizzierten qualitativen ortsfunktionalen Arithmetik mit ihren drei 2-dimensionalen Zählweisen. Eine qualitative Mathematik, welche diesen Namen verdient, setzt also zwei fundamentale Änderungen der polykontexturallogischen Basis voraus:

1. die Ersetzung der logischen Basiskategorien des objektiven Objektes und des subjektiven Subjektes durch die vermittelten Kategorien des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes.

2. die daraus resultierende Möglichkeit, nicht nur das Subjekt, sondern auch das Objekt iterieren zu lassen. Damit ergeben sich ungeheuer komplexere "Permutogramme" (G.G. Thomas) bzw. Hamiltonkreise (G. Günther) als diejenigen, welche innerhalb der polykontexturalen Logik benutzt werden.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Der Jäger Gracchus und die Vermittlung und Diesseits und Jenseits. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Die Logik von Hermann Hermann

1. Bekanntlich kann man die klassische, d.h. 2-wertige aristotelische Logik in ihrer einfachsten Form als Relation

$$L = [0, 1]$$

darstellen (vgl. Toth 2015a). Darin stehen die Werte 0 und 1 für logische Position und Negation und damit für erkenntnistheoretisches Objekt und Subjekt. Nun hatte bereits Günther die Besonderheit von L in unüberbietbarer Weise charakterisiert: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Damit gilt also

$$(L = L^{-1}) = [0, 1] = [1, 0],$$

und dies ist deshalb der Fall, weil das Grundgesetz des Ausgeschlossenen Dritten eine Vermittlung der beiden Werte verbietet. Genau genommen, bedeutet dies aber, daß nicht nur eine substantielle Vermittlung der Formen

$$L^* = [0, 2, 1]$$

$$L^* = [1, 2, 0],$$

sondern auch eine differentielle der Formen

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0)$$

verboten ist. Daraus wiederum folgt, daß 0 und 1 absolute Kategorien sind, d.h. es handelt sich nicht nur um ein Objekt, sondern um ein objektives Objekt und nicht nur um ein Subjekt, sondern um ein subjektives Subjekt. In Sonderheit sind also die beiden vermittelten Kategorien des subjektiven Objektes $0 = f(1)$ und des objektiven Subjektes $1 = f(0)$ ausgeschlossen. Systemtheoretisch bedeutet dies, daß der Rand zwischen 0 und 1 leer ist, d.h. daß gilt

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset.$$

Kronthaler hatte diesen Sachverhalt wie folgt erkannt: "Die aristotelische Logik besitzt nur deshalb zwei Werte, weil es sich bei ihr um einen Abbildungsprozeß handelt. Man kann etwa HABEN, was 1-wertig ist, aber nicht ABBILDEN. Der zweite Wert spielt aber nur eine Hilfsrolle, er designiert nichts, sondern tritt nur als Hintergrund auf; er wiederholt nur. 1-wertiges Sein ist AUTO-referentiell. Es verweist auf nichts außerhalb seiner eigenen Kontextualität. Einfach deshalb, weil es nichts außerhalb gibt!" (1986, S. 8).

2. Führt man einen dritten Wert, d.h. eine substantielle Vermittlung, in L ein, so löst man überhaupt kein Problem, denn das Tertium non datur wird dann, je nach der Anzahl der gewählten vermittelnden Werte, zu einem Quartum, Quintum ... non datur verschoben. Setzt man hingegen differentielle Vermittlung an, dann ergeben sich vier mögliche Strukturen über L

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_1^{-1} = [[1], 0]$$

$$L_2 = [[0], 1] \quad L_2^{-1} = [1, [0]].$$

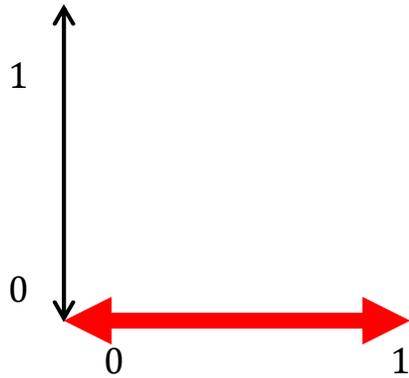
Es ist leicht einzusehen, daß die beiden Werte in diesem Quadrupel nun nicht nur koordiniert wie in L, sondern auch sub- und superordiniert auftreten können, d.h. man kommt nicht mehr mit einer Peanolinie aus, sondern benötigt zum Zählen solcher logischer Wertzahlen 2-dimensionale Zahlenfelder. Wie in Toth (2015b-d) gezeigt, kann zwischen horizontaler, vertikaler und diagonaler bzw. adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise unterschieden werden.

2.1. Adjazente Zählweise

2.1.1. Zahlenfelder

x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
	×		×		×		
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i

2.1.2. Zählschema

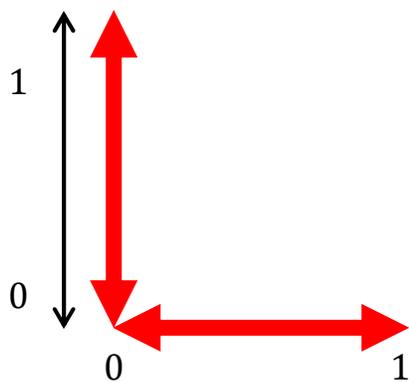


2.2. Subjazente Zählweise

2.2.1. Zahlenfelder

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\times	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\times	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\times	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\times	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

2.2.2. Zählschema

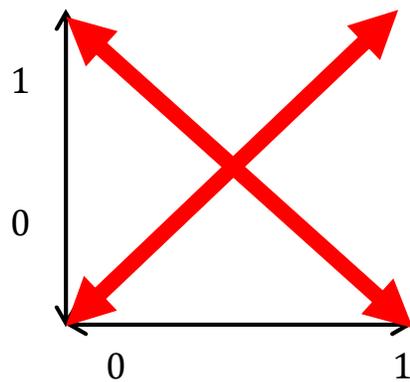


2.3. Transjuzente Zählweise

2.3.1. Zahlenfelder

x_i	\emptyset_j		\emptyset_i	x_j		\emptyset_j	x_i		x_j	\emptyset_i
\emptyset_i	y_j		y_i	\emptyset_j		y_j	\emptyset_i		\emptyset_j	y_i
		\times			\times			\times		
\emptyset_i	y_j		y_i	\emptyset_j		y_j	\emptyset_i		\emptyset_j	y_i
x_i	\emptyset_j		\emptyset_i	x_j		\emptyset_j	x_i		x_j	\emptyset_i

2.3.2. Zählschema



3. Eine Logik, welche auf dem L-Quadrupel und nicht auf L aufgebaut ist, ist also eine Logik, in welcher die Basiskategorien nicht mehr das objektive Objekt und das subjektive Subjekt, sondern das subjektive Objekt und das objektive Subjekt sind. Wie man ohne lange Erörterung einsehen dürfte, gelten also für eine solche Logik, in der die Objektposition Subjektanteile und die Subjektposition Objektanteile besitzt, die Theoreme der klassischen Logik nicht mehr. Nehmen wird als repräsentatives Beispiel die bekannten Sätze

$$(1) \quad \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$(2) \quad q \rightarrow (p \rightarrow q),$$

d.h. ex falso sequitur quodlibet (1) und verum sequitur e quolibet (2). Diese Sätze sind geradezu Paradebeispiele einer auf absoluten Kategorien aufgebauten Nonsenslogik. Sie besagen nämlich, daß aus dem Nichts alles, d.h. also in Sonderheit auch das Sein, folgt, und daß umgekehrt natürlich das Sein aus

allem, in Sonderheit also auch aus dem Nichts, folgt. Natürlich – die beiden unvermittelten Werte sind ja reflexionsidentisch, da weder $p = f(q)$ noch $q = f(p)$ gelten darf. Ebenfalls unmittelbar einleuchten dürfte, daß diese beiden Sätze in einer auf vermittelten Kategorien basierten Logik nicht mehr länger gültig sein können. Wenn ich kein Geld in meinem Portemonnaie habe, kann ich es auch nicht ausgeben. Bei Achternbusch heißt es: Du hast keine Chance – aber nutze sie! Umgekehrt kann ich das Geld in meinem Portemonnaie nicht zum Verschwinden bringen, ohne es auszugeben. Die aristotelische Logik, indem sie nicht von einem wahrgenommenen, d.h. subjektiven Objekt als erkenntnistheoretischer Basis der logischen Position und einem wahrnehmenden, d.h. objektiven Subjekt als erkenntnistheoretischer Basis der logischen Negation ausgeht, beschreibt die ontische Wirklichkeit daher keineswegs in einer abstrakten, sondern in einer unsinnigen und sogar falschen Form. Wenn man weiter bedenkt, daß die aristotelische Logik die Basis aller Wissenschaften, in Sonderheit also auch der Mathematik, bildet, kann man einen Hochschein davon bekommen, wie katastrophal die Auswirkungen dieser Nicht-Abbildung der Ontik sind.

Die hier skizzierte und ansatzweise illustrierte nicht-klassische Logik, die auf vermittelten Kategorien, d.h. auf subjektiven Objekten qua wahrgenommenen Objekten auf objektiven Subjekten qua Zeichen, basiert und damit als qualitative Logik die Grundlage des Dualschemas von Ontik und Semiotik bildet, sei nun als "Logik von Hermann Hermann" illustriert. Gemeint ist der Protagonist der von R.W. Faßbinder 1978 verfilmten Erzählung des Nobelpreisträgers Vladimir Nabokov, "Despair". Die Hauptrolle des Hermann Hermann spielte der britische Schauspieler Sir Dirk Bogarde, daher wurde der Film auf Englisch gedreht. Bereits im Namen der Hauptfigur zeigt sich die qualitative Ungleichheit

Hermann Hermann \neq Hermann Hermann,

die weit über die Nicht-Identität eines gleichen Namens, der als Vornamen und zugleich als Nachnamen verwendet wird, hinausgeht (vgl. Lambert Lambert in Claude Berris Film "Tchao Pantin" von 1983, in dem Coluche die Hauptrolle spielte). Hermann Hermann wird nämlich zum nicht-identischen Doppelgänger von Felix Weber, so daß eine auf Nicht-Identität basierende chiastische

Relation entsteht, ähnlich derjenigen, die zwischen vier identischen Personen in E.T.A. Hoffmanns "Prinzessin Brambilla" konstruiert wird (vgl. Toth 2007). Der folgende Dialogausschnitt wurde aus dem Originalfilm R.W. Fassbinders herauskopiert. Die Eingangsfrage stammt von der Polizei, die den von seinem Schwager verratenen Hermann Hermann gefunden hat und nun in Schwerstbewaffnung vor der Tür einer Elendsabsteige, der letzten Zuflucht des völlig Hilflosen, auf ihn wartet. Die übrigen Dialogteile stammen alle von Hermann Hermann.

"Hermann Hermann? " –

"Yes ... No."

"How childish."

"Good people, we are making a film here. In a minute, I will be coming out."

"I will be coming out. But you must keep the ... policemen back. So that I can get away. ... I am a film actor.

I'm coming out. Don't look at the camera.'

I'm coming out."

Vom Standpunkt der Logik vermittelter Kategorien gilt

Sir Dirk Bogarde = subjektives Objekt

Hermann Hermann = objektives Subjekt,

denn, wie Max Bense sich in einer seiner letzten Vorlesungen ausgedrückt hatte, macht sich der Schauspieler selbst zum Zeichen. Wenn also Hermann Hermann im Film sagt, er sei ein Schauspieler, so ist diese Aussage falsch, denn im Film ist er ja die Doppelperson Hermann Hermann = Felix Weber. Es liegt also eine ganz besondere Spielart des Epimenides-Paradoxes vor. Dieses auf unvermittelten Kategorien basierende Paradox lautet bekanntlich in seiner simpelsten Form

"Ich lüge",

und diese Aussage ist wahr gdw. wenn sie falsch ist und falsch gdw. sie wahr ist (da lügen = nicht die Wahrheit sagen bedeutet). Im Falle von Hermann Hermann gilt aber: Die Aussage "Ich bin Filmschauspieler" ist in der semiotischen Welt des Films falsch, aber in der ontischen Welt wahr, denn Sir Dirk Bogarde war ja tatsächlich Filmschauspieler. Diese Differenz zwischen einer Logik, welche die semiotische Welt der Zeichen, d.h. der objektiven Subjekte, und einer Logik, welche die ontische Welt der Objekte, d.h. der subjektiven Objekte, unterscheiden kann, existiert wegen der Nicht-Vermitteltheit der Kategorien in der aristotelischen Logik überhaupt nicht. Die Transformation des Kreter-Paradoxes aus der hermetischen aristotelischen Logik auf eine in Ontik und Semiotik geteilte Wirklichkeit ist dort überhaupt nicht einmal ansatzweise darstellbar.

Literatur

Fassbinder, Rainer Werner, Despair. Eine Reise ins Licht. Bavaria Aterlier 1978

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt 1986

Toth, Alfred, E.T.A. Hoffmanns chiastischer Karneval. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2007

Toth, Alfred, Der Jäger Gracchus und die Vermittlung von Diesseits und Jenseits. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

"Im uferlosen Meer der Dinge zwischen Sein und Nichts"

1. Der Titel dieses Aufsatzes stammt aus einem späten Gedicht Max Benses (Bense 1985, S. 29). Dieser Satz ist daher mehr als nur erstaunlich, denn gemäß Benses Metaphysik, die natürlich in Sonderheit seiner Semiotik zugrunde liegt, gilt, wie Hausdorff in der von Bense veranstalteten Neuedition eines philosophischen Frühwerkes sagt, "daß es derlei vermittelnde Gebiete nicht gibt, daß vom Empirischen zum Absoluten keine Brücke herüber und hinüber führt" (Hausdorf 1976, S. 27), in anderen Worten, sowohl Hausdorff als auch sein Schüler Bense halten am "unbedingten Dualismus zwischen Erscheinung und Ding an sich" fest (ibd., S. 25).

2. Das Problem liegt, wie von uns zuletzt in Toth (2015a, b) dargestellt, daran, daß die klassische 2-wertige aristotelische Logik von einer dichotomischen Relation

$$L = [0, 1]$$

ausgeht, in welcher 0 oder 1 für das objektive Objekt und 1 oder 0 für das subjektive Subjekt stehen. Das Grundgesetz des Tertium non datur verbietet mit jeglicher Vermittlung zwischen den beiden dergestalt reflexiven Werten nicht nur einen dritten substantiellen Wert, sondern auch eine differentielle Vermittlung, d.h. die Relation L ist rein koordinativ, und die vier möglichen subordinativen und superordinativen Relationstypen

$$L_1 = [0, [1]]$$

$$L_2 = [[1], 0]$$

$$L_3 = [[0], 1]$$

$$L_4 = [1, [0]]$$

sind daher ausgeschlossen. Geht man jedoch von diesem Quadrupel aus, so enthält jedes Objekt Subjektanteile und jedes Subjekt Objektanteile, bzw., in erkenntnistheoretischer Terminologie gesprochen, das Ding an sich wird durch das von einem Subjekt wahrgenommene und daher subjektive Objekt und die Erscheinung wird durch das ein Objekt wahrnehmende, d.h. objektive Subjekt ersetzt

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen.

3. Das "uferlose Meer der Dinge zwischen Sein qua Objekt und Nichts qua Zeichen bzw. zwischen Objekt und Subjekt kann dann als eine besondere Form einer von Neumann-Hierarchie wie folgt dargestellt werden

$$\begin{array}{l}
\Omega(\Sigma) \quad \times \quad \Sigma(\Omega) \\
\Sigma(\Omega(\Sigma)) \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma)) \\
\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma))) \quad \times \quad \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma))) \\
\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) \\
\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) \quad \times \quad \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) \\
\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))))) \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))))), \dots,
\end{array}$$

in der jede (n+1)-te Dualrelation gegenüber jeder n-ten Dualrelation entweder um einen Objekt- oder einen Subjektanteil ansteigt bzw., rückwärts durchlaufen, absteigt. Da diese Hierarchie prinzipiell ad infinitum fortsetzbar ist, ergibt sich eine enorme Komplexität von sog. Partizipationsrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten, deren Basisschema durch

$$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)]$$

bestimmt worden war.

Literatur

Bense, Max, Kosmos atheos. Baden-Baden 1985

Hausdorf, Felix (alias Paul Mongré), Zwischen Chaos und Kosmos. Hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Logik von Hermann Hermann. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

"Verkleinerung der Entfernung der Worte vom Gegenstand"

1. Der Titel dieses Aufsatzes, der an Toth (2015) anschließt, ist ein Satz aus Max Benses letztem Werk "Poetische Abstraktionen", das wenige Tage nach seinem Tode im April 1990 in limitierter Auflage erschienen ist (vgl. Bense 1990). In einem ein gutes Jahrzehnt zuvor publizierten Band mit Gedichten Benses steht der ähnliche Satz: "Wörter so niedrig hängen,/wie es nur geht./Sie sollen die Dinge berühren,/eh sie verschwinden" (Bense 1981, S. 39).

2. Die Besonderheit dieser Sätze besteht darin, daß sie die Abbildung des dichotomischen Basisschemas der 2-wertigen aristotelischen Logik

$$L = [0, 1],$$

darin die Ränder zwischen den Werten leer sind, d.h.

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset$$

gilt, auf ein Quadrupel von Dichotomien der Form

$$L_1 = [0, [1]]$$

$$L_2 = [[1], 0]$$

$$L_3 = [[0], 1]$$

$$L_4 = [1, [0]]$$

(mit $L_2 = L_1^{-1}$ und $L_4 = L_3^{-1}$) mit nicht-leeren Rändern, d.h.

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset$$

voraussetzen. Man beachte, daß diese Nichtleerheit der Ränder durch einen Einbettungsoperator E

$$E: \quad x \rightarrow [x],$$

der also differentiell und nicht-substantiell fungiert, bewirkt wird. Anders gesagt: Man braucht keinen dritten logischen Wert, um in $L = [0, 1]$ nicht-leere Ränder zwischen den Werten zu erzeugen.

2. Ferner geht aus den Sätzen Benses hervor, daß offenbar eine asymptotische Funktion zwischen bezeichnendem Zeichen (Wort) und bezeichnetem Objekt

(Gegenstand) besteht. Da die fundamentale Dichotomie des Quadrupels L_1 bis L_4 nach Toth (2015) der folgenden von Neumann-Hierarchie korrespondiert

$$\begin{aligned}
 \Omega(\Sigma) & \quad \times \quad \Sigma(\Omega) \\
 \Sigma(\Omega(\Sigma)) & \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma)) \\
 \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma))) & \quad \times \quad \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma))) \\
 \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) & \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) \\
 \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) & \quad \times \quad \Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))) \\
 \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))))) & \quad \times \quad \Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma(\Omega(\Sigma)))))), \dots,
 \end{aligned}$$

beschreibt diese Hierarchie, von "unten", d.h. von der einfach vermittelten Dualität zwischen subjektivem Objekt und objektivem Subjekt, angefangen, in einer immer feineren Annäherung der Subjektanteile von Objekten und, dual, der Objektanteile von Subjekten, präzise die bensesche "Verkleinerung der Entfernung der Worte vom Gegenstand" (Bense 1990, S. 23). Obwohl dieser Prozess natürlich ad infinitum fortsetzbar ist, tritt im Rahmen des Basischemas $L = [0, 1]$ der aristotelischen Logik niemals der Fall ein, daß $0 \equiv 1$ bzw. $1 \equiv 0$ wird, d.h. obwohl die Werte in L austauschbar sind in dem Sinne, daß eine auf 0 aufgebaute Logik einer auf 1 aufgebauten Logik notwendig isomorph sein muß, bleibt die Kontexturgrenze zwischen 0 und 1 bzw. 1 und 0 trotz einer immer präziseren Annäherung von Worten an Gegenstände bzw. Gegenständen an Worte stets bestehen. Dies gilt übrigens auch dann, wenn man, statt eines differentiellen Tertiums durch E einzuführen, einen substantiellen dritten Wert einführt, denn in diesem Fall wird lediglich das Tertium non datur zu einem Quartum, Quintum, Sextum, ... non datur verschoben, i.a.W., das 2-wertige aristotelische Schema $L = [0, 1]$ bleibt auch in der von Gotthard Günther begründeten polykontexturalen Logik bestehen. Daraus folgt allerdings, daß die Kontexturgrenze zwischen Objekt und Subjekt bzw. Objekt und Zeichen niemals aufhebbar ist, ganz egal, ob man das logische Basisschema $L = [0, 1]$ durch E auf ein ortsfunktionales Quadrupel abbildet, oder ob man L in ein "polykontexturales" Verbundsystem einbettet. Nicht-beantwortbar ist allerdings die Frage, ob diese Transzendenz zwischen Objekt und Zeichen durch die thetische Setzung der Zeichen erzeugt wird, oder ob sie es ist, welche erst die

Transzendenz erzeugt. Vermutlich liegt hier einer der qualitativen logischen Fälle vor, für welche das bekannte wittgensteinische Verbot, daß eine Funktion nicht als ihr eigenes Argument auftreten darf, suspendiert ist.

Literatur

Bense, Max, Zentrales und Occasionelles. Stuttgart 1981

Bense, Max, Poetische Abstraktionen. Stuttgart 1990

Toth, Alfred, "Im uferlosen Meer der Dinge zwischen Sein und Nichts". In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Die Ränder der Wörter

1. Der Titel dieses Aufsatzes ist ein Zitat aus Bense (1985, S. 37). Es ist allerdings doppeldeutig. Wörter sind bekanntlich Zeichen, also können die Ränder zwischen Zeichen gemeint sein. Andererseits bezeichnen Zeichen Objekte, denn Zeichen wurden von Bense ausdrücklich als "Metaobjekte" eingeführt (vgl. Bense 1967, S. 9), d.h. die Ränder von Wörtern können auch Partizipationsrelationen zwischen Objekten und Zeichen sein. Wir haben somit die beiden folgenden Alternativen

$$R[Z_i, Z_j]$$

$$R[Z, \Omega].$$

2. Diese beiden Randtypen sind jedoch nicht-symmetrisch, denn während

$$R[Z_i, Z_j] = R[Z_j, Z_i]$$

gilt, denn es ist z.B.

$$R[[3.1, 2.1, 1.3], [3.1, 2.2, 1.3]] = R[[3.1, 2.2, 1.3], [3.1, 2.1, 1.3]] = [3.1, 1.3],$$

gilt für Zeichen und Objekte die Ungleichung

$$R[Z, \Omega] \neq R[\Omega, Z],$$

denn anders als zwischen Zeichen und Zeichen verläuft zwischen Zeichen und Objekten eine Kontexturgrenze, d.h. es gibt die folgenden vier Möglichkeiten

$$R_1[Z, [\Omega]] \quad R_2[[\Omega], Z]$$

$$R_3[[Z], \Omega] \quad R_4[\Omega, [Z]],$$

so daß für alle Paare des Quadrupels der Rand nichtnull ist. Dies trifft für Zeichen nicht zu, denn trotz der Tatsache, daß die eigenreale Zeichenklasse mit jeder anderen Zeichenklasse und Realitätsthematik in mindestens einem Subzeichen zusammenhängen muß (vgl. Walther 1982), gibt es Paare von Zeichenklassen und Realitätsthematiken mit leeren Rändern, z.B.

$$R[[3.1, 2.1, 1.1], [3.2, 2.2, 1.2]] = \emptyset.$$

3. Während dies für Zeichen jedoch kein Problem darstellt, stellt es für Ränder zwischen Zeichen und Objekten ein beinahe unüberwindliches Problem dar,

denn das Quadrupel von Relationen ist das Ergebnis der Anwendung eines Einbettungsoperators E

$$E: x \rightarrow [x],$$

d.h. E erzeugt ein differentielles (nicht-substantielles) Tertium und widerspricht somit der 2-wertigen aristotelischen Logik.

Ein noch größeres Problem stellt, wie bereits in Toth (2015) angedeutet, die Tatsache dar, daß die von Bense eingeführten semiotischen Funktionen, d.h. die Bezeichnungsfunktion ($M \rightarrow O$), die Bedeutungsfunktion ($O \rightarrow I$) und die Gebrauchsfunktion ($I \rightarrow M$), nicht-bijektiv auf die ihnen isomorphen ontischen Funktionen abbildbar sind

Semiotik	Ontik
$M \rightarrow O$	$\Omega \rightarrow (M = Z)$
$O \rightarrow I$	$\Omega \rightarrow \Sigma$
$I \rightarrow M$	$\Omega \rightarrow \Sigma$
	$(M = Z) \rightarrow \Sigma.$

Wie man sogleich erkennt, tritt die Abbildung ($\Omega \rightarrow \Sigma$) nicht nur bei der Bedeutungsfunktion, sondern auch bei der Gebrauchsfunktion auf. Indessen korrespondiert die zyklische semiotische Transformation

$$t: (M \rightarrow O) \rightarrow (O \rightarrow I) = (I \rightarrow M),$$

die Bense (1971, S. 81) als Kreisgraphen dargestellt hatte, der ebenfalls zyklischen ontischen Transformation

$$u: \Omega \rightarrow (M = Z) \rightarrow \Omega \rightarrow \Sigma \rightarrow (M = Z) \rightarrow \Sigma,$$

in der das Zeichen zwischen dem bezeichneten Objekt und dem es bezeichnenden Subjekt vermittelt.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Kosmos atheos. Baden-Baden 1985

Toth, Alfred, Bedeutung als Gegenstand oder als Gebrauch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu "Trichotomische Triaden". In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

"Die Unterschiede wären, wenn sie wären, alles oder leer"

1. Das vollständige Zitat, das hier verkürzt als Titel verwendet wird, lautet: "Die grauen Unterschiede,/weder Ding noch Schatten,/wären, wenn sie wären,/alles oder leer (Bense 1983, S. 21). Diese Aussage nimmt natürlich Bezug auf das dichotomische Basisschema der 2-wertigen aristotelischen Logik

$$L = [0, 1],$$

darin die Ränder zwischen den Werten leer sind, d.h. es gilt

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset.$$

Ferner gilt

$$L = [0, 1] = L^{-1} = [1, 0],$$

wozu es eine unübertreffliche Kommentierung gibt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

2. Die Lösung der polykontexturalen Logik Günthers besteht nun darin, $L = [0, 1]$ in ein Verbundsystem theoretisch unendlich vieler Logiken einzubetten, zwischen denen Transoperatoren vermitteln. Für jede durch L definierte Kontextur gilt aber weiterhin die 2-wertige aristotelische Logik, d.h. wir haben hier die von Bense angedeutete Alternative zur Leerheit des Randes von L , nämlich die Allesheit von L . Genau genommen determinieren sich Leerheit und Allesheit gegenseitig, denn auch in der polykontexturalen Logik gibt es keine Vermittlung zwischen den Werten 0 und 1 bzw. 1 und 0 in jedem eine Monokontextur definierenden L innerhalb des gesamten polykontexturalen Systems. Transoperatoren gibt es also nur durch Verwerfung ganzer L 's, nicht aber durch Übergänge zwischen 0 und 1, wie sie in Toth (2015) durch Einführung eines Einbettungsoperators E

E: $x \rightarrow [x]$

vorgeschlagen wurden, der $L = [0, 1]$ auf das Quadrupel

$L_1 = [0, [1]]$

$L_2 = [[1], 0]$

$L_3 = [[0], 1]$

$L_4 = [1, [0]]$

(mit $L_2 = L_1^{-1}$ und $L_4 = L_3^{-1}$) abbildet. Erst durch Sub- bzw. Superordination, d.h. durch die Aufbrechung der Koordination der spiegelbildlichen Werte in $L = [0, 1]$ kann es eine Vermittlung zwischen 0 und 1 bzw. 1 und 0 geben, die nicht durch einen dritten, vierten, fünften, ... logischen Wert vonstatten geht, der lediglich zur Folge hätte, daß das 2-wertige Tertium non datur zu einem 3-wertigen Quartum non datur, einem 4-wertigen Quintum non datur, usw. verschoben würde. Für dieses Quadrupel gibt es also eine dritte Alternative neben der Leerheit und der Allesheit, nämlich vier Formen von gegenseitiger Abhängigkeit von 0 und 1, die durch Einbettung bewirkt wird und dadurch differentiell, d.h. nicht-substantiell, nichtleere Ränder erzeugt. Hier handelt es sich somit um echte Differenzen, denn es gilt natürlich z.B.

$[0, [1]] \neq [0, 1] \neq [[0], 1]$,

d.h. ein Wert, der in einen anderen eingebettet ist, bekommt durch diese Einbettung Anteile dieses anderen Wertes. Beispielsweise bekommt also ein Objekt Subjektanteile, indem es von einem Subjekt wahrgenommen wird, und umgekehrt bekommt ein Subjekt Objektanteile, indem es ein Objekt wahrnimmt. Man kann, wenn man will, hier die heideggersche Jemeinigkeit des Etwas erkennen, nur ist sie insofern unvollständig, da es konvers dazu auch eine Jeetwasigkeit der Meinigkeit geben muß.

Literatur

Bense, Max, Das graue Rot der Poesie. Baden-Baden 1983

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Der Jäger Gracchus und die Vermittlung von Diesseits und Jenseits.
In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Qualitative logische Zweiwertigkeit

1. In Toth (2015a, b) wurde die qualitative Zahl wie folgt definiert

$$Z(\text{Qual}) = ((n \in \mathbb{N}), E, \omega),$$

darin n wie üblich eine natürliche Zahl ist, E den Einbettungsoperator

$$E: \quad n \rightarrow [n]$$

und ω den ontischen Ort einer Zahl angibt. Qualitative Zahlen sind also insofern "komplex", als sie sowohl ontisch als auch ordinativ (d.h. koordinativ, subordinativ oder superordinativ) verankerte Peanozahlen sind. Während also für Peanozahlen die strikte unvermittelte Linearität

$$L = [0, 1]$$

der logischen Basisdichotomie gilt, ergeben sich durch Anwendung von E die folgenden 4 möglichen Zahlenstrukturen

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_2 = [[1], 0]$$

$$L_3 = [[0], 1] \quad L_4 = [1, [0]],$$

d.h. wir haben neben der koordinativen Zahlenstruktur L nun außerdem die subordinativ/superordinativen Zahlenstrukturen L_1 bis L_4 , für die natürlich außerdem $L_2 = L_1^{-1}$ und $L_4 = L_3^{-1}$ gilt. Das bedeutet also nicht anderes, als daß in L die beiden Zahlenwerte 0 und 1 funktionell unabhängig voneinander und daher beliebig austauschbar sind, während für L_1 bis L_4 gilt

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0).$$

Da aber E auch die ontischen Orte ω vertauscht, gilt außerdem

$$0 = f(1) \quad \neq \quad f(1) = 0$$

$$1 = f(0) \quad \neq \quad f(0) = 1.$$

Daraus folgt, daß es für alle drei möglichen Zählweisen in 2-dimensionalen Zahlenfeldern, d.h. für die horizontale, die vertikale und die beiden diagonalen Zählweisen, jeweils genau 4 mögliche Positionen gibt. In Toth (2015c-e), wo die

qualitative Arithmetik eingeführt worden war, waren hierfür die "geometriefreien" Begriffe der adjazenten, subjazenten und transjazenten Zählweisen eingeführt worden. Ferner können, da die Werte 0 und 1 logisch durch die Objekt- und Subjektposition besetzt werden können, diese 4 Positionen verdoppelt aufscheinen, nämlich zusätzlich in perspektivischem Wechsel von einem kybernetischen Subjektstandpunkt aus betrachtet.

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die adjazente Zählweise

x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
	×		×		×		
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die subjazente Zählweise

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
	×		×		×		
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

Die 2 mal 4 möglichen Positionen für die transjazente Zählweise

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
\emptyset_i	y_j	y_i	\emptyset_j	y_j	\emptyset_i	\emptyset_j	y_i
	×		×		×		
\emptyset_i	y_j	y_i	\emptyset_j	y_j	\emptyset_i	\emptyset_j	y_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

2. Die wesentliche Neuerung von L_1 bis L_4 gegenüber L beruht somit darauf, daß die absoluten Kategorien des objektiven Objektes und des subjektiven Subjek-

tes, wie sie der aristotelischen Logik, welche die reine Quantität der Mathematik garantiert, zugrundeliegen, nur noch als koordinativer Spezialfall existieren. Die beiden möglichen Funktionsabhängigkeiten

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0)$$

mit

$$0 = f(1) \quad \neq \quad f(1) = 0$$

$$1 = f(0) \quad \neq \quad f(0) = 1$$

bedeuten also nichts anderes, als daß das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile bekommen kann. Nimmt ein Subjekt ein Objekt wahr, dann handelt es sich beim Objekt um ein wahrgenommenes und somit subjektives Objekt und beim Subjekt um ein wahrnehmendes und somit objektives Subjekt. Diese beiden Fälle werden also je nach Subjektabhängigkeit von Objekten oder Objektabhängigkeit von Subjekten durch die vier subordinativen und superordinativen Fälle abgedeckt, d.h. der Einbettungsoperator fungiert als differentielles Tertium, das jedoch, da es eben nicht material ist, nicht gegen die logische Zweiwertigkeit verstößt. Somit bringt der Einbettungsoperator Qualität in die Quantität.

Im Gegensatz zur polykontexturalen Logik Günthers (vgl. Günther 1976-80) kann hier allerdings nicht nur die logische Subjektposition iteriert werden, während die logische Objektposition konstant, d.h. im hegelsche Sinne "totes" Objekt bleibt, denn wir haben für das Objekt

$$0 = f(1, 0)$$

$$0 = f(1, 0, 1)$$

$$0 = f(1, 0, 1, 0), \text{ usw.}$$

und für das Subjekt

$$1 = f(0, 1)$$

$$1 = f(0, 1, 0)$$

$1 = f(0, 1, 0, 1)$, usw.,

d.h. vermöge Subjektanteile von Objekten und Objektanteile von Subjekten werden einander Objekt und Subjekt trotz zweiwertig bestehender Kontexturgrenze immer mehr in einem infiniten Regreß angenähert. Eine Logik, welche auf durch E vermittelten Kategorien basiert, vermittelt also nicht primär zwischen Kontexturen, die allein subjektfunktional sind, sondern zwischen Werten innerhalb jeder einzelnen von theoretisch ebenfalls unendlich vielen Kontexturen, ohne daß die zweiwertige aristotelische Basis aufgegeben werden muß.¹⁴ Dagegen vermag die polykontexturale als Verbundsystem unendlich vieler zweiwertiger Logiken vermöge ihrer Transoperatoren zwar zwischen Kontexturen zu zählen, aber im Grunde ändert sich gegenüber der logischen Basis der quantitativen Mathematik überhaupt nichts, da die logische Zweiwertigkeit wegen Unvermitteltheit der Werte in jeder Kontextur bestehen bleibt. Das einzige, was sich ändert, ist die Verschiebung des Tertium non datur zu einem Quartum, Quintum, Sextum ... non datur. Ein Logik, die nur Subjekte, und zwar wohl verstanden absolute Subjekte, nicht aber Objekte, vermitteln kann, dürfte daher kaum als die revolutionäre Neuerung aufgefaßt werden, als die sie v.a. in den 1970er Jahren von einigen ihrer Exponenten gefeiert wurde.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Toth, Alfred, Definition der qualitativen Zahl. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Grundlegung einer qualitativen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

¹⁴ Weshalb Günther auf die Idee gekommen war, ausgerechnet dem Subjekt Qualität zuzuschreiben, wo doch das Objekt per definitionem qualitativ ist, ist mir auch nach jahrzehntelanger Beschäftigung mit der polykontexturalen Logik unklar.

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015e

Kybernethik und ihre logischen Grundlagen

1. Bekanntlich lautet einer der Kernsätze aus der von Heinz von Foerster inaugurierten "Kybernethik"

"Act always as to increase the number of choices"

(vgl. von Foerster/Ollrogge 1993). Über einen solchen Satz sollte man sich nicht nur wundern, sondern man sollte sich darüber wundern, daß sich, wie es scheint, bisher noch niemand über ihn gewundert hat. Erstens ist Handlung Entscheidung für Etwas, und da die Menge der Möglichkeiten von Entscheidungen zum Zeitpunkt der Entscheidung feststeht, bedeutet eine Entscheidung für eine Möglichkeit die Entscheidung gegen alle anderen Möglichkeiten, welche die Menge bereithält. In Sonderheit gilt dies für die Stemmata der binären Bifurkationen von Entscheidungsbäumen, welche der kybernetischen Entscheidungstheorie zugrunde liegen. Die Anzahl der Möglichkeiten bleibt dann nämlich sogar gleich. Zusammenfassend gesagt bedeutet also eine Entscheidung immer die Elimination von Freiheit, niemals aber deren Kreation. Man sollte sich an dieser Stelle an Max Benses "Theorie Kafkas" (Bense 1952) erinnern, in Sonderheit an die Passagen, welche den "Landarzt" betreffen: Einmal dem Ruf der Nachtglocke gefolgt – es ist niemals mehr gutzumachen. Das bedeutet, daß selbst die de facto unmögliche quantitative Kenntnis der n Möglichkeiten, aus denen durch Entscheidung eine Wahl getroffen werden soll, als qualitative Kenntnis völlig ausgeschlossen ist. Der Arzt wird von einem Kranken zu Hilfe gerufen. Er tut, was er als Arzt zu tun hat und gleitet dadurch in einen qualitativen topologischen Raum, den ich in Toth (2006) den "Transit-Korridor" genannt hatte, aus dem es, wie wir ferner aus R.W. Faßbinders "Despair" (1978) und hauptsächlich aus dem großartigen Film Lukas Moodyssons "Lilya 4-ever" (2003) wissen, kein Entrinnen gibt. Es ist also nicht nur so, daß es rein mathematisch ausgeschlossen ist, durch eine Handlungsentscheidung seine Wahlmöglichkeiten zu vergrößern, es ist sogar so, daß die Menge der bestehenden und konstanten Wahlmöglichkeiten weder quantitativ noch qualitativ abschätzbar, geschweige denn berechenbar sind.

2. Die Kybernethik Heinz von Foersters – diese kritischen Anmerkungen sind keineswegs als Angriffe an unsere freundschaftliche Beziehung post mortem

intendiert – gründet in der Überzeugung, daß die Wahrheit die Erfindung eines Lügners sei (vgl. von Foerster/Pörksen 1998). Angespielt ist natürlich auf das Epimenides-Paradox, wonach die simple Aussage "Ich lüge" wahr ist gdw. sie falsch ist und falsch ist gdw. wenn sie wahr ist (da lügen = nicht die Wahrheit sagen bedeutet). Genauso wie die unter der Tutel von Foersters konzipierte polykontexturale Logik Gotthard Günthers beruht auch die nicht-polykontexturale Logik, die dem Werk Heinz von Foersters zugrunde liegt, auf der 2-wertigen aristotelischen Logik, die sich dadurch auszeichnet, daß ihr eine Dichotomie der Form

$$L = [0, 1]$$

zugrunde liegt, deren Werte unvermittelt und daher gegenseitig austauschbar sind (vgl. Günther 2000, S. 230 f.). Es gilt also

$$L = L^{-1} = [0, 1],$$

d.h. die beiden Aussagen "Die Wahrheit ist die Erfindung eines Lügners" ist isomorph der Aussage "Die Lüge ist die Erfindung eines die Wahrheit Sagenden". Ob man eine Logik auf der Positivität oder auf der Negativität aufbaut, ist vollkommen belanglos, solange nur die Werte bijektiv designiert sind. Die Paradoxie besteht nun darin, daß es ausgerechnet diese Unvermitteltheit von L ist, welche eine Möglichkeit der Zunahme von Wahlmöglichkeiten bei einer Entscheidungshandlung ausschließt. Erstens gibt es keinen dritten Wert neben 0 und 1, und zweitens sind die beiden Werte 0 und 1 selbst ebenfalls nicht vermittelt.

Geht man jedoch, wie in Toth (2015) vorgeschlagen, davon aus, daß man statt der ontisch nicht-existenten objektiven Objekte und subjektiven Objekte die vermittelten Kategorien der subjektiven, d.h. wahrgenommenen Objekte und der objektiven, d.h. wahrnehmenden Subjekte verwendet, in anderen Worten, definiert man 0 und 1 durch

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0),$$

dann bekommt man genau 4 mögliche neue L-Strukturen, deren Werte vermittelt sind, ohne daß ein über die beiden Werte 0 und 1 hinausgehender dritter Wert benötigt wird

$$L_1 = [0, [1]]$$

$$L_2 = [[1], 0]$$

$$L_3 = [[0], 1]$$

$$L_4 = [1, [0]]$$

(wobei $L_2 = L_1^{-1}$ und $L_4 = L_3^{-1}$ ist). Hier enthält also das zuvor objektive Objekt qua Vermittlung Subjektanteile, und das zuvor subjektive Subjekt enthält qua Vermittlung Objektanteile. Damit können sich also tatsächlich die Wahlmöglichkeiten je nach Typus und Grad der funktionellen Einbettungen erhöhen. Die Wahrheit kann allerdings in solchen Strukturen vermittelter Logiken mit differentiell statt substantiellem "Tertium" nicht mehr die Erfindung eines Lügners sein, genau wie natürlich auch die konverse Aussage nicht mehr länger gilt. Wahrheit im Sinne von objektiver Position ist immer subjektabhängig, und Falschheit im Sinne von subjektiver Negation ist immer objektabhängig. Es gibt somit weder absolute Wahrheit noch absolute Falschheit, und es gibt keine "sauberen Schnitte" zwischen ontischen, semiotischen, logischen, erkenntnistheoretischen und weiteren Dies- und Jenseitsen mehr. Ähnlich, wie, um beim Beispiel Kafkas zu bleiben, der Jäger Gracchus auf einer breiten Freitreppe in einem Niemandsland zwischen Leben und Tod herumgetrieben wird, bestehen zwischen den Paaren vermittelter Kategorien Mengen von Partizipationsrelationen, die entweder mehr objektiv oder mehr subjektiv sind, d.h. die nun zwar die vormals absoluten Werte miteinander vermitteln, aber dennoch nicht an der fundamentalen 2-Wertigkeit der aristotelischen Logik rütteln.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2006

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2015

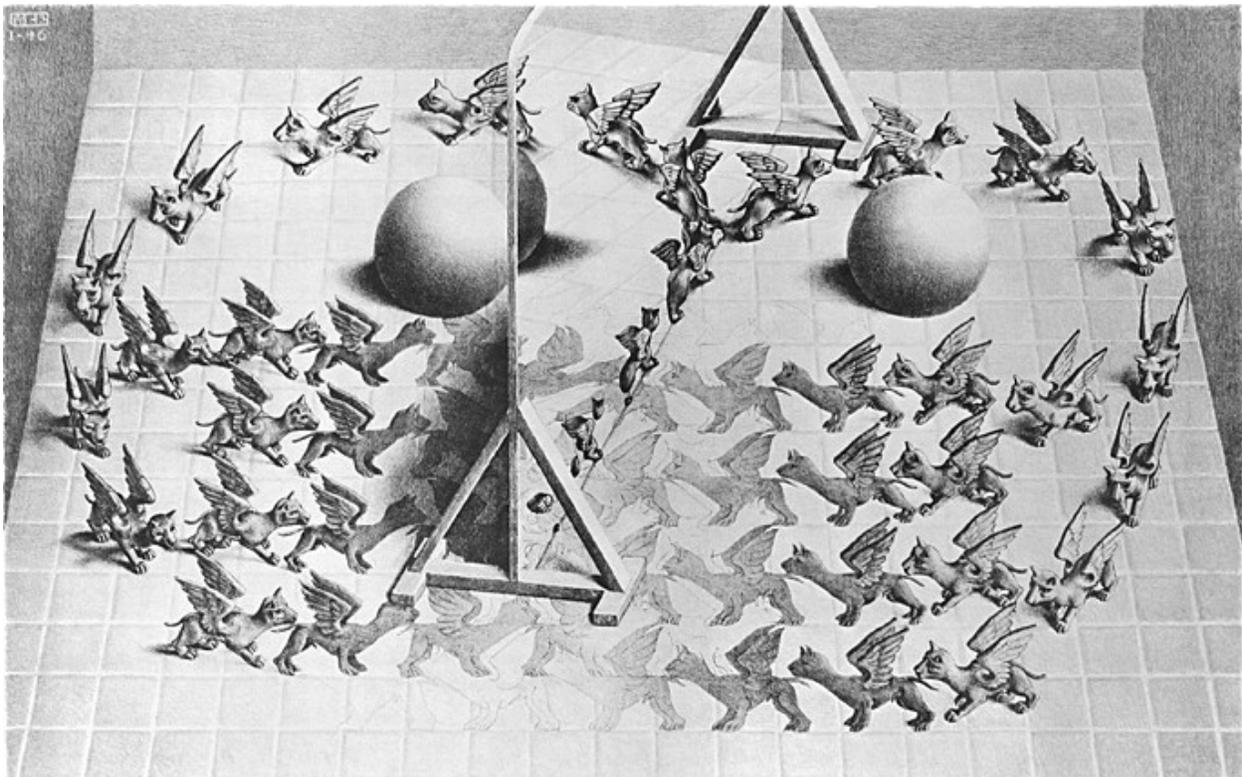
von Foerster, Heinz/Ollrogge, Birger, KybernEthik. Berlin 1993

von Foerster, Heinz/Pörksen, Bernhard, Wahrheit ist die Erfindung eines
Lügners. Heidelberg 1998

Die Aufhebung der coincidentia oppositorum

1. Die von Nikolaus von Kues postulierte *coincidentia oppositorum* (die sehr viel später in der polykontexturalen Logik Gotthard Günthers erneut eine wichtige Rolle spielen sollte) ist nichts anderes als der formale Ausdruck der Reflexionsidentität der beiden Werte in der aristotelischen logischen Basisdichotomie $L = [0, 1]$. Als ontische Modelle sollen im folgenden Eschers "Zauberspiegel" einerseits und Panizzas Erzählung "Die Kirche von Zinsblech" andererseits stehen, die den ersten und zweiten Teil dieser Abhandlung ausmachen. Als dritter Teil steht meine "Logik des Jägers Gracchus", worin gezeigt wird, daß logische Koinzidenz nur bei absoluten logischen Werten, d.h. bei objektiven Objekten und subjektiven Subjekten, möglich ist – und demzufolge aufgehoben wird, wenn man die ersteren durch subjektive Objekte und die letzteren durch objektive Subjekte, kurz gesagt also durch wahrgenommene Objekte und durch Zeichen, ersetzt.

2.1. M.C. Escher, Zauberspiegel (1946)



2.2. Oskar Panizza, Die Kirche von Zinsblech (1893)

Die Altäre waren geschmückt mit den in Landkirchen üblichen eingerahmten Tabletten, auf denen lateinische Sprüche waren, mit versilberten Leuchtern, Klingelspiel, alles in einfachster, wenig kostspieliger Form; auf Sockeln an der blanken, weißgetünchten Wand herum standen einige Apostel, Märtyrer und Ortsheilige mit ihren gewöhnlichen Werkzeugen und Symbolen.

(...)

Wie lange ich geschlafen, kann ich nicht sagen; ich erhielt plötzlich einen Stoß in die Seite, wie von einem harten Gegenstand. Erwachend bemerkte ich vor mir einen Mann in einem langen, roten Gewand. Unter dem Arm trug er ein großes, schiefes Holzkreuz; dieses Holzkreuz war an mich angestoßen. Der Mann kümmerte sich um mich gar nicht, sondern schritt ernst und gemessen dem Altare zu. Und nun erkannte ich, daß er nur einer unter vielen war, die in einer langen Reihe geordnet aus den Kirchenstühlen herauskamen in der Richtung zum Altar. Die ganze Kirche war taghell und prächtig erleuchtet. Auf allen Altären brannten Kerzen. Vom Chor herab tönte ein langsam-einschläferndes Gesumse der Orgel. Weihrauch und Kerzendampf lagerten sich in festen, bleigrauen Schwaden zwischen den weißgetünchten Pfeilern und der Wölbung. In dem Zug der geheimnisvoll dahinschleichenden Menschen bemerkte ich eine Menge seltsamer Gestalten. Da ging an der Spitze eine junge, prächtige Frau in einem blauen, sternbesäten Kleid, die Brüste offen, die linke halb entblößt. Durch Brust und Kleid hindurch ging ein Schwert, so zwar, daß das Kleid gerade noch getroffen war, als sollte es dadurch emporgehalten werden. Sie blickte fortwährend mit einem verzückten Lächeln an die weiße, kalkige Decke empor und hielt die Arme in brünstiger Gebärde über die Brust gekreuzt, so daß man den Eindruck gewann, als jubiliere sie innerlich über irgendeinen Gedanken. Wobei ich nochmals bemerke, daß das Schwert links, bei der linken Armbeuge, bis zum Heft fest in der Brust stak.

Dies war die vorderste Person. Aus der hinter ihr folgenden Reihe fielen manche durch ihre wunderliche Tracht auf. Die meisten hatten bestimmte Werkzeuge in der Hand. Der eine eine Säge, der andere ein Kreuz, der dritte einen Schlüssel, der vierte ein Buch, einer gar einen Adler, und ein anderer trug

ein Lamm auf dem Arme mit herum. Niemand wunderte sich über den anderen, keiner sprach mit dem anderen. Aus dem Schiff der Kirche führten drei Stufen zu der erhöhten Estrade, wo der Altar stand. Jeder wartete mit seinem in bestimmter Haltung getragenen Werkzeug, bis der vordere die drei Stufen droben war, um nicht mit ihm zusammenzustoßen. Was mich am meisten wunderte: Niemand kümmerte sich um mich. Ich blieb völlig unbemerkt. Und selbst der Mann, der mit seinem schiefbalkigen Kreuz an mich angestoßen war, schien davon nichts bemerkt zu haben. Eine zweite weibliche Person fiel nur durch ihre pathetische Haltung im Zuge auf: eine blonde Frau, nicht mehr jung, mit hübschen aber abgewitterten, abgelebten Zügen. Sie trug ein ganz weißes Kleid, ohne Falbe oder Borde; in der Mitte mit einem Strick gebunden. Dieser Strick war aber vergoldet, die Brüste vollständig entblößt. Doch schaute niemand auf diese üppig quellenden Brüste hin. Reiche, blonde Flechten, vollständig aufgelöst, wallten den ganzen Rücken hinab. Sie trug den Kopf tief auf die Brust gesenkt und schaute verzweifelt auf ihre, nicht wie gewöhnlich gefalteten, sondern nach auswärts umgeknickten Hände – die Geste, die auf dem Theater Verzweiflung darstellt. Tränen perlten fortwährend von ihren Wimpern, fielen von da auf ihre Brüste, dann auf das Kleid und auch noch auf die manchmal unter dem Kleid hervorkommenden Füße. – Es wäre unmöglich, alle die aufzuzählen, die hier so still und selbstverständlich, wie zu einer regelmäßigen Übung, hinaufwanderten; aber der Mensch mit der verkniffenen Fratze, der anfangs seinen Schlüssel so energisch in das Mondlicht hielt und den ich vor dem Einschlafen unwillkürlich noch auf dem Postament betrachtet hatte, war auch dabei.

Trotz des eintönigen Orgelspiels war mir seit dem Erwachen ein zischelndes Geräusch hinter meinem Rücken am Altar nicht entgangen. Ich blickte mich jetzt um und bemerkte dort einen hochaufgeschossenen, ganz weiß gekleideten Menschen, der fortwährend in den an ihm vorbeiwandernden, teilweise vor ihm haltmachenden Zug hineinflüsterte: »Nehmet hin und esset! Nehmet hin und esset!« Es war eine unsäglich feine Figur: schlank, grazile Glieder, geistvolles Profil, griechische Nase. Dunkle, glattgescheitelte Lockenwellen fielen über Schläfe, Ohr und Nacken; ein durchsichtiger, jünglinghafter Flaum bedeckte Kinn und Lippen. Doch bemerkte ich an seinen Händen Blut. Er stand am äußersten linken Ende des Altars und schob den je zu zwei vor ihm

stillstehenden und auf einem roten Schemel knienden Menschen des Zuges ein rundes, weiß angestrichenes Stück in den Mund, während diese unter brünstigem Augenaufschlag an die Decke blickten. Er flüsterte immerzu: »Nehmet hin und esset! Nehmet hin und esset!« Und »Nähmet hin und ässet!« prallte es von den halbkugelförmigen Hohlwänden hinter dem Altar zurück. Soweit war alles gut. Auffallend war mir zwar, woher dieser Mensch die weißen runden Stücke hernahm. Er langte wohl fortwährend in den Brustlatz seines Gewandes hinein, dort konnte aber ein Vorrat von den weißen Münzen unmöglich sein; einmal, weil dieses Austeilen ewig fortging und kein Ende nahm, ferner auch ein Unterkleid, wie man deutlich sehen konnte, nicht da war, und weil schließlich die Dünnbrüstigkeit dieses abgehärmten Menschen eine so exzessive war, daß, was sich im Profil darbot, notwendig dem Körper selbst angehören mußte. Auch bewegte er die feine, höchst schlankgebaute Hand so tief nach innen, daß für mich, soweit meine allerdings der Täuschung fähigen Sinne in Betracht kamen, kein Zweifel bestand, daß er die kreidigen Zwölfkreuzerstücke aus seinem Körper selbst nahm.

Ich sagte, soweit war alles gut: die Leute, die Frau mit dem Schwert in der Brust voraus, marschierten hinter dem Altar herum, um auf der rechten Seite wieder zu ihren Plätzen in den Kirchenbänken zurückzukehren. Aber was war denn auf dieser rechten Seite? – Dort stand ein ähnlicher Mensch – mehr ein mythologischer Zwitter als ein Mensch – in einem schwarzen, protestantischen Predigertalar, vorn am Hals die viereckigen, weißen Tabletten oder Bäffchen, hinter denen ein schwarz behaarter Hals zum Vorschein kam. Hinten am Gesäß teilte sich das Predigerkleid, und ein schwarzer, affenartiger Wickelschwanz rollte sich dort heraus, von so respektabler Länge, daß er, die Breite des Altars überspannend, mit dem Rücken des auf der linken Seite amtierenden weißen Menschen in stete Berührung kam. Unten guckten zwei hufartige Füße heraus, und oben auf dem Predigerhals saß ein Kopf, dessen wilder Haarwuchs, verbunden mit einem gelben Kolorit, eingefurchten, denkfaltigen Zügen und einer stumpfigen Nase einem deutschen Professorengesicht an Häßlichkeit wenig nachgab. Eine goldene Brille komplettierte diese aus Ärger, Bitterkeit und Ekel zusammengesetzte Physiognomie. – Eigentümlich war es, daß er fast pendelartig dieselben Bewegungen und Gesten machte, wie sein weißes Gegenüber auf der anderen Altarseite. – Er hielt einen schwarzen Becher in der

Hand, aus dem er seiner ähnlich wie drüben vorbeiparadierenden Gesellschaft zu trinken gab. Dabei rief er in einem heiseren, grölenden Ton der jedesmal vor ihm knienden Person zu »Nehmet hin und trinket!« Und jedesmal führte er den Becher hinter sich herum, am Gesäß vorbei, um ihn dann der nächsten Person an die Lippen zu setzen. Was war nun aber das für eine Gesellschaft auf dieser rechten Seite! Eine merkwürdige und ganz anders geartete als drüben! Da war ganz vorne ein Mensch mit einer langen Nase und zurückweichendem Kinn, einen Dreimaster am Kopfe, den ausgemergelten Körper in eine französische Uniform à la Louis XV gesteckt, mit zurückgeschlagenen roten Rockflügeln, einen Degen zur Seite, in der rechten Hand einen Krückstock, und zu allem Überfluß noch unterm linken Arm eine Flöte. Er hielt den Kopf immer schief, sah sehr ausdrucksvoll drein, und schien genau zu wissen, was er tat. – Da war ferner ein feiner, eleganter Kerl in spanischem Kostüm, Trikots bis fast an die Lende, Pluderhosen, gestepptes, panzerartiges Wams, darüber einen goldbordierten kurzen Mantel à la Philipp II., Schnallenschuhe, Samthut mit Straußenfeder. Das Gesicht war gealtert, aber noch leichtfertig aufgelegt. Einen gezückten, blanken Degen in der Rechten tänzelte er, die Champagnerarie aus Mozart trällernd, die drei Stufen zum Altar hinauf, mit Wohlwollen auf die Zeremonien des schwarzgeschwänzten Predigers sich vorbereitend. Unter den Frauenzimmern bemerkte ich eine in einem weißen, griechischen Gewand mit goldener Falbel, die Arme nackt und nur goldenen Spangen, die Brüste verführerisch halb entblößt; auf dem blonden feingeschnittenen Haupt ein Königsdiadem, und unter dem Arm eine Lyra. Mit ihren fröhlichen, fast ausgelassenen Manieren bildete sie einen wirksamen Gegensatz zu der blonden, schluchzenden Frau auf der anderen Seite. – Es waren noch manche wunderbare, wie es schien, aus allen Gegenden und Zeiten zusammengewürfelte Gesellen da. Da war einer in einem langen, dunkeln, schleppenden Magistergewand, ein Barett über dem ernstesten Gesicht, eine düstere, grübelnde Scholastenmiene, unter dem Arm ein geheimnisvolles Buch mit ägyptischen Lettern, der mit zu Boden gewandtem Blick schweigend in der Reihe einherging. Gleich hinter ihm ging ein junges Mädchen mit mildem, weichen Gesichtsausdruck, die einen abgehauenen, bärtigen Kopf auf einer Schüssel trug. Der Kopf schien der eines Denkers zu sein; das Mädchen lächelte und schien mit heiteren Gedanken beschäftigt zu sein. Aber weitaus die

hervorragendste Figur in dem ganzen Zug war ein untersetzter, starkknochiger Mann mit rundem, glattrasierten Gesicht und Stiernacken im schwarzen Predigergewand, der mit emporgeworfenem Kopf und selbstbewußter Miene einherging, unter dem linken Arm eine Bibel, unter dem rechten eine Nonne; dies war überhaupt das einzige Paar im ganzen Zug.

Schon oben sagte ich: soweit war die Sache ganz gut. Und die Sache wäre auch weiterhin ganz gut gewesen: der linke Zug ging rechts um den Altar herum, der rechte links herum, um auf diese Weise in ihre Kirchenstühle zurückzukehren. Wie aber, wenn diese zwei Züge von so entgegengesetztem Charakter sich hinter dem Altar begegneten? Und das mußten sie! – Ich versäumte leider dieses Zusammentreffen. Fortwährend beschäftigt mit dem Durchmustern besonders des rechten Zuges, hörte ich plötzlich eine gelle heisere Lache aufschlagen. Ich wandte mich um und sah den schwarzgeschwänzten Menschen, der auf der rechten Seite den Kelch mit dem verdächtigen Inhalt kredenzte, sich mit einer höhnischen Fratze nach der anderen Seite umsehen, wo der weiße, sanfte Mann bleich und starr wie ein Toter stand. Hinter dem Altar sah ich die Spitzen beider Züge sich mit verdächtigen Mienen gegenseitig messen. In diesem Moment verlöschten sämtliche Kerzen. Ein dicker, schwefliger Dampf verbreitete sich im ganzen gewölbten Haus; das einschläfernde Summen der Orgel wurde von einem keifenden, gilfenden Aufschrei, wie von einem blechernen Akkord unterbrochen, als hätte man eine der Orgelpfeifen mit einem Beil verwundet. Es entstand ein fürchterlicher Tumult; ich hörte harte Körper stürzen, Werkzeuge aufschlagen, Leuchter und Schüsseln zu Boden fallen, vernahm weibliches Wehklagen, männliche Kernflüche, Lachen und Schreien. Dazwischen rief eine mokante, kropfige Stimme, die, glaube ich, dem Schwarzen angehörte, mit einem eigentümlichen, jodelnden Jargon: »Ja, ja! – Nähmet hin und ässet! – Ja, ja! – Nähmet hin und trinket!« – Halb aus Furcht erschlagen zu werden, halb aus Unmöglichkeit in der stickigen Luft weiter zu atmen, tappte ich mich im Finstern dem Ausgang zu, der, wie ich wußte, zur Rechten lag. Im Vorübergehen streifte ich am Weihkessel an, der mit einem »Spring Sau!« mir den Abschied gab, und gelangte glücklich ins Freie.

2.3. Die Logik des Jägers Gracchus (Toth 2015)

2.3.1. Für die 2-wertige aristotelische Logik gilt

$$L = [0, 1] = L^{-1} = [1, 0],$$

denn das Gesetz vom Ausgeschlossenen Dritten verbietet die Annahme eines vermittelnden Wertes

$$0 \vee \neg 0$$

$$1 \vee \neg 1.$$

2.3.2. Allerdings gibt es neben der Möglichkeit substantieller dritter Werte die Erzeugung eines differentiellen Tertiums. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$$E \rightarrow L = [0, 1] =$$

$$\left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_1^{-1} = [[1], 0] \\ L_2 = [[0], 1] & L_2^{-1} = [1, [0]] \end{array} \right)$$

Anstelle von 0 und 1 bekommen wir somit in diesem minimalen Fall

$$0, [0]$$

$$1, [1],$$

d.h. für jedes L_i gilt

$$0 = f(1)$$

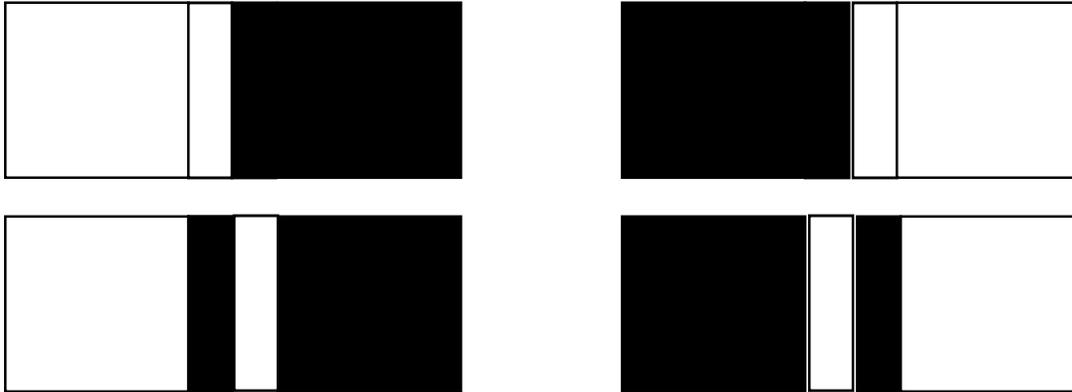
$$1 = f(0),$$

und somit ist

$$(x \in 0) \subset 1$$

$$(y \in 1) \subset 0,$$

d.h. 0 hat 1-Anteile, und 1 hat 0-Anteile. Man kann dies schematisch wie folgt darstellen (vgl. Toth 2015a).



Die Werte in einer solchen Logik sind also vermöge eines differentiellen Tertiums vermittelt. In Sonderheit gilt also für den Rand R

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset,$$

während für $L = [0, 1]$ natürlich gilt

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset,$$

vgl. dazu die folgenden äußerst treffenden Feststellungen: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

2.3.3. Da entweder 0 oder 1 die logische Objekt- oder Subjektpositionen einnehmen, bedeutet die funktionelle Abhängigkeit beider Werte voneinander, daß das stillschweigend vorausgesetzte Axiom der 2-wertigen Logik, die, wie übrigens auch die polykonxexturale Logik Günthers, auf objektiven Objekten und subjektiven Subjekten basiert, suspendiert wird. Stattdessen sind subjektive Objekte und objektive Subjekte die neuen logischen Basiskategorien.

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen

Wie man erkennt, ist also das wahrgenommene subjektive Objekt gerade das Domänen- und das objektive Subjekt als dessen "Metaobjekt" (vgl. Bense 1967, S. 9) gerade das Codomänenelement der thetischen Einführung von Zeichen, d.h. die neue logische Basis ist gleichzeitig das vollständige Abbildungsschema der Zeichensetzung. Damit stehen Objekt und Zeichen in einer Dualrelation

$$\Omega = f(\Sigma) \times \Sigma = f(\Omega),$$

und diese besagt, daß das Objekt – vermöge seiner Wahrnehmung, die selbstverständlich nur durch ein Subjekt erfolgen kann – Subjektanteile besitzt und daß das Subjekt – vermöge seiner Objektwahrnehmung – Objektanteile besitzt. Daraus folgt aber nicht mehr und nicht weniger, als daß es eine Brücke zwischen dem Diesseits des Subjektes bzw. Objektes und dem Jenseits des Objektes bzw. Subjektes gibt. Subjektanteile und Objektanteile werden also bei der Wahrnehmung vermöge einer Menge von Transformationen ausgetauscht

$$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)] \quad \text{subjektives Objekt} \rightleftharpoons \text{objektives Subjekt},$$

die als Partizipationsrelationen definierbar sind. Es nichtet nicht nur das Nichts im Sein des Seienden, sondern es west auch das Sein des Seienden im Nichts.

2.3.4. Da die Werte 0 und 1 auch als eingebettete in der Form [0] und [1] auftreten können, bedeutet dies, daß eine Linie zur Darstellung der Peanozahlen nicht mehr ausreicht. Die eingebetteten Zahlen können auch unter- oder oberhalb dieser Linie aufscheinen, d.h. sie bekommen erstens eine Menge von ontischen Orten und nicht nur einen "Stellenwert" (bzw. eine "Wertstelle") zugewiesen, und zweitens wird statt einer Zahlenlinie ein Zahlenfeld vorausgesetzt. In diesem gibt es somit nicht nur die horizontale, sondern auch eine vertikale und eine horizontale Zählweise, die wir in Toth (2015b-d) mit adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise bezeichnet hatten. In den folgenden vollständigen Zahlenfeldern für die 2-elementige Menge $P = (0, 1)$ sind nun alle partizipativen Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten qua $0 = f(1)$ und $1 = f(0)$ durch Doppelpfeile eingezeichnet.

2.3.4.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & \emptyset_i & \Leftrightarrow & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 x_i & y_j & \Leftrightarrow & y_i & x_j & \Leftrightarrow & y_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & y_i
 \end{array}$$

2.3.4.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
 y_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & y_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & y_i & \Leftrightarrow & y_j & \emptyset_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 x_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & x_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

2.3.4.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc}
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
 \emptyset_i & y_j & \Leftrightarrow & y_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & y_j & \emptyset_i & \Leftrightarrow & \emptyset_j & y_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 \emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 x_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & x_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

Da, wie bereits angedeutet, in der polykontexturalen Logik G. Günthers und der auf ihr beruhenden Mathematik der Qualitäten E. Kronthalers die 2-wertige aristotelische Logik $L = (0, 1)$ für jede Einzelkontextur unangetastet bleibt und sich die Poly-Kontexturalität also lediglich der Iterierbarkeit des Subjektes verdankt, dieses aber weiterhin ein subjektives Subjekt ist, kann in dieser polykontexturalen Logik, Mathematik und Ontologie keine Rede davon sein, daß man Äpfel und Birnen addieren könne, wie dies ständig behauptet wird (vgl. z.B. Kronthaler 1990). 1 Apfel + 1 Birne ergeben bekanntlich 2 Früchte.

Interessant an dieser qualitativen Gleichung ist aber nicht nur der angeblich Qualitätsverlust in der Summe, sondern die Tatsache, daß nur deswegen überhaupt eine Summe gebildet werden kann, weil Apfel und Birne ein vermittelndes Drittes gemeinsam haben, denn die weitere qualitative Gleichung 1 Apfel + 1 Stein hat beispielsweise keine angebbare Summe. Wenn es aber ein vermittelndes Drittes gibt, bedeutet dies natürlich wiederum, daß die Schnittmenge der Merkmalsmengen von Apfel und Birne nicht leer sein kann, und damit sind die Zahlen, welche Apfel und Birne vertreten, also 0 und 1 oder 1 und 0, natürlich vermittelt, d.h. folgend der oben skizzierten qualitativen ortsfunktionalen Arithmetik mit ihren drei 2-dimensionalen Zählweisen. Eine qualitative Mathematik, welche diesen Namen verdient, setzt also zwei fundamentale Änderungen der polykontexturallogischen Basis voraus:

1. die Ersetzung der logischen Basiskategorien des objektiven Objektes und des subjektiven Subjektes durch die vermittelten Kategorien des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes.

2. die daraus resultierende Möglichkeit, nicht nur das Subjekt, sondern auch das Objekt iterieren zu lassen. Damit ergeben sich ungeheuer komplexere "Permutogramme" (G.G. Thomas) bzw. Hamiltonkreise (G. Günther) als diejenigen, welche innerhalb der polykontexturalen Logik benutzt werden.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Panizza, Oskar, Visionen. Leipzig 1893

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Der Jäger Gracchus und die Vermittlung und Diesseits und Jenseits. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Ontik, Semiotik und reality testing

1. Mediziner und mathematische Logik, das paßt etwa so gut zusammen wie Schokolade und Sauerkraut.¹⁵ Eine seltene Ausnahme ist der inzwischen emeritierte Professor für forensische Psychiatrie der Universität Salzburg, Dr. Bernhard Mitterauer, der sich nicht nur in der polykontexturalen Logik Gotthard Günthers auskennt, sondern sogar bei Günther studiert hatte und ein Gotthard-Günther-Archiv betreibt. Im folgenden benutzen wir seine Erklärung von Schizophrenie durch fehlende Wirklichkeitsüberprüfung (reality testing), um die Notwendigkeit einer der Semiotik an die Seite gestellten Ontik zu untermauern.

2. Nach Mitterauer gilt: "The primary symptoms of schizophrenia (delusions, hallucinations, thought disorder) may be caused by a loss of self-boundaries within the brain and between the brain and the environment" (2006, S. 1), vgl. dazu die folgende Illustration aus der zitierten Arbeit:

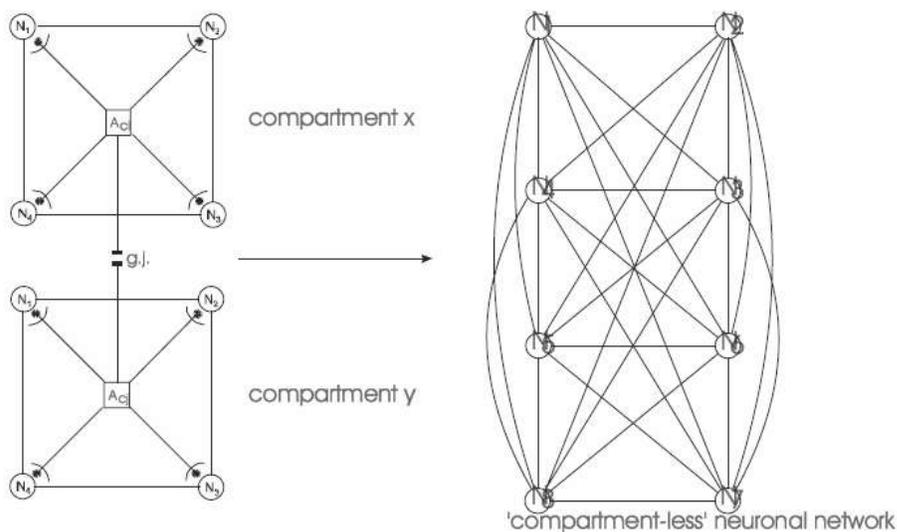


Figure 2. Loss of the glial boundary-setting function. Generalization of neuronal information processing.

Das Gehirn hat als System somit eine Umgebung, d.h. reality testing besteht in der Abbildung

¹⁵ Darin liegt auch der Grund, weshalb der gegenwärtige Vf. Coautor bei mehreren medizinischen Publikationen geworden ist. Mediziner schmücken ihre Arbeiten gerne mit mathematischen Formeln. Um aber sicherzustellen, daß diese korrekt sind, benötigen sie eben Mathematiker.

f: $S \rightarrow U[S]$

und hat demnach die gleiche formale Struktur wie etwa ein Haus, das auf einen Garten als dessen Umgebung abgebildet wird.

3. Im Jahre 2011, da ich das reality testing zum erstenmal behandelt hatte, war die Ontik noch nicht geboren. Ich benutzte daher das peirce-bensesche System der Zeichenklassen und ihrer dualen Realitätsthematiken, basierend auf dem benseschen Axiom: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist" (Bense 1981, S. 11). In diesem semiotischen Dualsystem repräsentiert die Zeichenklasse das erkenntnistheoretische Subjekt, während ihre koordinierte Realitätsthematik das erkenntnistheoretische Objekt repräsentiert. In Sonderheit werden also wegen der Dualrelation Zeichen und Realität rekursiv aus einander definiert. Nach Bense fungiert zwar die Realitätsthematik primordial, aber es handelt sich hier um eine zeichendefinierte Realität, denn ein nicht-semiotisches Objekt kann es im peirce-benseschen "Universum der Zeichen" (Bense 1983) gar nicht geben, da wir nach Peirce alles, was wir wahrnehmen, in Zeichen wahrnehmen. Dem ist jedoch, wie v.a. in Toth (2015) gezeigt wurde, entgegenzuhalten, daß Wahrnehmung ein unwillkürlicher, die Zeichensetzung hingegen ein willkürlicher Akt ist. Würden wir also unsere Umgebung automatisch als Zeichen wahrnehmen, bedürfte es keiner thetischen Setzung von Zeichen mehr, damit wäre allerdings mit dem Begriff des Zeichens auch der Begriff des Objektes sinnlos geworden, denn ein Objekt ist uns in einer solchen Welt, die wir ja durch die Filter unserer Sinne perzipieren, vollkommen unzugänglich. Paradoxerweise repräsentieren aber das zeichenthematische Subjekt und das objektthematische Objekt in jedem semiotischen Dualsystem genau die absoluten Kategorien der auch der Semiotik zugrunde liegenden 2-wertigen aristotelischen Logik, deren Position das objektive Objekt und der Negation das subjektive Subjekt ist. Anders ausgedrückt: Vermittlungskategorien wie das subjektive Objekt oder das objektive Subjekt kann es in der aristotelischen Logik allein deshalb nicht geben, weil sie gegen das Gesetz der Ausgeschlossenen Dritten verstießen.

4. Betrachten wir nun aber die beiden folgenden bekannten logischen Sätze

(1) "Es regnet" ist wahr gdw. es regnet.

(2) Wenn B aus A folgt und C aus B folgt, dann folgt C aus A.

Während Satz (2) ein modelltheoretisches Universum voraussetzt, das genau demjenigen der Semiotik korrespondiert, bedarf die Entscheidung über Wahrheit oder Falschheit des Satzes (1) eine Umgebung der Welt, welcher der Teilsatz "Es regnet" angehört: Man muß seinen Kopf durch das Fenster strecken, um festzustellen, ob er wahr oder falsch ist. Satz (1) fällt damit unter die obige Abbildung $f: S \rightarrow U[S]$, während für Satz (2) die drei fundamentalen Axiome der Extensivität, Monotonie und Abgeschlossenheit des Universums gelten. In einem solchen ist, salopp gesprochen, jede Folgerung eines Satzes bereits in diesem Universum erhalten. Noch anders ausgedrückt, gibt es keinen Weg, der aus diesem Universum hinaus führt, in Sonderheit hat es, als System betrachtet, also keine Umgebung. Leider gilt damit aber auch, daß es keinen Weg gibt, der in dieses Universum hineinführt, und damit bekommen wir für die semiotische Interpretation von Sätzen wie (2) ein ernstes Problem, denn Zeichen sind ja im Gegensatz zu Objekten nicht-vorgegeben (vgl. Bense 1967, S. 9), und daher müssen sie, durch ein Subjekt, thetisch introduziert werden. Deshalb hatte Bense das Zeichen auch ausdrücklich als "Metaobjekt" definiert. Am Anfang dieser Metaobjektivationsabbildung steht also das Objekt, das relativ zum Universum der Zeichen außerhalb dieses Universums steht, d.h. das letztere besitzt eine Umgebung, denn sonst könnte das Zeichen seine zentrale Funktion, die Objektreferenz, gar nicht ausüben. Würde sich die Bezeichnung wirklich, wie Bense dies festgesetzt hatte, auf die Abbildung der beiden semiotischen Kategorien ($M \rightarrow O$) und die Bedeutung auf die Abbildung der beiden semiotischen Kategorien ($O \rightarrow I$) beschränken, würde das Zeichen nur auf sich selbst referieren, d.h. eine Referenz, wie sie das Zeichen tatsächlich leistet

$\mu: \quad \Omega \rightarrow Z,$

wäre völlig ausgeschlossen, da Ω innerhalb des Universums der Zeichen ja nur als O , d.h. als Objektrelation, genauer: als Relation des Zeichens zu seinem bezeichneten Objekt, besteht. Deshalb hatte Bense schon sehr früh geschrieben: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität" (1952, S. 80).

5. Nun weiß aber jedes Kind, daß man z.B. mit einer Photographie den Tod des fotografierten Subjektes weder hinauszögern noch suspendieren kann und daß selbst die semiotisch fungierende, aber rein ontische Haarlocke der Geliebten eben eine Haarlocke bleibt und nicht die Geliebte repräsentieren kann. Zeichen verdoppeln die Welt, aber sie können sie nicht substituieren. Könnten sie es, würde die Zeichensetzung als Metaobjektivierung die Objekte auslöschen. Wäre es wirklich wahr, daß wir nach Peirce die Objekte nur in der Form von Zeichen wahrnehmen könnten, würden wir schon lange in einer semiotischen Surrogatwelt leben, deren zugehöriger ontischer Raum leer wäre, weil längst alle bezeichneten Objekte durch den Akt der Bezeichnung eliminiert worden wären. Jede Photographie würde dann etwa die abgelichtete Person umbringen. Daß dies blanker Unsinn ist, ist so offensichtlich, daß man sich wundern mag, daß dieser Nonsens in der Semiotik immer noch völlig unerkant geblieben ist. Daß Zeichen und Objekt koexistieren, ist mathematisch gesehen nur dadurch möglich, daß es eben doch ein Tertium comparationis gibt, welches die beiden relativ zu einer transzendenten Entitäten miteinander vermittelt. Während also nach der 2-wertigen Logik die beiden unvermittelten Entitäten nur in einer Relation der Form

$$E = [\Omega, Z],$$

$$\text{d.h. mit } R[\Omega, Z] = R[Z, \Omega] = \emptyset$$

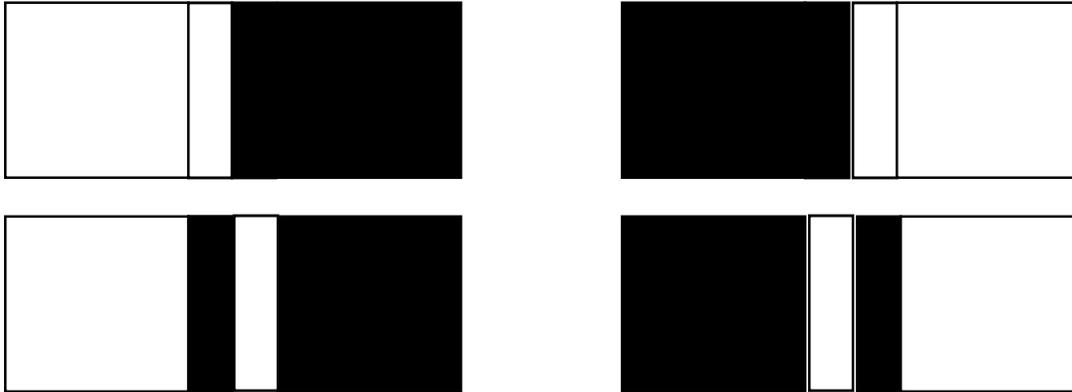
aufscheinen können, kann man sie, wenn man sie ortsfunktional verankert, ohne einen dritten Wert einzuführen, mit Hilfe eines rein differentiellen Tertiums auf das folgende Quadrupel von vermittelten Relationen abbilden

$$E_1 = [[\Omega], Z] \quad E_2 = [Z, [\Omega]]$$

$$E_3 = [\Omega, [Z]] \quad E_4 = [[Z], \Omega]$$

(mit $E_2 = E_1^{-1}$ und $E_4 = E_3^{-1}$).

Damit besitzt also das Zeichen Objektanteile wie umgekehrt das Objekt Zeichenanteile besitzt. Setzt man weiß für Objekt und schwarz für Zeichen (bzw. umgekehrt), kann man diese Aufhebung der kontextuellen Transzendenz durch Ersetzung absoluter durch vermittelte Kategorien in den folgenden Diagrammen darstellen.



Es dürfte somit klar geworden sein, daß reality testing nur in einem kybernetischen Modell möglich ist, in dem nicht nur ganze logische Systeme der Form $L = [0, 1]$ via Subjektiteration, wie dies innerhalb der Günther-Logik geschieht, durch Transoperatoren vermittelt sind, sondern daß es dazu eines Modelles wie des hier skizzierten bedarf, in dem die logischen und semiotischen Kategorien selbst vermittelt sind. Man beachte, daß dies nur durch ein tertielles, nicht aber durch ein substantielles Tertium möglich ist, denn würde man statt der vier Einbettungsmöglichkeiten innerhalb von $E = [\Omega, Z]$ einen dritten substantiellen Wert einführen, würde sich dadurch lediglich das Tertium comparisonis zu einem Quartum comparisonis verschieben, d.h. die aristotelische Grundstruktur der Unvermitteltheit der Kategorien bliebe auch in einer 3- ... -n-wertigen Logik erhalten. Umgekehrt kann man im hier benutzen Modell vermittelter Kategorien durch topologische Filterung die Vermittlung selbst iterieren und dadurch einander subjektives Objekt qua wahrgenommenes Objekt und objektives Subjekt qua Zeichen immer weiter einander approximieren. Will man also Schizophrenie durch Außerkraftsetzung von Wirklichkeitsabgleich erklären, dann ist die Günther-Logik ein völlig untaugliches Modell, denn in jeder der n Kontexturen dieses polykontexturalen Universums gilt ja weiterhin die 2-wertige aristotelische Logik der unvermittelten Kategorien der Form $L = [0, 1]$. Auf der Basis dieser Dichotomie sind nicht einmal logische Sätze des obigen Typus (1) erklärbar, denn die Sachüberprüfung, ob es regnet oder nicht, welche darüber entscheidet, ob der Satz "Es regnet" wahr oder falsch ist, transzendiert bereits die Logik und stellt eine Form von Wirklichkeitsabgleich dar.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Mitterauer, Bernhard J., Too soon on earth. Paper, Univ. Klagenfurt 2006.

www.sbg.ac.at/fps/people/Mitterauer/Too%20soon%20on%20earth.pdf

Toth, Alfred, Zur semiotischen Mechanik von Schizophrenie als Abwesenheit von Realitätstestung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Die Vermittlung zwischen Ich und Zeichen

1. Bei Bense (1975a, S. 16) steht der für die Theoretische Semiotik grundlegende Satz, daß die Semiotik – und damit die triadische Zeichenrelation – "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren vermag". Wir können dies als Funktion in der folgenden Form notieren

$$Z = f(\omega, \beta),$$

darin in bensescher Manier ω für Welt und β für Bewußtsein stehen.

2. Die Zeichenfunktion als Vermittlung zwischen Welt und Bewußtsein ist im Grunde so einleuchtend, daß man nicht auf die Idee käme, an ihrer Gültigkeit zu zweifeln. Ferner impliziert sie einen, in der benseschen Semiotik leider nicht vollzogenen, Abschied von der 2-wertigen aristotelischen Logik, denn da die Welt die logische Objektposition und das Bewußtsein die logische Subjektposition einnimmt, ist das Zeichen ein Tertium datur sowohl relativ zum logischen Objekt als auch zum logischen Subjekt, und es bedarf also einer mindestens 3-wertigen, nicht-aristotelischen Logik, um die Qualität des Zeichens mit der logischen Dichotomie der Quantität zu vereinigen (vgl. dazu Kronthaler 1992). Zweifel an der Gültigkeit von $Z = f(\omega, \beta)$ scheinen allerdings Bense selbst gekommen zu sein, wenn er in seinem grundlegenden Aufsatz zu einer semiotischen Bewußtseinstheorie die Relation zwischen Ego, Bewußtsein und Nicht-Ego als triadisches Schema der Form

$$(\text{Ich} \leftarrow \text{Bewußtsein} \rightarrow \text{Welt})$$

bestimmte (Bense 1975b, S. 33). Setzen wir nämlich Z in dieses Schema ein, so erhalten wir

$$(\text{Ich} \leftarrow (Z = f(\omega, \beta))).$$

Das Problem besteht nun darin, ob die Vermittlung zwischen Ich und der Zeichenfunktion wirklich unvermittelt ist, wie dies durch Einsetzung aus dem letzten Schema folgt, oder ob es eine Vermittlung gibt.

Bei der Antwort auf diese Frage können wir uns, auf Toth (2015a) sowie Vorgängerarbeiten stützend, kurz fassen: Die Domänenelemente der von Bense definierten und von uns formal bestimmten Metaobjektivation

$$\mu: \Omega \rightarrow Z$$

sind keine objektiven, sondern subjektive Objekte, denn wir können Objekte nur wahrnehmend erreichen und damit also nicht unter Ausschaltung unserer Sinne. Andererseits sind die Objekte der Wahrnehmung vorgegeben, d.h. sie werden nicht durch den Akt der Wahrnehmung erzeugt, d.h. es gibt zwar objektive Objekte, aber sie sind uns wissenschaftlich nicht zugänglich. Aus diesem Grunde ist auch die Kardinalität der Menge der Zeichen größer als diejenige der Menge der Objekte, da man durch Kombinationen von Merkmalen von Objekten neue, nicht-vorgegebene Objekte zu Zeichen erklären kann, wie etwa Drachen, Nixen oder Einhörner (vgl. Toth 2015b). Wahrnehmung eines Objektes ist also noch keine Zeichensetzung, denn die erstere ist unwillentlich, die zweite ist willentlich, nämlich eine thetische Setzung, wie sich Fichte ausgedrückt hatte. Daraus folgt, daß Objekte als subjektive Objekte (sO) den Zeichen im Sinne von "Metaobjekten" (Bense 1967, S. 9) als objektiven Subjekten (oS) gegenüber stehen, d.h. wir können die Metaobjektivation durch die Dualrelation

$$\mu: sO \times oS$$

darstellen. Zeichen sind allein deswegen objektive Subjekte, weil sich das triadische Zeichen in der Form der ebenfalls triadischen Interpretantenrelation, welche die semiotische Subjektposition determiniert, selbst enthält. Beim Übergang vom Ich zum Zeichen bzw. umgekehrt geht es somit um die Abbildung objektiver Subjekte auf subjektive Subjekte, d.h. um die beiden möglichen Fälle

$$v: oS \rightarrow sS$$

$$v^{-1}: sS \rightarrow oS,$$

und diese beiden Abbildungen sind die gesuchten Vermittlungen im Schema (Ich \leftarrow (Z = f(ω , β))).

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Bewußtseinstheorie und semiotische Erkenntnistheorie. In: Klement, Hans-Werner, Bewußtsein. Baden-Baden 1975, S. 31-36

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Kardinalität der Menge von Zeichen und der Menge von Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Subjekt-Objekt-Differenz mit und ohne Beobachtersubjekt

1. Die folgenden beiden Illustrationen sind Steinbuch (1971, S. 6 u. 9) entnommen, einem der seinerzeit am meisten aufgelegten und weitest verbreiteten Einführungsbücher zur Kybernetik.

2.1. Subjekt-Objekt-Differenz mit Beobachter-Subjekt

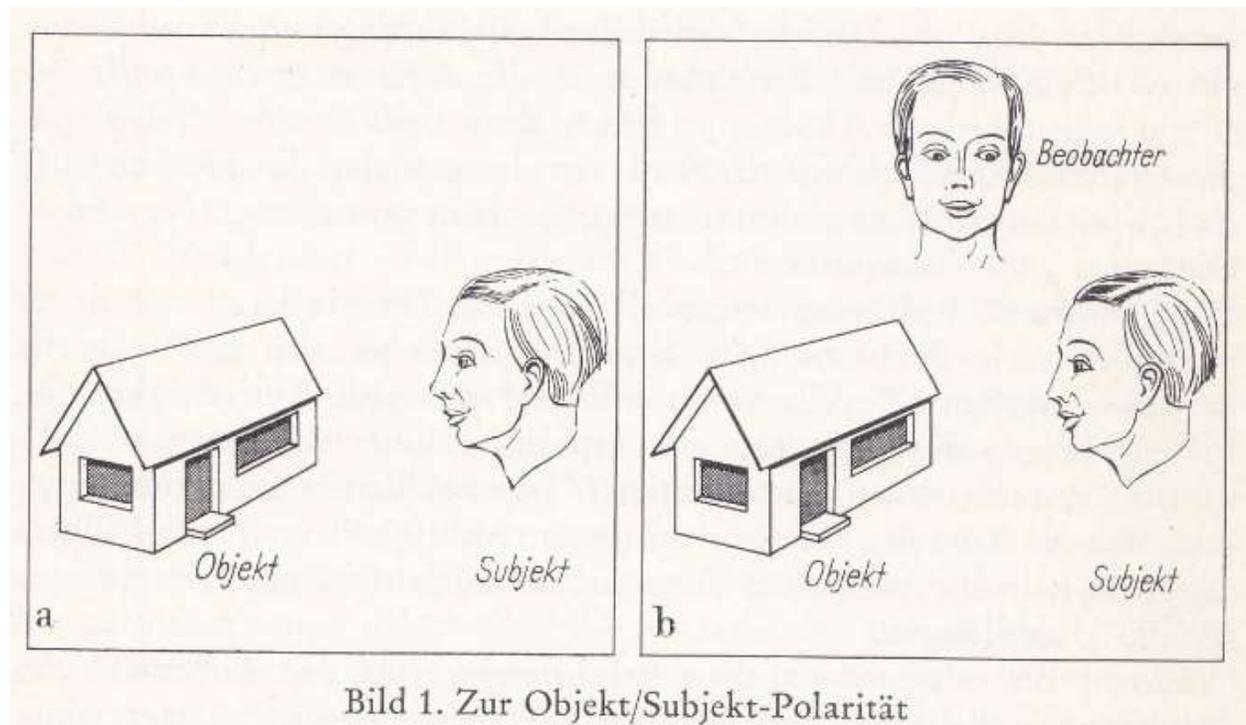


Bild 1. Zur Objekt/Subjekt-Polarität

Dieses Bild enthält im Grunde die ganze Differenz zwischen Kybernetik 1. und Kybernetik 2. Stufe, d.h. zwischen beobachteten und beobachtenden Systemen. In Bild a betrachtet ein Subjekt ein Objekt, und damit will Steinbuch die von ihm so genannten "Objekt/Subjekt"-Polarität definieren. Tatsächlich ist aber der Objektbegriff ohne den Subjektbegriffe et vice versa unsinnig, da beide Begriffe Teile einer Dichotomie und somit wechselseise 2-seitig voneinander abhängig sind. Ferner ist diese Dichtomie isomorph der logischen Basisdichotomie von Position (P) und Negation (N) in $L = [P, N]$, d.h. aber, P und N, und damit Objekt und Subjekt, sind beliebig austauschbar. Eine auf N anstatt auf P konstruierte Logik ist der klassischen aristotelischen Logik isomorph. Logisch gesehen ist die erst abgeleitete erkenntnistheoretische Differenz zwischen Objekt und Subjekt belanglos und vermöge Isomorphie damit auch für die mathematische Teildisziplin der Kybernetik bzw. Informationstheorie, da diese natürlich auf

der aristotelischen Logik basiert. Dagegen ist die in Bild 1b abgebildete Situation mit Hilfe der klassischen Logik, die ja nur über eine Subjektposition verfügt, gar nicht widerspruchsfrei darstellbar.

2.2. Subjekt-Objekt-Differenz ohne Beobachter-Subjekt

Relevant ist die Differenz zwischen Objekt und Subjekt hingegen für die in Toth (2012) begründete und seither in einigen tausenden von Aufsätzen ausgebaute Ontik. Aber gerade diese ontische Relevanz der Subjekt-Objekt-Dichotomie wird mit Bezug auf das nächste Bild

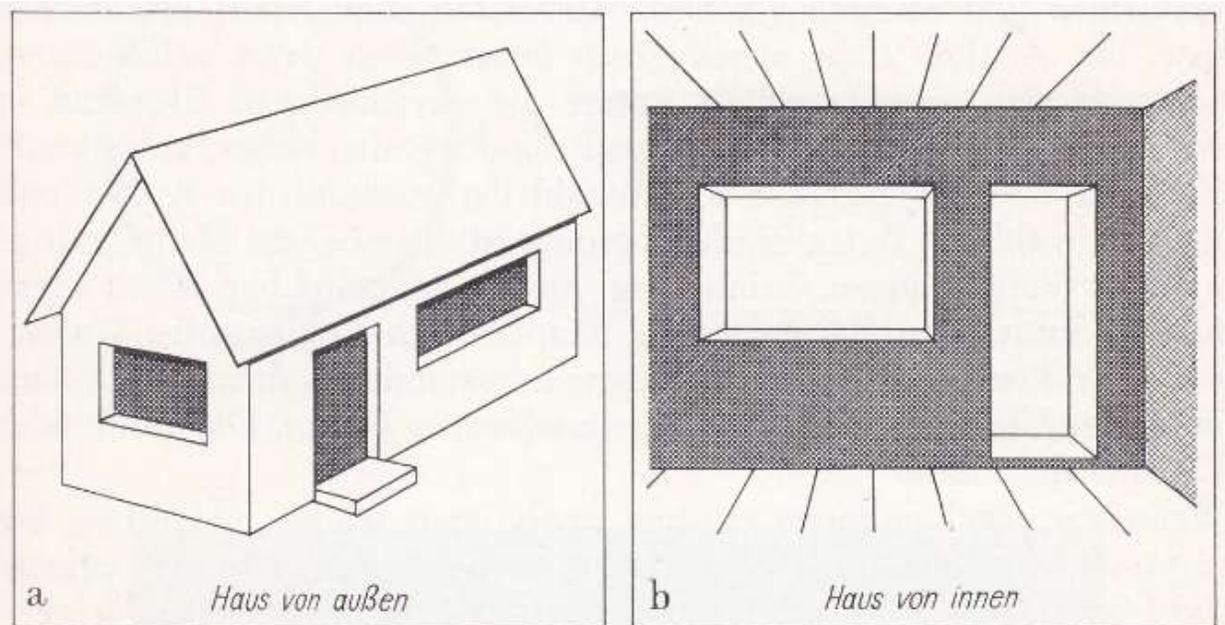


Bild 2. Die Objekt/Subjekt-Polarität als Standpunktproblem

von Steinbuch (übrigens auf einem erstaunlich primitiven Niveau) quasi vom Tisch gefegt: "Bild 2a zeigt ein Haus von außen, Bild 2b dasselbe Haus (teilweise) von innen. Die Betrachtung der beiden Bilder liefert zweifellos zwei verschiedene 'Erlebnisse'. Ist es vernünftig, diesen beiden Erlebnissen zwei verschiedene Realitäten zuzuschreiben, beispielsweise Bild 2a ein 'Außenhaus', Bild 2b ein 'Innenhaus'? Eine solche Darstellung wäre wohl töricht, unter anderem deshalb, weil es nicht nur zwei, sondern unendlich viele unterscheidbare Ansichten dieses Hauses gibt" (1971, S. 8).

Das Problem von Steinbuch und mit ihm der gesamten Kybernetik besteht darin, daß sie von einer unvermittelten Dichotomie $S^* = [S, U]$, die $L = [P, N]$ isomorph ist, ausgehen, für die jeweils das Verbot des Tertium non datur gibt, d.h. es gibt weder im logischen, noch in dem von ihm abgeleiteten systemischen Schema eine Vermittlung der beiden Werte. Auf Steinbuchs Beispiel bezogen, bedeutet das, daß die Hauswand als Rand zwischen System (S) und Umgebung (U) überhaupt nicht existiert. Folgt man also den Ausführungen Steinbuchs wörtlich, so wäre er gar nicht imstande, die zwei Paare von Bildern 1a und 1b sowie 2a und 2b darzustellen, und dennoch ist dies, wie Exempla zeigen, offenbar möglich. Die ontische Relation $S^* = [S, R[S, U], U]$ ist nämlich der ebenfalls vermittelten semiotischen Relation $Z = [.2., .1., .3.]$ isomorph, wobei somit der ontische Rand die gleiche vermittelnde Funktion übernimmt wie der semiotische Mittelbezug, der genau aus diesem Grunde ja so genannt wird. Erst die Existenz der Ungleichung der beiden Randrelationen

$$R[S, U] \neq R[U, S] \neq \emptyset$$

ermöglicht die Differenzierung zwischen Innen und Außen im Falle von Bild 2 ebenso wie diejenige zwischen Objekt und Subjekt im Falle von Bild 1. Während diese Tatsache im Falle von Bild 2 unmittelbar einsichtig ist, bedarf ihre Gültigkeit im Falle von Bild 1 des erläuternden Hinweises, daß jedes Subjekt jedem anderen Subjekt gegenüber als Objekt erscheint und umgekehrt. Wenn also der Hans den Fritz schlägt, ist Hans das Subjekt und Fritz das Objekt. Wenn aber der Fritz den Hans schlägt, ist die Verteilung der erkenntnistheoretischen Relation genau umgekehrt. Es ist also so, daß nicht nur im Falle von Bild 1, sondern auch im Falle von Bild 2 ein beobachtetes System vorliegt, da sonst die Differenz zwischen Außen und Innen des Hauses gar nicht darstellbar wäre. Nur ist das Beobachtersubjekt in Bild 1 Teil der abgebildeten Situation und in Bild 2 nicht. Es handelt sich also nicht um die Differenz zwischen Beobachtersubjekt und Nicht-Beobachtersubjekt, sondern um diejenige zwischen manifestem und opakem Beobachtersubjekt.

Literatur

Steinbuch, Karl, Automat und Maschine. 4. Aufl. Berlin 1971

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-V. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics 2012

Zur Subjektabhängigkeit der Logik

1. In Toth (2016a, b) hatten wir gezeigt, daß die Differenzen zwischen Vorn und Hinten, Links und Rechts, Oben und Unten sowie diejenige zwischen Außen und Innen entgegen der Behauptung der Kybernetik (vgl. Steinbuch 1971, S. 8) rein ontisch und nicht von einem Beobachtersubjekt abhängig sind. Ein solches Beobachtersubjekt ist innerhalb der Informationstheorie, die ja wie alle mathematischen Disziplinen auf dem Boden der 2-wertigen aristotelischen Logik steht, gar nicht formal faßbar, da bereits die oben genannten Basisdichotomien die beiden Positionen des logischen Basisschemas $L = [P, N]$ (mit P für Position und N für Negation) ausfüllen.

2. Man kann sich allerdings die Frage stellen, ob die stets supponierte 3-wertige Relation

$$\Sigma$$
$$\downarrow$$
$$W = [X, Y],$$

welche also auf der Präsenz eines Subjektes beruht, das allerdings nicht Teil der Basisdichotomie $W = [X, Y]$ ist, überhaupt eine Existenzberechtigung hat. Beispielsweise ist es klar, daß ein Subjekt ein Haus von Vorn oder von Hinten, von Links oder von Rechts, usw. betrachten kann, aber entscheidend sind hier zwei Dinge: 1. durch den Einfluss des Subjektes Σ ändert sich nichts am Objekt Ω . 2. die oben genannten Basisdichotomien sind der Betrachtung durch Σ vorgegeben und daher absolut.

3. Andererseits sollte man nicht vergessen, daß der Begriff des Objektes selbst mit dem Begriff des Subjektes eine Basisdichotomie bildet, d.h. $W = [X, Y]$ erfüllt. Da es keine eindeutig determinierbare Synthese von Subjekt und Objekt gibt, gilt notwendig entweder

$$\Omega^* = [\Omega, \Sigma]$$

oder

$$\Sigma^* = [\Sigma, \Omega].$$

Beide Definitionen stellen allerdings bereits Verstöße gegen das Fundierungsaxiom der Mengentheorie dar, welches unmittelbar aus dem Grundgesetz des Tertium non datur folgt, denn in Ω^* ist das Objekt und in Σ^* ist das Subjekt sowohl im Definiens als auch im Definiendum enthalten.

Daß ferner aus dem Tertium-Gesetz ebenfalls die Isomorphismen

$$L = [P, N] \cong \Omega^* = [\Omega, \Sigma]$$

$$L = [P, N] \cong \Sigma^* = [\Sigma, \Omega]$$

folgen, stellt einen weiteren Verstoß gegen das Tertiumgesetz dar, da die Isomorphismen nun doppeldeutig sind. Ferner muß das Subjekt die Position der Negation einnehmen, da die Objektposition P für das Objekt reserviert ist. Damit ergibt sich ein weiterer Widerspruch zur oben dargestellten 3-stelligen Relation, insofern das Subjekt zwar vermöge seiner Isomorphie mit der Negation Teil von L ist, aber gleichzeitig außerhalb der Dichotomie $L = [P, N]$ steht.

4. Wie bereits in Toth (2015a, b) ausführlich aufgezeigt wurde, liegt der Grund für diese Verstöße gegen die 2-wertige Logik einfach darin, daß diese mit absoluten, d.h. objektiven Objekten statt mit subjektiven Objekten operiert. Objektive Objekte sind uns aber ontisch gesehen nicht zugänglich, weil wir sie ja nur als Subjekte wahrnehmen können und die Möglichkeit, daß die Objekte durch die Subjektwahrnehmung erzeugt werden, unsinnig ist. Es ist somit statt von objektiven und subjektiven Objekten auszugehen. Daraus folgt unmittelbar die Nicht-Isomorphie der logischen Negation mit dem erkenntnistheoretischen Subjekt. Man kann dies sehr schön anhand der beiden folgenden Aussagen aufzeigen.

- (1) Die Radon-Transformation hat keinen praktischen Nutzen.
- (2) Die Radon-Transformation hat einen praktischen Nutzen.

Nach 1917, als der österreichische Mathematiker Johann Radon seine später nach ihm benannten Integraltransformationen veröffentlicht hatte, war man sich, wie aus der Geschichte der Mathematik bekannt ist, darüber einig, daß hier zwar eine mathematisch höchst interessante Entdeckung vorliegt, aber

man war sich ebenfalls darüber einig, daß sie keinerlei praktische Anwendung hat. Zu diesem Zeitpunkt $t = 0$ galt also

$$W(1) = P$$

und folglich

$$W(2) = N$$

d.h. auf die Aussage (1) wurde der Wahrheitswert "wahr" und folglich auf die Aussage (2) der Wahrheitswert "falsch" abgebildet. Erst viele Jahrzehnte später, als die Computer-Tomographen eingeführt wurden, zeigte sich jedoch, daß

$$W(1) = N$$

und folglich

$$W(2) = P$$

gilt, d.h. zum Zeitpunkt $t \neq 0$ galt die genau konverse Abbildung von Wahrheitswerten auf die beiden Aussagen (1) und (2). Diese Widersprüche erklären sich somit allein dadurch, daß die Beurteilung, was wahr und was falsch ist, natürlich trivialerweise – und über die beiden Aussagen hinweg im allgemeinen Sinne – subjektabhängig ist, d.h. daß für die logische Dichotomie nicht das eingangs skizzierte und bis heute allein-gültige Schema, sondern die Funktion

$$L = [P, N] = f(\Sigma)$$

gelten muß. Das Subjekt muß somit Teil von L sein und darf also nicht mit der Negation koinzidieren. Das Subjekt bildet damit den Rand einer 3-stelligen, der aristotelischen Logik widersprechenden neuen Relation

$$L^* = [P, \Sigma, N]$$

mit den beiden perspektivisch geschiedenen Möglichkeiten

$$\Sigma = R[P, N]$$

$$\Sigma = R[N, P],$$

wobei natürlich

$R[P, N] \neq R[N, P]$

gilt, was bereits anhand der beiden Aussagen (1) und (2) gezeigt wurde.

Literatur

Steinbuch, Karl, Automat und Maschine. 4. Aufl. Berlin 1971

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Logik von Hermann Hermann. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Subjektperspektive ontischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Adjazenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Jenseits von Wahr und Falsch

1. Die zweiwertige aristotelische Logik basiert, wie allgemein bekannt ist, auf den zwei Wahrheitswerten Wahr oder 0 und Falsch oder 1 und läßt sich durch die dichotomische Relation

$$L = [0, 1]$$

darstellen. Nun hatte bereits Gotthard Günther festgestellt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Das bedeutet aber, daß gilt

$$[0, 1] \cong [1, 0]$$

und sogar, da L keine geordnete Menge ist,

$$[0, 1] = [1, 0]$$

gelten muß. Der Grund für die Austauschbarkeit der Werte beruht darin, daß 0 das objektive Objekt und 1 das subjektive Subjekt darstellt, da das Gesetz des Tertiums non datur die beiden möglichen "gemischten" erkenntnistheoretischen Kategorien des subjektiven Objekts und des objektiven Subjekts zum vornherein ausschließt.

2. Tatsächlich aber ist es so, daß uns weder objektive Objekte noch subjektive Subjekte zugänglich sind. Denn ein Objekt, das wahrgenommen wird, wird immer durch ein Subjekt wahrgenommen, und somit bekommt das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile. Dasselbe gilt für ein Subjekt, denn wir können nicht nur andere Subjekte, sondern auch uns selbst immer nur als Objekte wahrnehmen. Schreiben wir oO , sO , oS und sS für die vier erkenntnistheoretischen logischen Funktionen, bedeutet dies, daß

$$L = [oO, sS]$$

durch

$$L = [s0, oS]$$

ersetzt werden muß. Mathematisch kann man Subjektanteile von Objekten und Objektanteile von Subjekten durch den bereits in Toth (2014) eingeführten Einbettungsoperator E

$$E: \quad x \rightarrow [x]$$

definieren. Wendet man E auf L an, dann bekommt man zunächst vier mögliche neue Wertkonstellationen

$$E \rightarrow L =$$

$$[0, [1]] \quad [[1], 0]$$

$$[[0], 1] \quad [1, [0]],$$

d.h. die beiden nun durch

$$0 := s0$$

$$1 := oS$$

interpretierten Werte können sowohl eingebettet als auch nicht-eingebettet an beiden logischen Positionen erscheinen. Die zweiwertige Basis der aristotelischen Logik wird somit durch $f: (E \rightarrow L)$ nicht angetastet.

3. Man kann nun diese vier Wertkonstellationen subjektiver Objekte und objektiver Subjekte wie folgt durch Graphen darstellen.

3.1. $[0, [1]]$

$$0 \rightarrow \emptyset$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\emptyset \rightarrow 1$$

3.3. $[[0], 1]$

$$\emptyset \rightarrow 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$0 \rightarrow \emptyset$$

3.2. $[[1], 0]$

$$\emptyset \rightarrow 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$1 \rightarrow \emptyset$$

3.4. $[1, [0]]$

$$1 \rightarrow \emptyset$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$\emptyset \rightarrow 0.$$

Wie man leicht bemerkt, sind damit aber die Positionen von 0 und 1 innerhalb dieser 4 "Wertfelder" keineswegs ausgeschöpft, denn es gibt die folgenden 8 weiteren Wertfelder. Man beachte, daß sich diese im Gegensatz zu den vorstehenden 4 nicht durch lineare Einbettungsschemata notieren lassen.

3.5.

0 → ∅

↓ ↓

1 → ∅

3.6.

1 → ∅

↓ ↓

0 → ∅

3.7.

∅ → 0

↓ ↓

∅ → 1

3.8.

∅ → 1

↓ ↓

∅ → 0

Wie man bemerkt, sind damit die vertikalen Positionen von 0 und 1 in den Wertfeldern ausgeschöpft.

3.9.

0 → 1

↓ ↓

∅ → ∅

3.10.

1 → 0

↓ ↓

∅ → ∅

3.11.

∅ → ∅

↓ ↓

0 → 1

3.12.

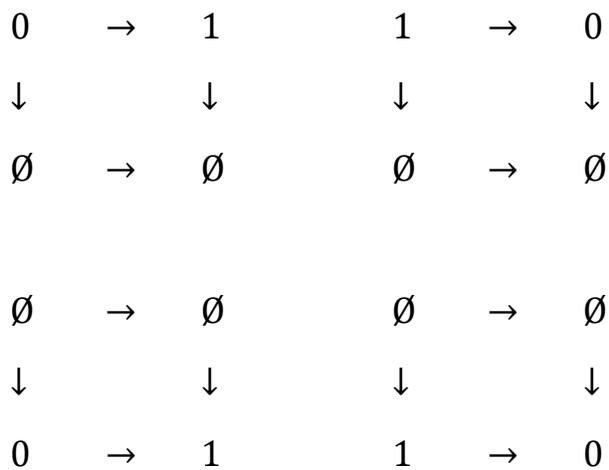
∅ → ∅

↓ ↓

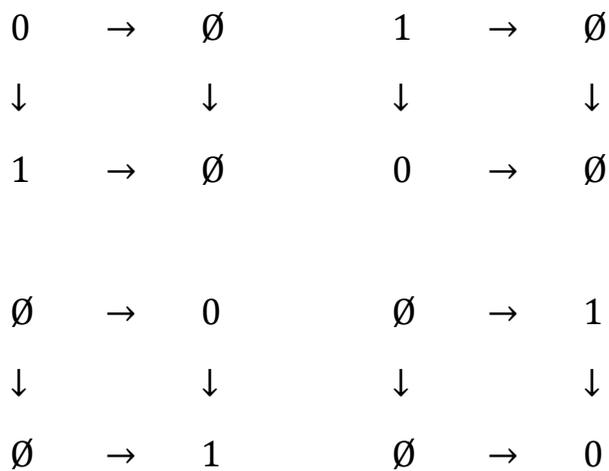
1 → 0

Wie man bemerkt, sind damit die horizontalen Positionen von 0 und 1 in den Wertfeldern ausgeschöpft. Ferner erkennt man, daß mit den ersten 4 Wertfeldern, die den vier Einbettungsstrukturen korrespondieren, auch die diagonalen Positionen von 0 und 1 in den Wertfeldern ausgeschöpft sind.

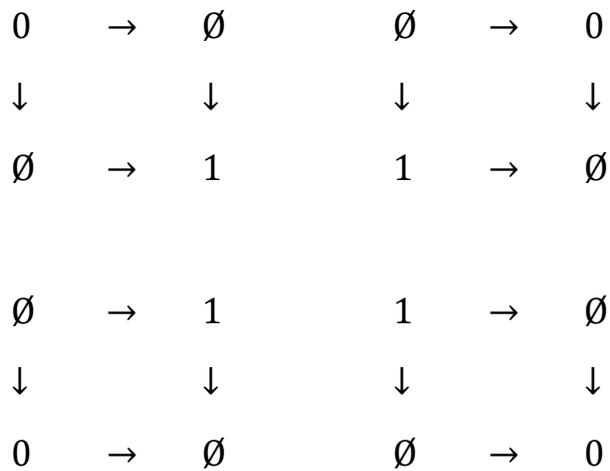
4. Das bedeutet also, daß den 16 dyadischen Wahrheitswertfunktionen der auf $L = [0, 1]$ aufgebauten Logik 12 dyadische Wahrheitswertfelder der auf der Abbildung $f: E \rightarrow L$ aufgebauten Logik korrespondieren. Da für die letztere oO und sS durch sO und oS ersetzt sind, sind allerdings die Werte 0 und 1 in den 12 Wahrheitswertfeldern nicht mehr relativ zu logischer Wahrheit und Falschheit unterscheidbar, denn es gilt ja z.B. $[0, [1]] = (W = f(F))$ und $[[1], 0] = (F = f(W))$. Wir befinden uns vermöge der Funktion $f: E \rightarrow L$ somit "Jenseits von Wahr und Falsch". Ferner sind die quadratischen Felder, die wir hier in Analogie zur klassischen Logik als Wahrheitswertfelder bezeichnet hatten, eher Zahlenfelder bzw. sie geben die Zählweisen der funktionalen, voneinander abhängigen Wahrheitswerte an, insofern die 4 Felder



genau den Zählschemata der adjazenten Zählweise,
die 4 Felder



genau den Zählschemata der subjazenten Zählweise,
und die 4 Felder



genau den Zählschemata der transazenten Zählweise, wie sie im Rahmen der qualitativen Arithmetik der ortsfunktionalen Peanozahlen eingeführt worden waren (vgl. Toth 2015a-c), entsprechen.

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Realer Schmutz und spirituelle Reinheit

1. Ich bin fest davon überzeugt, daß der folgende längere Passus aus Benses brilliantem Buch "Die Theorie Kafkas" (1952) zur Zeit, da er geschrieben wurde, von praktisch niemandem verstanden wurde und daß er rund zehn Jahre später, da in Stuttgart die Entwicklung der Semiotik aus dem Geiste der Kybernetik begann, sich niemand mehr an diesen Passus erinnerte. Diese Vermutung scheint mir Grund genug zu sein, den Passus ungekürzt an dieser Stelle wiederzugeben.

Der Geist gewinnt an zunehmender Stärke in dieser Welt, mehr und mehr füllt er sie an, durchtränkt das Fleisch, den Stoff, erhöht die Porosität der Dinge, und das alles wird heißen, daß es im Reiche des Seins menschlicher zugehen wird, weil die Dinge anfangen, sich menschlicher zu gebärden, wenn sie selbst erleuchtet, klar werden. Hegel, auf den muß ich jetzt kommen, hat auf eine ebenso großartige wie verwirrende Weise den theoretischen Charakter unseres Lebens und unserer Intelligenz sichtbar gemacht, und Balzac, das setze ich nun für Kenner hinzu, hat den Triumph der Theorie, man vergegenwärtige sich das Programm der Comédie Humaine, in einer Welt, deren Bestand an Bösem ebenso unerläßlich ist wie der Bestand an Gutem, im Rahmen der Literatur ermöglicht und auf diese Weise zugleich, und das ist es, worum es hier geht, den Primat der Explikation der Werte vor den Werten selbst herausgestellt. Seither zeichnet sich mit zunehmender Deutlichkeit eine frivole Differenz zwischen realer Konfusion und spiritueller Ordnung, zwischen realem Schmutz und spiritueller Reinheit ab. Der geistige Mensch wird definierbar als ein Wesen, das eher eine reale Konfusion und einen realen Schmutz als eine spirituelle Unordnung oder eine spirituelle Unsauberkeit erträgt. Er verteidigt beständig eine Welt, in der die geistigen Mißverhältnisse schwerer wiegen als die materiellen. (Bense 1952, S. 7 f.)

2. Im folgenden geht es um die Dichotomie von "realem Schmutz" und "spiritueller Reinheit". Es dürfte klar sein, daß Bense, was die spirituelle Reinheit betrifft, bereits in seinem frühen Buch die Semiotik im Sinne hat, denn man liest etwa den weitreichenden Satz: "Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den

Verlust der Realität" (Bense 1952, S. 80). Nur scheint Bense zu vergessen, daß nicht nur die Repräsentation von Zeichen, sondern auch die Präsentation von Objekten das Subjekt voraussetzen, d.h. die Welt wird nicht durch ihre Semiotisierung menschlicher, sondern sie ist es bereits, da die Begriffe Objekt und Subjekt selbst eine Dichotomie bilden und also ein subjektloser Objektbegriff genauso ausgeschlossen ist wie ein objektloser Subjektbegriff. So definiert Bense fünfzehn Jahre nach der "Theorie Kafkas" in seinem ersten semiotischen Buch das Zeichen ausdrücklich als "Metaobjekt" (Bense 1967, S. 9). Er setzt axiomatisch die Vorgegebenheit des Objektes voraus, auf welches ein Zeichen abgebildet wird. Daraus folgt nicht mehr und nicht weniger, als daß es in dieser Welt nicht nur Zeichen, sondern auch Objekte, d.h. nicht nur spirituelle Reinheit, sondern auch realen Schmutz gibt. Der reale Schmutz wird aber schnell beseitigt, denn sobald das Zeichen eingeführt ist, ist es transzendent von seinem Objekt geschieden, und dieses lebt nur noch in der Form von "Objektbezügen", d.h. Relationen und also nicht Gegenständen, fort. Die höchste Stufe einer solchen Semiotik wurde dann 1983 von Bense in dessen Buche "Das Universum der Zeichen" formuliert, eines Universums nämlich, das vermöge die drei modelltheoretischen Axiome der Extensivität, Monotonie und Abgeschlossenheit selbstkonsistent ist, also genauso wie die Logik, die Modelltheorie als ihre Semantik und die auf ihnen aufbauende Mathematik.

3. Leider ist diese Auffassung jedoch beweisbar falsch, denn die Vorstellung eines semiotischen Universums wird nicht nur bereits dadurch ausgeschlossen, daß ja gemäß Benses eigener Einführung des Zeichens ein Objekt der Zeichensetzung vorgegeben sein muß, sondern vor allem dadurch, daß die thetische Setzung von Zeichen ein willentlicher, intentionaler Akt ist. In Sonderheit wird also durch bloße Wahrnehmung ein Objekt noch nicht zum Zeichen, da die Wahrnehmung unwillentlich und nicht-intentional ist. Wie ich zuletzt in Toth (2016) gezeigt hatte, sitzt das Problem jedoch tiefer, genauer gesagt in der logischen Basis der Semiotik, die natürlich zweiwertig-aristotelisch ist und auf der Dichotomie $L = [0, 1]$ beruht, darin 0 das objektive Objekt und 1 das subjektive Subjekt bezeichnet, denn die beiden gemischten Kategorien des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes sind ja durch den Satz des Tertium non datur a priori ausgeschlossen. Tatsächlich ist aber das Domänenobjekt der Metaobjektivierung immer ein wahrgenommenes Objekt,

selbst dann, wenn es ein nur "vorgestelltes", d.h. kein "reales", sondern ein "ideales" Objekt ist, d.h. es ist ein subjektives Objekt. Und das Zeichen, insofern es Bezug nimmt auf dieses subjektive Objekt, ist als Codomänenelement der Metaobjektivierung ein dazu duales objektives Subjekt. Wahrgenommene Objekte sind somit, um es noch deutlicher zuzusagen, subjektive Objekte, da es Objekte sind, welche durch Subjekte wahrgenommen werden. Zeichen hingegen sind objektbestimmte Subjekte, d.h. objektive Subjekte, denn bei der Wahrnehmung ist unvermeidbar, daß das wahrgenommene Objekt Subjektanteile und das wahrnehmende Subjekt Objektanteile erhält. Damit wird natürlich auch die Dichotomie von realem Schmutz und spiritueller Reinheit, die ja der logischen Dichotomie L isomorph ist, zu Gunsten der neuen Dichotomie der Vermittlung $V = [\text{subjektives Objekt, objektives Subjekt}]$ relativiert. Jedes Objekt bekommt dadurch seinen Teil an spiritueller Reinheit, indem es von einem Subjekt wahrgenommen wird, und jedes Zeichen erhält seinen Teil an realem Schmutz, indem es ein Objekt bezeichnet.

Literatur

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Jenseits von Wahr und Falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Einführung in die elementare qualitative Arithmetik

1. In der quantitativen Mathematik gibt es nur eine einzige Zählweise, die lineare, welche durch die Peano-Axiome festgelegt ist. Weshalb dies so ist, ist auch den meisten Mathematikern nicht bewußt. Der Grund liegt darin, daß die zweiwertige aristotelische Logik, welche die Grundlage für die quantitative Mathematik bildet, in ihrer Basisdichotomie

$$L = [0, 1]$$

keine Vermittlung zwischen den Werten 0 und 1 zuläßt, d.h. sie sind absolut. Nun hatte bereits Günther festgestellt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Damit gilt natürlich

$$L = [0, 1] = [1, 0] = L^{-1}.$$

0 oder Position und 1 oder Negation (bzw. umgekehrt) stehen also erkenntnistheoretisch für das objektive Objekt einerseits und für das subjektive Subjekt andererseits.

2. Tatsächlich ist es aber so, daß die Begriffe Objekt und Subjekt ohne einander sinnlos sind. Ein Objekt kann nur dann ein solches sein, wenn es ein solches für ein Subjekt ist. Und ein Subjekt kann es nur dann geben, wenn es ein Objekt gibt, von dem es sich unterscheidet. Ontisch gesehen ist es daher nur dann sinnvoll, von einem Objekt zu sprechen, wenn es von einem Subjekt wahrgenommen wird. Durch die Wahrnehmung erhält aber das Objekt – als vom Subjekt Wahrgenommenes – Subjektanteile, und das Subjekt – als das Objekt Wahrnehmendes -. erhält Objektanteile. Es ist daher, wie bereits in Toth (2015a) ausgeführt, nötig, statt von L von einem Quadrupel von L-Funktionen der Form

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_1^{-1} = [[1], 0]$$

$$L_3 = [[0], 1] \quad L_2^{-1} = [1, [0]]$$

auszugehen, die im Gegensatz zu $L = L^{-1}$ paarweise ungleich sind. Man kann diese vier L-Funktionen unter Vernachlässigung der Positionen der Werte in den vier Gleichungen durch

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0)$$

ausdrücken. Je nachdem, ob man 0 oder 1 die erkenntnistheoretische Funktion des Objektes und 1 oder 0 diejenige des Subjektes zuweist, formalisieren daher die beiden letzten Gleichungen das subjektive Objekt und das objektive Subjekt. Rein formal wird für die Transformation

$$\tau: L \rightarrow (L_1, L_1^{-1}, L_2, L_2^{-1})$$

lediglich ein Einbettungsoperator der Form

$$E: x \rightarrow [x] \text{ (mit } x \in (0, 1))$$

benötigt, d.h. kein dritter Wert, welcher als (substantielles) Tertium die aristotelische Basis der Logik zerstört. Wenn man E als Tertium bezeichnen will, dann handelt es sich um ein differentielles Tertium, das tatsächlich innerhalb der aristotelischen Logik nicht vorgesehen ist.

3. Wie man sieht, spielt innerhalb des Quadrupels von L-Funktionen allerdings nicht nur die Tatsache, ob ein Wert eingebettet oder nicht-eingebettet ist, eine Rolle, sondern auch, wo der Wert, d.h. die Zahl, steht, denn wie bereits gesagt, gilt

$$[0, [1]] \neq [[1], 0]$$

$$[[0], 1] \neq [1, [0]]$$

$$[1, [0]] \neq [[0], 1]$$

$$[[1], 0] \neq [0, [1]].$$

Jede Zahl ist somit nicht nur von E, sondern auch von einem Ort ω abhängig, d.h. für jede Peanozahl x gilt

$$x = f(E, \omega),$$

und diese Abhängigkeit ist es, was sie zur qualitativen Zahl macht (vgl. Toth 2015b-d) und nicht etwa die Orthogonalität von Paaren von Peanozahlen (vgl. Günther 1991, S. 419 ff.). In der in diesem Aufsatz zu skizzierenden qualitativen Arithmetik erhält man für Paare von Peanozahlen $P = (x, y)$ unter Anwendung von $x = f(E, \omega)$ und $y = f(E, \omega)$ statt der einen, linearen Zählweise der quantitativen Arithmetik drei Zählweisen mit je acht verschiedenen qualitativen Zahlen.

3.1. Sind x und y linear, so liegt die adjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & y_j & y_i & x_j \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 y_j & x_i & x_j & y_i \\
 \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 x_i & y_j & y_i & x_j
 \end{array}$$

3.2. Sind x und y orthogonal, so liegt die subjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j \\
 y_i & \emptyset_j & \emptyset_i & y_j
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset_j & x_i & x_j & \emptyset_i \\
 \emptyset_j & y_i & y_j & \emptyset_i
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 y_i & \emptyset_j & \emptyset_i & y_j \\
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j
 \end{array}$$

3.3. Sind x und y diagonal, so liegt die transjazente Zählweise vor

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j \\
 \emptyset_i & y_j & y_i & \emptyset_j
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset_j & x_i & x_j & \emptyset_i \\
 y_j & \emptyset_i & \emptyset_j & y_i
 \end{array}
 \times
 \begin{array}{cccc}
 \emptyset_i & y_j & y_i & \emptyset_j \\
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j
 \end{array}$$

(In diesen Schemata referieren die Indizes auf die Subjektstandpunkte. Diese ermöglichen die Kompatibilisierung unserer qualitativen Arithmetik mit der von Kronthaler geschaffenen Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986), die auf der polykontexturalen Logik beruht, welche ein Verbundsystem von zweiwertigen aristotelischen Logiken ist und jedem Subjekt seine eigene zweiwertige Logik zugesteht. Da hier aber nur das Subjekt iterierbar ist, während das Objekt, wie Hegel sagte, totes Objekt bleibt, gibt es in der Mathematik der Qualitäten im Gegensatz zu unserer qualitativen Arithmetik keine Vermittlung der Werte innerhalb der auch in der Mathematik der Qualitäten unangetasteten Dichotomie $L = [0, 1]$.)

4. In der qualitativen Arithmetik kann also jede Peanozahl x vermöge $x = f(E, \omega)$ entweder adjazent, subjazent oder transjazent gezählt werden, wobei es acht Möglichkeiten in jeder der drei Zählweisen gibt. Das bedeutet, daß bereits die elementare und nur quantitativ eindeutige Peano-Addition $(0 + 1)$ qualitativ in 24 Möglichkeiten mehrdeutig ist. Jede qualitative Zahl ist somit in der allgemeinen Form

$X_{n, m}$

notierbar, darin n den Wert von E und m den Wert von ω angibt. Die quantitative Addition $(0 + 1)$ ist somit ein Spezialfall für $n = m$. Beschränken wir uns zur Illustration auf das L-Quadrupel, so erhält man zunächst die folgenden Ungleichungen

$$[0, [1]] \neq [[1], 0] \rightarrow (0, 1_{-1}) \neq (1_{-1}, 0)$$

$$[[0], 1] \neq [1, [0]] \rightarrow (0_{-1}, 1) \neq (1, 0_{-1})$$

$$[1, [0]] \neq [[0], 1] \rightarrow (1, 0_{-1}) \neq (0_{-1}, 1)$$

$$[[1], 0] \neq [0, [1]] \rightarrow (1_{-1}, 0) \neq (0, 1_{-1}).$$

Damit entsteht allerdings eine Ambiguität zwischen Subjazenz und Transjazenz, denn z.B. kann $(0, 1_{-1})$

0

1

oder

0

1

bedeuten. Daher muß auch bei Zahlenpaaren mit festgelegter Ordnung nicht nur die E-, sondern auch die ω -Position indiziert werden, d.h.

0

1 = $(0_{n,m}, 1_{n-1,m})$,

aber

0

1 = $(0_{n,m}, 1_{n-1,m+1})$,

wogegen

0

1 = $(0_{n,m}, 1_{n-1,m-1})$, usw.

Es ist somit möglich, alle 3 mal 8 Zählweisen der qualitativen Arithmetik für jede quantitative Peanozahl x durch $x = f(E, \omega)$ qualitativ darzustellen. Da ferner alle 24 Zählweisen paarweise voneinander verschieden sind, ist die Abbildung von quantitativen auf qualitative Zahlen bijektiv. Man braucht also nicht wie in der Mathematik der Qualitäten auf die Korzybski-Mehrdeutigkeit auszuweichen, welche dazu führt, daß kein einziger Satz der Mathematik der Qualitäten beweisbar ist. Dagegen werden alle Sätze einer qualitativen Mathematik, welche auf der Basis der qualitativen Arithmetik errichtet werden wird, auch beweisbar sein.

Literatur

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl.
Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

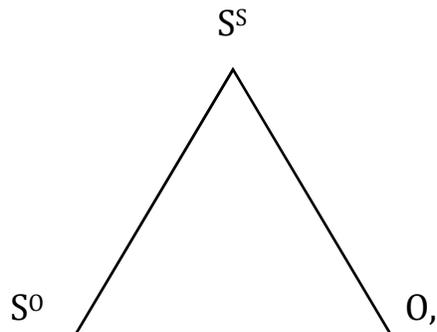
Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Die Relationen der quantitativen und der qualitativen zweiwertigen Logik

1. Zu den vielen Widersprüchen in Gotthard Günthers Werk gehört das folgende, hier aus Günther (1976, S. 337) vereinfacht wiedergegebene erkenntnistheoretische Dreiecksmodell



in dem lediglich zwischen subjektivem und objektivem Subjekt, nicht aber zwischen objektivem und subjektivem Objekt unterschieden wird, wogegen die vollständige, auf einer Matrix der Form

	O	S
O	OO	OS
S	SO	SS

basierende Unterscheidung in Günther (1976, S. 262) vorhanden ist. Mit diesem Widerspruch ist es jedoch nicht getan, denn beide Modelle, die auf "gemischten" Kategorien beruhen, sind nach Günthers eigener Theorie ausgeschlossen, denn "die klassische Logik gilt an allen ontologischen Stellen des Universums" (1976, S. 131). "Eine nicht-aristotelische, trans-klassische Logik ist also ein Stellenwertsystem der klassischen Logik" (1976, S. 132). Einfacher gesagt: Die Günther-Logik ist ein Verbundsystem, das jedem Subjekt seine eigene zweiwertige Logik zugesteht, deren Relationen durch Transjunktionen bestimmt sind, aber innerhalb jeder aristotelischen Logik für jedes Subjekt bleibt die Basisdichotomie $L = [0, 1]$, in der bekanntlich das Gesetz des Tertium non datur gilt, weiterhin unangetastet bestehen. Daraus folgt, daß es nur dann sinnvoll wäre, von subjektiven Objekten und von objektivem Subjekten zu sprechen, wenn mindestens zwei verschiedene Subjekte und damit zwei

verschiedene logische Kontexturen involviert wären. Das ist jedoch in beiden obigen Güntherschen Modellen nicht der Fall.

2. Hingegen basiert die von uns skizzierte qualitative Arithmetik (vgl. Toth 2016) auf einer Logik, in der die Dichotomie $L = [0, 1]$ zu Gunsten einer Quadrupelrelation

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_3 = [[1], 0]$$

$$L_2 = [[0], 1] \quad L_4 = [1, [0]]$$

relativiert ist. Gibt man also die Konzeption absoluter Objekte und Subjekte auf, so erscheinen subjektives Objekt und objektives Subjekt in je zwei Varianten, die sich durch die Belegung ihrer ontischen Orte unterscheiden. Wir können im Anschluß an die quantitative aristotelische Logik festsetzen

0 := Objekt

1 := Subjekt,

dann sind die Werte 0 und 1 nicht austauschbar und enden nicht in einer monadischen Logik (vgl. Günther 1991, S. 434), die entweder nur 0 und seine Reflexion oder nur 1 und seine Reflexion kennt, sondern in der Logik der Form

$$L = f(\omega, E),$$

darin ω den ontischen Ort und E den Einbegriffsgrad angeben. E bestimmt somit nach unserer Konzeption die funktionale Abhängigkeit von Objekt und Subjekt. Damit bekommen wir

$$L_1 = [O, [S]] \quad L_3 = [[S], O]$$

$$L_2 = [[O], S] \quad L_4 = [S, [O]],$$

die man wie folgt definieren kann

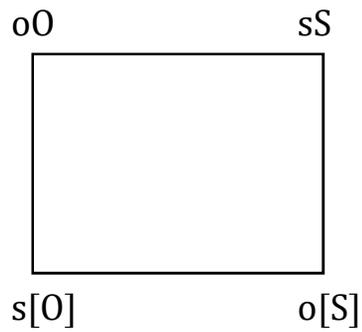
$$\text{subjektive Objekte:} \quad L_1 = [O, [S]] \quad L_3 = [[S], O]$$

$$\text{objektive Subjekte:} \quad L_2 = [[O], S] \quad L_4 = [S, [O]].$$

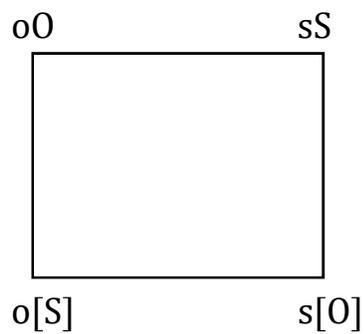
3. Beläßt man $O = oO$ und $S = sS$ aus $L = [0, 1]$, dann kann man diese beiden erkenntnistheoretischen Funktionen unter Verwendung der Quadrupelfunktionen zu zwei Mal $4! = 24$, insgesamt also 48 erkenntnistheoretischen

Quadratmodellen kombinieren, welche die Totalität der relationalen Möglichkeiten des Verhältnisses von quantitativer und qualitativer zweiwertiger Logik angeben.

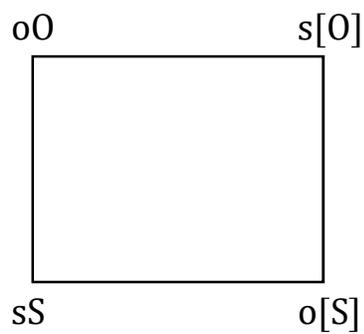
3.1.



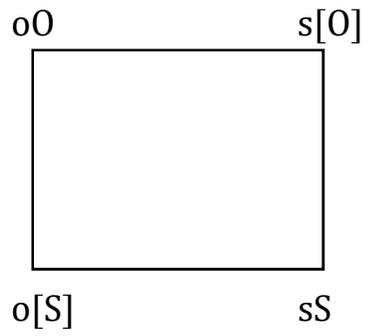
3.2.



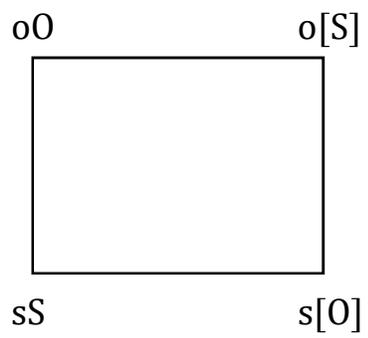
3.3.



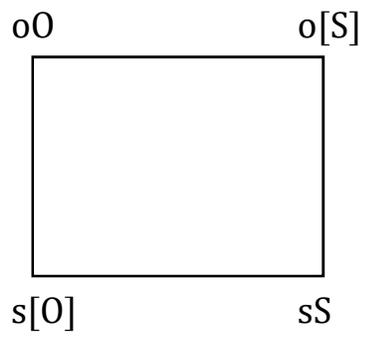
3.4.



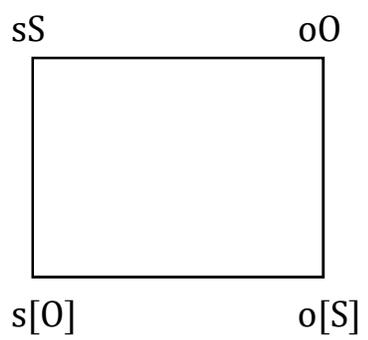
3.5.



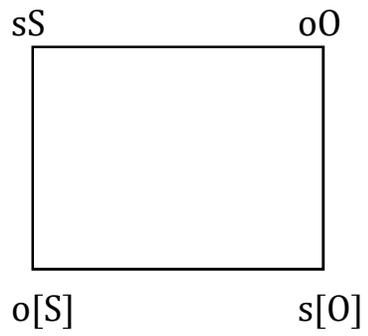
3.6.



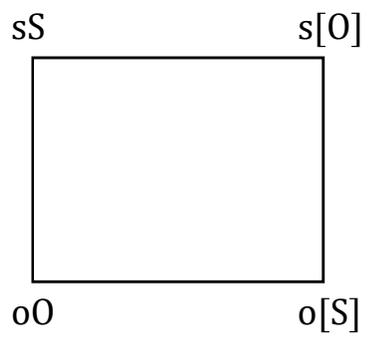
3.7.



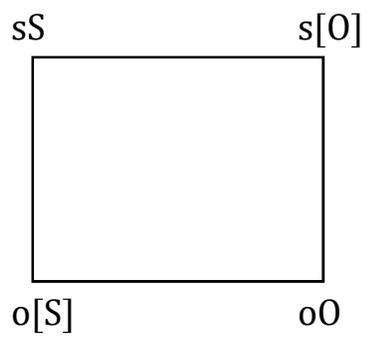
3.8.



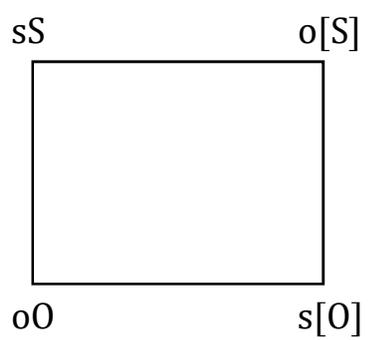
3.9.



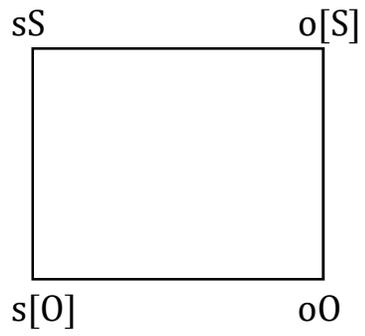
3.10.



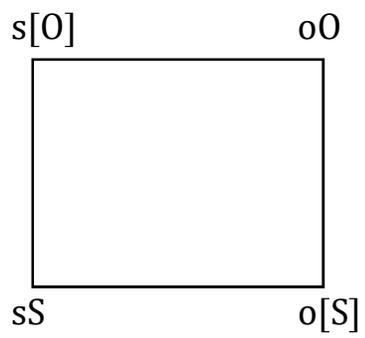
3.11.



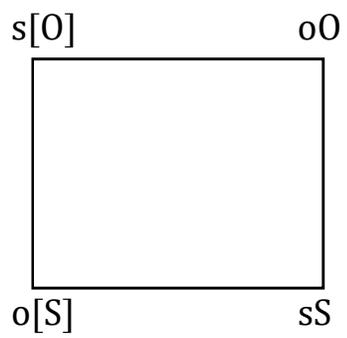
3.12.



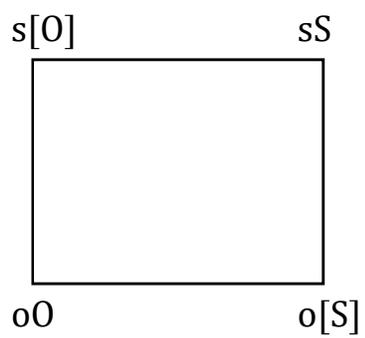
3.13.



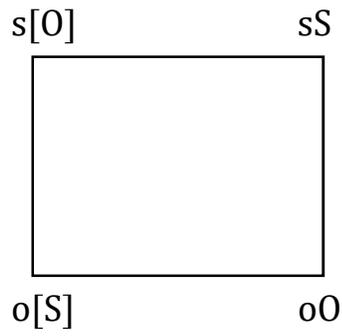
3.14.



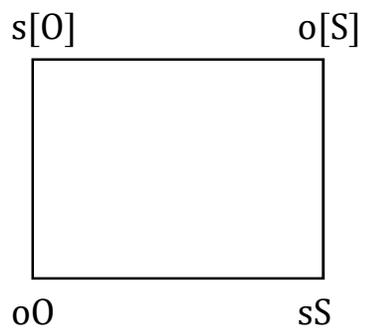
3.15.



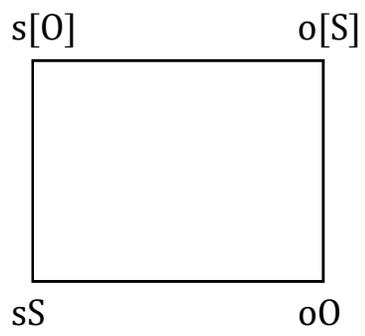
3.16.



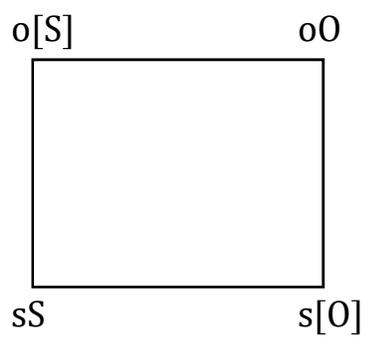
3.17.



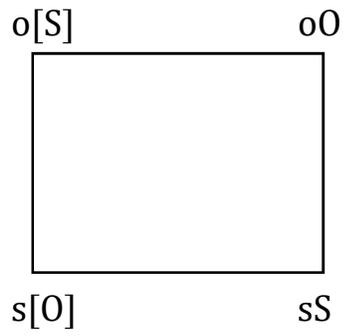
3.18.



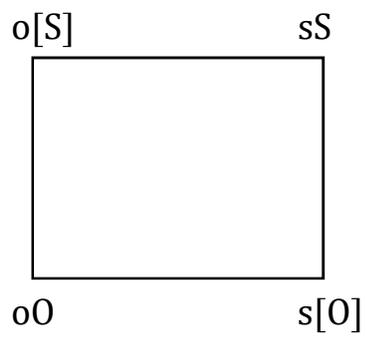
3.19.



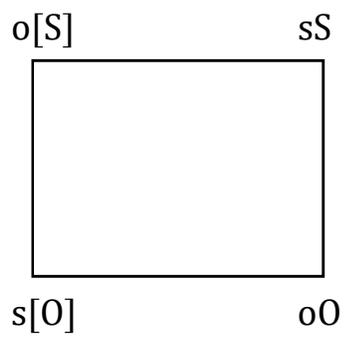
3.20.



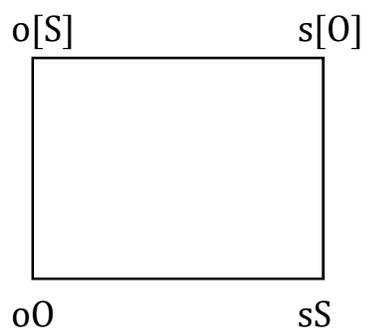
3.21.



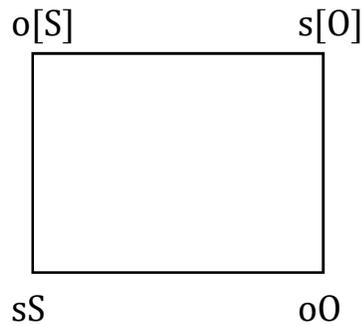
3.22.



3.23.



3.24.



Analog dazu die weiteren 24 relationalen Quadrate mit

$o[S] \rightarrow [S]o$

$s[O] \rightarrow [O]s$.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

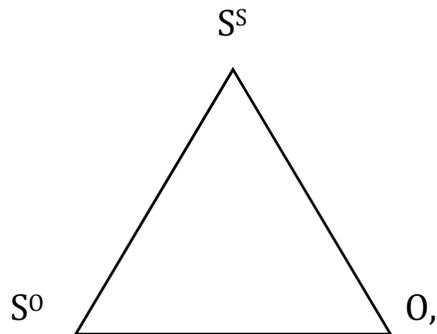
Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Die Relationen der qualitativen zweiwertigen Logik

1. Zu den vielen Widersprüchen in Gotthard Günthers Werk gehört das folgende, hier aus Günther (1976, S. 337) vereinfacht wiedergegebene erkenntnistheoretische Dreiecksmodell



in dem lediglich zwischen subjektivem und objektivem Subjekt, nicht aber zwischen objektivem und subjektivem Objekt unterschieden wird, wogegen die vollständige, auf einer Matrix der Form

	O	S
O	[O]S	OS
S	SO	[S]O

basierende Unterscheidung in Günther (1976, S. 262) vorhanden ist. Mit diesem Widerspruch ist es jedoch nicht getan, denn beide Modelle, die auf "gemischten" Kategorien beruhen, sind nach Günthers eigener Theorie ausgeschlossen, denn "die klassische Logik gilt an allen ontologischen Stellen des Universums" (1976, S. 131). "Eine nicht-aristotelische, trans-klassische Logik ist also ein Stellenwertsystem der klassischen Logik" (1976, S. 132). Einfacher gesagt: Die Günther-Logik ist ein Verbundsystem, das jedem Subjekt seine eigene zweiwertige Logik zugesteht, deren Relationen durch Transjunktionen bestimmt sind, aber innerhalb jeder aristotelischen Logik für jedes Subjekt bleibt die Basisdichotomie $L = [0, 1]$, in der bekanntlich das Gesetz des Tertium non datur gilt, weiterhin unangetastet bestehen. Daraus folgt, daß es nur dann sinnvoll wäre, von subjektiven Objekten und von objektivem Subjekten zu sprechen, wenn mindestens zwei verschiedene Subjekte und damit zwei

verschiedene logische Kontexturen involviert wären. Das ist jedoch in beiden obigen Güntherschen Modellen nicht der Fall.

2. Hingegen basiert die von uns skizzierte qualitative Arithmetik (vgl. Toth 2016a) auf einer Logik, in der die Dichotomie $L = [0, 1]$ zu Gunsten einer Quadrupelrelation

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_3 = [[1], 0]$$

$$L_2 = [[0], 1] \quad L_4 = [1, [0]]$$

relativiert ist. Gibt man also die Konzeption absoluter Objekte und Subjekte auf, so erscheinen subjektives Objekt und objektives Subjekt in je zwei Varianten, die sich durch die Belegung ihrer ontischen Orte unterscheiden. Wir können im Anschluß an die quantitative aristotelische Logik festsetzen

0 := Objekt

1 := Subjekt,

dann sind die Werte 0 und 1 nicht austauschbar und enden nicht in einer monadischen Logik (vgl. Günther 1991, S. 434), die entweder nur 0 und seine Reflexion oder nur 1 und seine Reflexion kennt, sondern in der Logik der Form

$$L = f(\omega, E),$$

darin ω den ontischen Ort und E den Einbegriffsgrad angeben. E bestimmt somit nach unserer Konzeption die funktionale Abhängigkeit von Objekt und Subjekt. Damit bekommen wir

$$L_1 = [O, [S]] \quad L_3 = [[S], O]$$

$$L_2 = [[O], S] \quad L_4 = [S, [O]],$$

die man wie folgt definieren kann

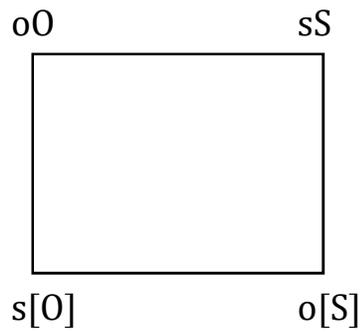
$$\text{subjektive Objekte:} \quad L_1 = [O, [S]] \quad L_3 = [[S], O]$$

$$\text{objektive Subjekte:} \quad L_2 = [[O], S] \quad L_4 = [S, [O]].$$

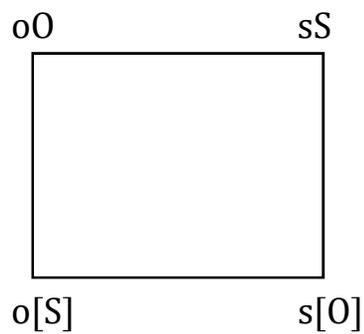
3. Während in Toth (2016b) die 2 mal 24 = 48 relationalen Quadrate des Verhältnisses von quantitativer und qualitativer aristotelischer Logik dargestellt worden waren, ersetzen wir im folgenden die quantitativen logischen

Kategorien oO und sS ebenfalls durch "gemischte" Kategorien, d.h. wir stellen in wiederum $4! = 24$ relationalen Quadraten alle möglichen Relationen des Quadrupels $Q = (L_1, L_2, L_3, L_4)$ dar.

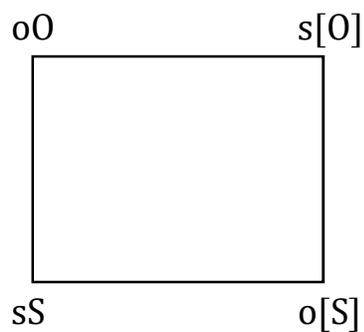
3.1.



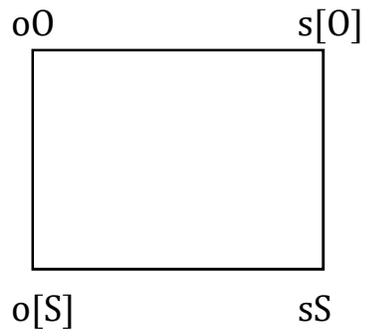
3.2.



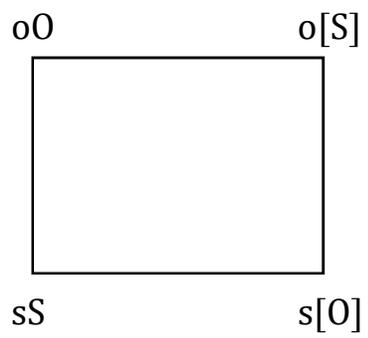
3.3.



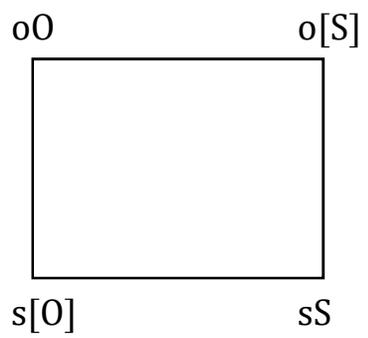
3.4.



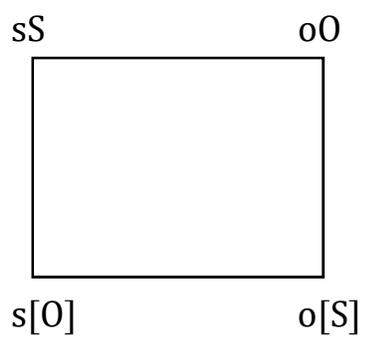
3.5.



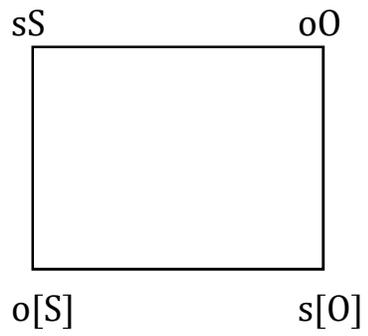
3.6.



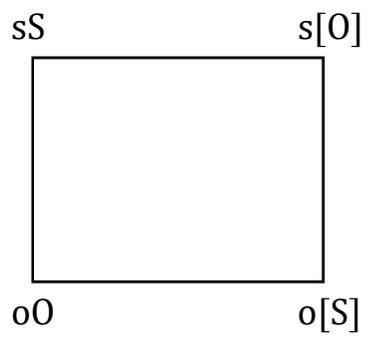
3.7.



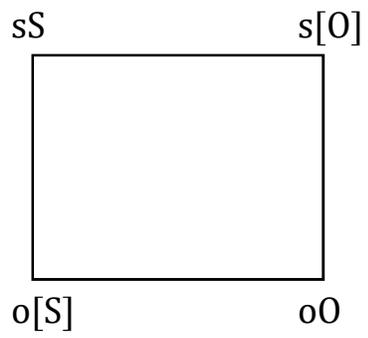
3.8.



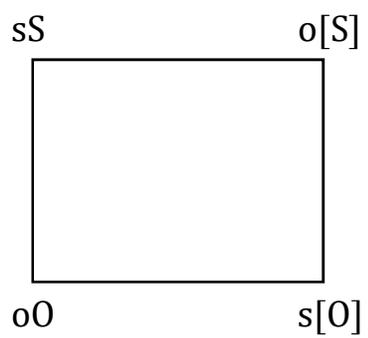
3.9.



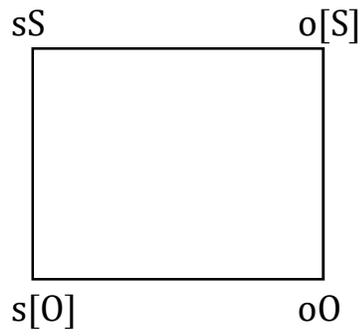
3.10.



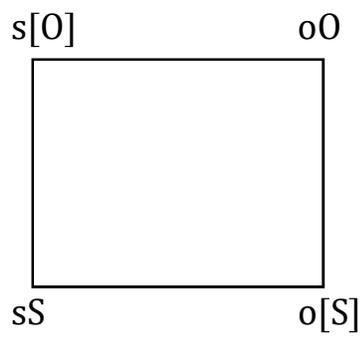
3.11.



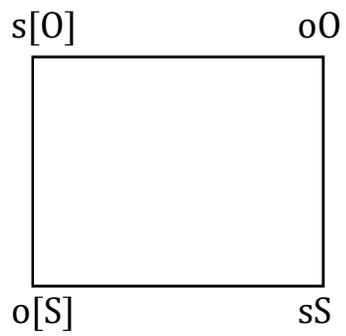
3.12.



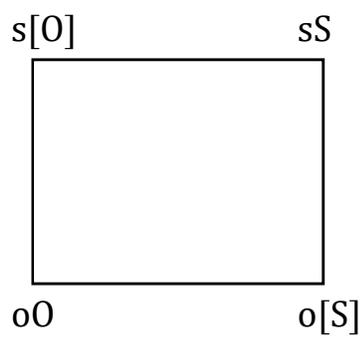
3.13.



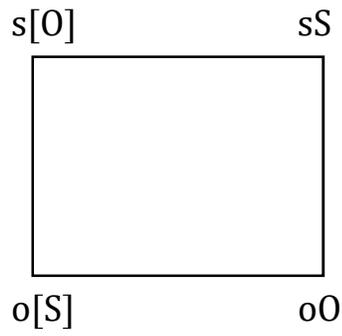
3.14.



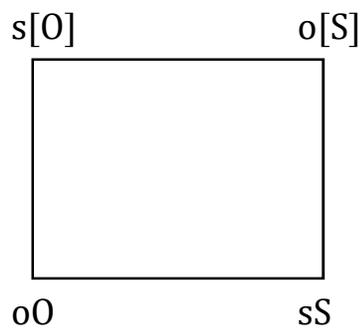
3.15.



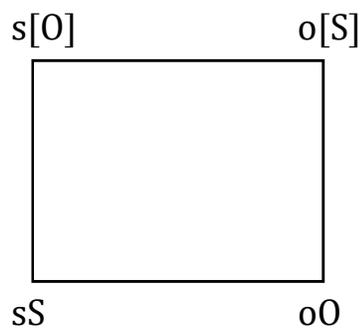
3.16.



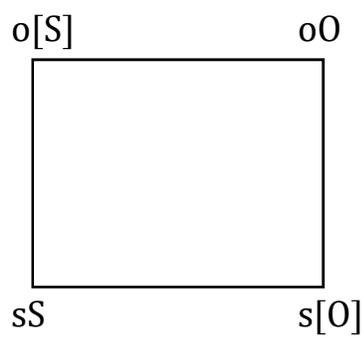
3.17.



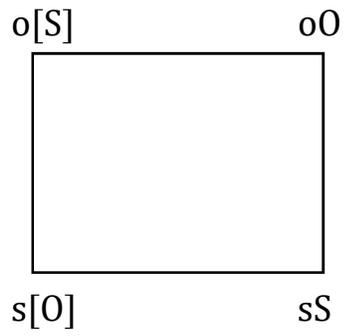
3.18.



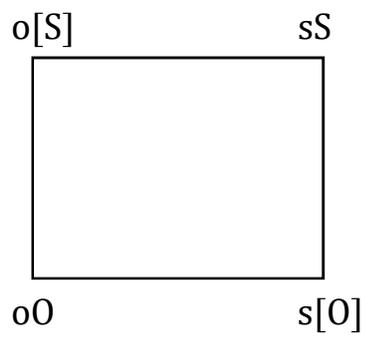
3.19.



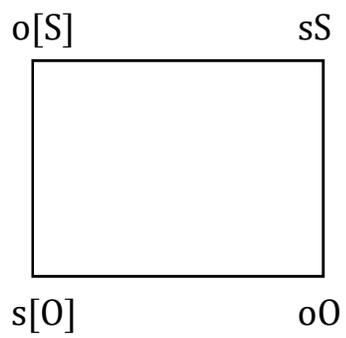
3.20.



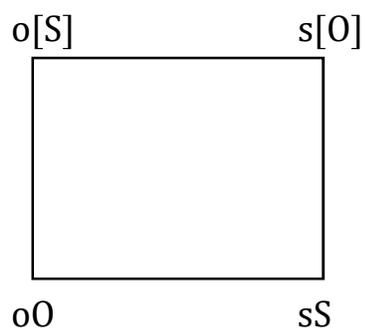
3.21.



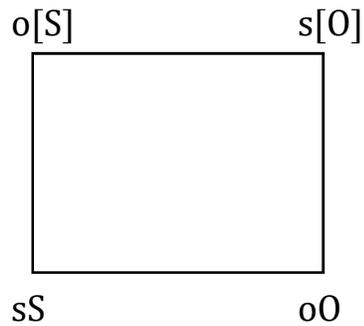
3.22.



3.23.



3.24.



Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Die Relationen der quantitativen und der qualitativen Logik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Kontexturgrenzen zwischen der quantitativen und der qualitativen zweiwertigen Logik

1. In Toth (2016a) hatten wir die Relationen der quantitativen und der qualitativen zweiwertigen Logik in $4! = 24$ relationalen Quadraten angegeben, welche also sowohl die quantitative aristotelische Logik der Form

$$L = [0, 1]$$

als auch die qualitative Logik (vgl. Toth 2015) der Form

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_3 = [[1], 0]$$

$$L_2 = [[0], 1] \quad L_4 = [1, [0]]$$

enthalten. Zur Vereinfachung sehen wir im folgenden von den positionsbedingten Varianten ab, d.h. wir unterscheiden nicht zwischen den je zwei Möglichkeiten für das subjektive Objekt und für das objektive Subjekt

s[0] und [0]s

o[S] und [S]o,

da diese durch die Definition der qualitativen Zahl $P = f(\omega, E)$ induzierte Differenzierung für unsere folgenden Überlegungen keine Rolle spielt.

2. Was wir anhand der 24 relationalen logischen Quadrate bestimmen wollen, sind die Kontexturgrenzen, denn solche bestehen lediglich innerhalb von $L = [0, 1]$, da die aristotelische Logik keine Vermittlung zulässt, und dies ist nur deshalb der Fall, weil das Gesetz des Tertium non datur stets substantiell gemeint ist, d.h. einen dritten Wert verbietet. In der qualitativen und immer noch zweiwertigen Logik findet sich nun zwar ein Tertium, aber dieses ist differentiell, nämlich induziert durch den Einbettungsoperator E von $P = f(\omega, E)$, und dieser erst ermöglicht ja die Ersetzung der Dichotomie von absolutem Objekt und Subjekt durch relatives, d.h. subjektives, Objekt und relatives, d.h. objektives, Objekt. Im folgenden zeigen wir kontextuelle Grenzen an, indem wir die die entsprechenden Relationen anzeigenden Linien zwischen den erkenntnistheoretischen Kategorien rot einfärben.

2.1.

o0 sS



s[0] o[S]

2.2.

o0 sS



o[S] s[0]

2.3.

o0 s[0]



sS o[S]

2.4.

o0 s[0]



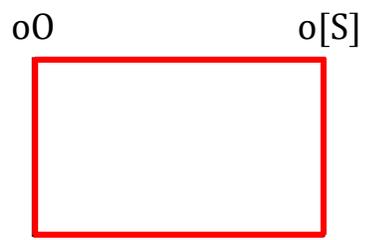
o[S] sS

2.5.



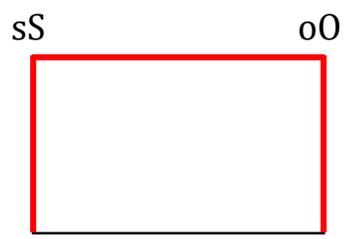
sS $s[0]$

2.6.



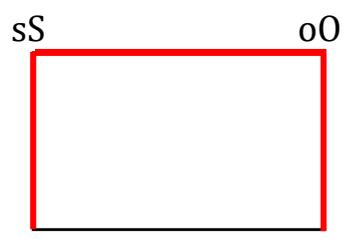
$s[0]$ sS

2.7.



$s[0]$ $o[S]$

2.8.



$o[S]$ $s[0]$

2.9.



oO o[S]

2.10.



o[S] oO

2.11.



oO s[0]

2.12.



s[0] oO

2.13.

s[0] o0



sS o[S]

2.14.

s[0] o0



o[S] sS

2.15.

s[0] sS



o0 o[S]

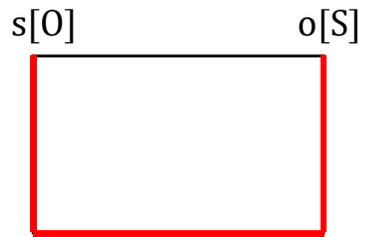
2.16.

s[0] sS



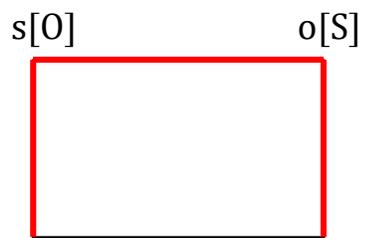
o[S] o0

2.17.



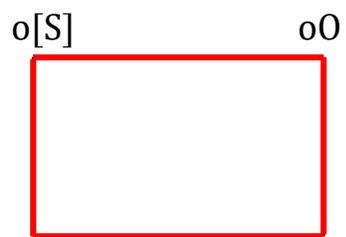
$o0$ sS

2.18.



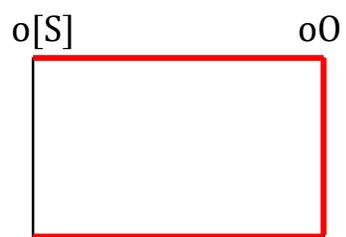
sS $o0$

2.19.



sS $s[0]$

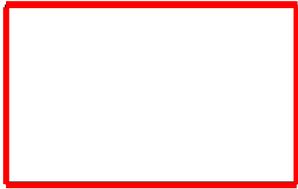
2.20.



$s[0]$ sS

2.21.

o[S] sS



oO s[O]

2.22.

o[S] sS



s[O] oO

2.23.

o[S] s[O]



oO sS

2.24.

o[S] s[O]



sS oO

Keine Kontexturengrenzen finden sich also genau in denjenigen relationalen Quadraten, in denen $s[O]$ und $o[S]$ in einer linearen, d.h. horizontalen oder vertikalen, Relation zueinander stehen, oder, um es mit den Begriffen der qualitativen Arithmetik auszudrücken, wenn $s[O]$ und $o[S]$ adjazent oder subjazent sind. Die Ergebnisse unserer Untersuchung lassen sich somit als Satz der qualitativen Arithmetik formulieren

SATZ. In logischen quadratischen Graphen, deren Ecken durch die quantitativen Kategorien oO und sS sowie durch die qualitativen Kategorien $s[O]$ und $o[S]$ besetzt sind, sind alle Kanten Kontexturgrenzen gdw. $s[O]$ und $o[S]$ transjacent sind.

Literatur

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Die Relationen der quantitativen und der qualitativen zweiwertigen Logik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Kurze Einführung in das Ende abendländischen Denkens

1. Nach Aristoteles ist eine Aussage entweder wahr oder falsch. Ein Drittes, Vermittelndes, gibt es nicht, das ist durch das Grundgesetz des Denkens, das Tertium non datur, geregelt, das mit den beiden anderen Grundgesetzen, demjenigen der Identität und des Verbotenen Widerspruchs, unmittelbar zusammenhängt, denn die gleichzeitige Wahrheit und Falschheit ist ebenso verboten wie die Möglichkeit, daß doppelte Verneinung etwas von Wahrheit und Falschheit Verschiedenes erzeugt. Damit hängt auch der manchmal als viertes Grundgesetz betrachtete Satz vom Zureichenden Grunde zusammen, der besagt, daß jede Folge eine Ursache haben muß.

2. Definiert man die logische Relation wie üblich durch

$$L = [P, N],$$

darin P für Position und N für Negation stehen, dann folgt aus dem Satz vom Zureichenden Grunde, daß es nur dann sinnvoll ist, von Negation zu sprechen, wenn es auch eine Position gibt, et vice versa, d.h. die beiden unvermittelten Glieder der Dichotomie L bedingen einander gegenseitig. Dabei steht die Position für das Objekt und die Negation für das Subjekt

$$E = [O, S]$$

Das Subjekt fungiert also erkenntnistheoretisch als Negation des Objektes, et vice versa. E ist somit lediglich eine Sonderform von L, man könnte etwa noch die weiteren Dichotomien von Schön vs. Häßlich oder Gut vs. Böse heranziehen.

3. Daß L und E falsch sein müssen, liegt allerdings auf der Hand. Da es nur dann sinnvoll ist, von O zu sprechen, wenn es ein S gibt, bedeutet die Erkenntnis von O durch S, daß O Subjektanteile erhält

$$O \leftarrow S,$$

denn es ist unmöglich, ein Objekt ohne Subjekt zu erkennen, und das erkannte Objekt wird zu einem Teil des Subjektes. Damit gilt natürlich auch die konverse Abbildung

$$O \rightarrow S,$$

d.h. das Subjekt erhält Objektanteile. Wenn ich etwa einen Tisch betrachte, dann rückt dieser Tisch als Objekt in eine Relation mit mir als Subjekt, d.h. es gilt

$$O = f(S).$$

Habe ich den Tisch dann betrachtet und schließe ich die Augen, dann sehe ich diesen Tisch immer noch, ohne daß er in meinen Kopf gesprungen ist, d.h. ich trete als Subjekt ebenfalls in eine Relation mit dem Tisch als Objekt, d.h. es gilt

$$S = f(S).$$

Ohne die Filter unserer Sinne können wir überhaupt keine Objekte wahrnehmen, und wenn wir uns selbst wahrnehmen, dann nehmen wir uns nicht als Subjekt, sondern als Objekt wahr. Daraus folgt, daß die Relationen L und E falsch sind, die auf unvermittelten, durch das Tertium non datur sanktionierten zweiwertigen Dichotomien beruhen. Statt von objektiven Objekten und von subjektiven Subjekten, die unvermittelt nebeneinander stehen, müssen wir also ausgehen von subjektiven Objekten (dem Wahrgenommenen) und von objektiven Subjekten (dem Wahrnehmenden). Eine Wahrnehmungsrelation ist über L und E überhaupt nicht formulierbar, denn die beiden Abbildung $O \rightarrow S$ und $S \rightarrow O$ sind in einer Logik, in der das Tertium-Gesetz gilt, vollkommen sinnlos.

4. Das Objekt (genauer: das absolute, d.h. objektive Objekt) wird damit zum subjektiven Objekt, d.h. es ist

$$O = f(S),$$

und das Subjekt (genauer: das absolute, d.h. subjektive Subjekt) wird damit zum objektiven Subjekt, d.h. es ist

$$S = f(O),$$

denn da in der Wahrnehmungsrelation das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile erhält, kommt es zum einem Austausch

$$O \leftrightarrow S$$

bzw.

$S \leftrightarrow O,$

das ist aber nur dann möglich, wenn O bereits S-Anteile und S bereits O-Anteile besitzt, d.h. wenn wir von Paarrelationen der jeweils beiden folgenden Formen ausgehen

$L_1 = [O, [S]]$

$L_2 = [[S], O]$

für das subjektive Objekt und

$L_3 = [S, [O]]$

$L_4 = [[O], S]$

für das objektive Subjekt. Wir haben damit

$(O \subset L) \rightarrow ([O, [S]], [[S], O])$

$(S \subset L) \rightarrow ([S, [O]], [[O], S]).$

Man beachte, daß sich die beiden zueinander konversen Relationen L_1 und L_2 sowie L_3 und L_4 in der Stellung von O und S innerhalb der Paarrelationen unterscheiden, d.h. es gilt selbstverständlich

$[O, [S]] \neq [[S], O]$

$[S, [O]] \neq [[O], S],$

d.h. die beiden Paare sind ortsfunktional und damit qualitativ relevant, während für L gilt

$L = [P, N] = L^{-1} = [N, P],$

denn wie Gotthard Günther in seinem postum veröffentlichten Buche "Die amerikanische Apokalypse" so schön formulierte: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht".

Diese Konversions-Identität von L garantiert also die reine Quantität für unvermittelte dichotomische Systeme, während die Nicht-Identität der Konversionen von L_1 bis L_4 die qualitative Relevanz für vermittelte dichotomische Systeme garantiert. Denn, wie man leicht einsieht, ist es ja gar nicht nötig, einen dritten logischen Wert einzuführen, denn O und S sind in der Gestalt von subjektivem Objekt und objektivem Subjekt ja voneinander abhängig, d.h. falls man hier von einem Tertium sprechen will, dann handelt es sich nicht um ein substantielles, sondern um ein differentielles Tertium, bei dem die zweiwertige Struktur der aristotelischen Logik nicht angetastet wird. Trotzdem bedeutet die Substitution der absoluten durch relative Kategorien natürlich nichts weniger als das Ende abendländischen Denkens, denn es gibt fortan keine Kontexturgrenzen wie etwa diejenige zwischen Leben und Tod mehr, sondern nur noch unendliche Systeme differentieller Vermittlungen, da jede abhängige Kategorie, die als Argument auftritt, wiederum selbst zur Funktion werden kann, et vice versa.

(Deutsche Version eines Eröffnungsvortrages zu einem Seminar über aristotelische und nicht-aristotelische Logik.)

Approximationsfunktionen von subjektiven Objekten und objektiven Subjekten

1. Ohne die Filter unserer Sinne können wir überhaupt keine Objekte wahrnehmen, und wenn wir uns selbst wahrnehmen, dann nehmen wir uns nicht als Subjekt, sondern als Objekt wahr.¹⁶ Daraus folgt, daß die Basisrelation der aristotelischen Logik $L = [\text{Objekt}, \text{Subjekt}]$ falsch ist, die eine unvermittelten, durch das Tertium non datur sanktionierte zweiwertige Dichotomie darstellt. Statt von objektiven Objekten und von subjektiven Subjekten, die unvermittelt nebeneinander stehen, müssen wir, wie in Toth (2016) gezeigt, ausgehen von subjektiven Objekten (dem Wahrgenommenen) und von objektiven Subjekten (dem Wahrnehmenden). Eine Wahrnehmungsrelation ist über L überhaupt nicht formulierbar, denn die beiden Abbildungen $O \rightarrow S$ und $S \rightarrow O$ sind in einer Logik, in der das Tertium-Gesetz gilt, vollkommen sinnlos.

2. Das Objekt (genauer: das absolute, d.h. objektive Objekt) wird damit zum subjektiven Objekt, d.h. es ist

$$O = f(S),$$

und das Subjekt (genauer: das absolute, d.h. subjektive Subjekt) wird damit zum objektiven Subjekt, d.h. es ist

$$S = f(O),$$

denn da in der Wahrnehmungsrelation das Objekt Subjektanteile und das Subjekt Objektanteile erhält, kommt es zum einem Austausch

$$O \leftrightarrow S$$

bzw.

$$S \leftrightarrow O,$$

das ist aber nur dann möglich, wenn O bereits S -Anteile und S bereits O -Anteile besitzt, d.h. wenn wir von Paarrelationen der jeweils beiden folgenden Formen ausgehen

¹⁶ Die Einleitung des vorliegenden Aufsatzes benutzt Teile aus Toth (2016).

$$L_1 = [O, [S]]$$

$$L_2 = [[S], O]$$

für das subjektive Objekt und

$$L_3 = [S, [O]]$$

$$L_4 = [[O], S]$$

für das objektive Subjekt. Wir haben damit

$$(O \subset L) \rightarrow ([O, [S]], [[S], O])$$

$$(S \subset L) \rightarrow ([S, [O]], [[O], S]).$$

Man beachte, daß sich die beiden zueinander konversen Relationen L_1 und L_2 sowie L_3 und L_4 in der Stellung von O und S innerhalb der Paarrelationen unterscheiden, d.h. es gilt selbstverständlich

$$[O, [S]] \neq [[S], O]$$

$$[S, [O]] \neq [[O], S],$$

d.h. die beiden Paare sind ortsfunktional und damit qualitativ relevant.

3. Damit ist mit $L = [O, S]$ auch die Kontexturgrenze zwischen O und S aufgehoben, und zwar ohne daß man sich, wie dies in der polykontexturalen Logik geschieht, dritter Werte, sog. Rejektionswerte, welche L -Alternativen verwerfen, bemühen müßte. Durch fortgesetztes Einsetzen der beiden Funktionen $O = f(S)$ und $S = f(O)$ erhält man Hierarchien von immer größeren Approximationen von subjektiven Objekten und objektiven Subjekten

$$\begin{array}{ll} O = f(S) & S = f(O) \\ O = f(f(O)) & S = f(f(S)) \\ O = f(f(f(S))) & S = f(f(f(O))) \\ O = f(f(f(f(O)))) & S = f(f(f(f(S)))) \\ O = f(f(f(f(f(S)))))) & S = f(f(f(f(f(O)))))) \\ O = f(f(f(f(f(f(O)))))) & S = f(f(f(f(f(f(S)))))) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
O = f(f(f(f(f(f(S)))))) & S = f(f(f(f(f(f(O)))))) \\
O = f(f(f(f(f(f(f(O)))))) & S = f(f(f(f(f(f(f(S)))))) \\
O = f(f(f(f(f(f(f(f(S)))))) & S = f(f(f(f(f(f(f(f(O)))))) \\
O = f(f(f(f(f(f(f(f(f(O)))))) & S = f(f(f(f(f(f(f(f(f(S))))))
\end{array}$$

...

Literatur

Toth, Alfred, Kurze Einführung in das Ende abendländischen Denkens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Das dritte Gleis

1. In der klassischen Metaphysik, deren logische Wurzeln bei Aristoteles liegen, kann es nur eine Identität geben: die Koinzidenz der beiden Werte der logischen Dichotomie $L = [0, 1]$, d.h.

$0 \equiv 1$ (klassische Identität).

Nun hatte Gotthard Günther in seinem Aufsatz "Ideen zu einer Metaphysik des Todes" (1957) gezeigt, daß bereits das Hinzutreten einer weiteren Subjektivität, nennen wir sie 2, zwei weitere, nicht-klassische Identitäten erzeugt

$1 \equiv 2$ zweite Identität

$0 \equiv 2$ dritte Identität,

und die Frage gestellt, "ob der Fortfall der ersten Identität im Tode wirklich die ichhafte Identität des Individuums endgültig auflöst" (Günther 1980, S. 11 f.).

2. Logisch ist zwischen Ich-, Du- und Es-Subjektivität zu unterscheiden. Sie fallen innerhalb der aristotelischen Dichotomie $L = [0, 1]$ zusammen, d.h. die aristotelische Logik ist entweder eine Ich-, eine Du- oder es Es-Logik, auf jeden Fall hat sie keinen Platz für einen weiteren Wert für Subjektivität. Die polykontexturale Logik Günthers ist nun ein Verbundsystem theoretisch unendlich vieler Logiken, die sich nur durch die Subjektwerte unterscheiden, d.h. das Objekt bleibt in jeder Logik des Verbundsystems "totes Objekt" im Sinne Hegels, ganz genau so, wie dies in der aristotelischen Logik der Fall ist, in der das Gesetz des Tertium non datur eine Vermittlung von 0 und 1 explizit verhindert. Das bedeutet nun, daß zwar jedem Subjekt seine eigene Logik zugestanden wird, aber jede dieser Logiken, welche das Verbundsystem konstituieren, bleibt zweiwertig. Günthers Metaphysik des Todes würde somit nur dann funktionieren, wenn im Falle des Todes des Ich-Subjektes ein Du- oder ein Es-Subjekt die Auflösung des Individuums verhindern könnte. Daß diesbarer Unsinn ist, bedarf eigentlich keiner Erläuterung: Genauso wie niemand für jemand anderen sterben kann, kann auch niemand für jemand anderen weiterleben.

3. Für die Semiotik, die auf der Basis der zweiwertigen aristotelischen Logik steht, stellt sich das Problem der güntherschen Todesmetaphysik allein aus

dem trivalen Grunde nicht, da in einer Logik, in welcher die Basiswerte von L koinzidieren können, es keine Möglichkeit mehr gäbe, zwischen Zeichen und Objekt zu unterscheiden. Ja, es wäre sogar sinnlos, diese Distinktion vorzunehmen. Vom Standpunkt der Semiotik aus gesehen bedeutet also der Tod Erlösung, es gibt keine Hintertüren über subjektdeiktische Differenz, auf Kosten anderer Subjektdeixis zu überleben oder sich auf Kosten anderer Subjektdeixis aus dem Leben zu schleichen. Ferner erfüllt vom semiotischen Standpunkt aus gesehen der Tod die typische Struktur eines Vermittlungsschemas. So, wie in der benseschen kommunikativen Zeichendefinition (vgl. Bense 1971, S. 40)

$$Z = (O \rightarrow M \rightarrow I)$$

das Mittel zwischen Objekt und Interpretant, d.h. Subjekt, vermittelt, so stellt auch der Tod ein Vermittlungsschema dar. Dieses kann sich subjektintern durch das Aussetzen von Herz oder Hirn oder subjektextern durch einen nicht-voluntativen oder voluntativen Unfall einstellen.

Als Beispiel für den letzteren Fall stehe die folgende Meldung, die vor zwei Wochen in einer französischen Tageszeitung erschienen war.

Le corps d'un homme de 48 ans a été retrouvé ce mercredi par des ouvriers sur les rails du métro, **entre les stations Kléber et Boissière**, dans le 16^e arrondissement de la capitale, indique *Le Parisien*.

Enquête ouverte

La victime serait descendue de son plein gré sur les voies de la ligne 6 dans la nuit de mardi à mercredi pour une raison inconnue, et se serait électrocutée.

L'enquête a été confiée au 1^{er} district de police judiciaire.

(aus: 20minutes.fr, 13.7.2016)

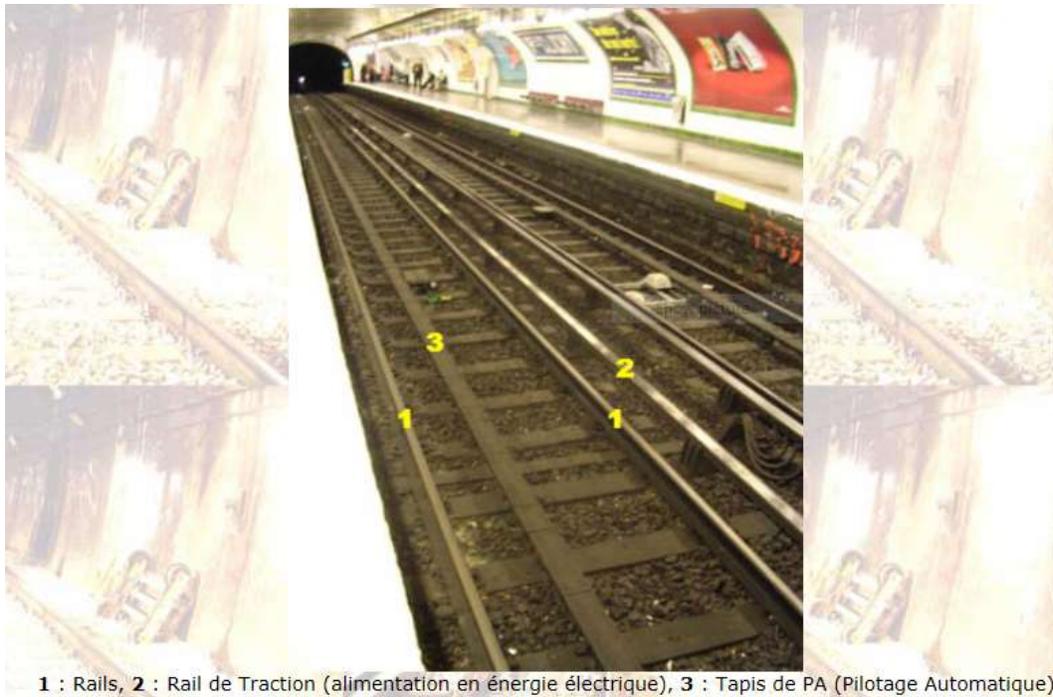
Diese Form eines subjektextern herbeigeführten Todes setzt also die Kenntnis des Schienensystems der Pariser Métro voraus und ist also nicht semiotisch, sondern ontisch.

○ Vais-je être électrocuté si je touche les rails ?

Tout dépend du rail avec lequel vous entrez en contact. Le métro parisien est alimenté en continu à 750 volts par ce que l'on appelle un rail de traction, qui est toujours surélevé par rapport aux deux rails que l'on remarque immédiatement et qui, eux, ne sont pas électrifiés.

Si votre métro circule sur des pneus, comme c'est le cas seulement sur les lignes 4, 6, et 14 à Paris, cette alimentation se fait de part et d'autre de la voie. Si le métro circule sur des roues ferroviaires classiques (métalliques), ce troisième rail se situe sur la droite du train, comme le montrent [les images publiées sur ce site](#). Concernant le RER, la situation est un peu différente. L'alimentation électrique ne passe pas par les rails, mais par des caténaires, c'est-à-dire des câbles aériens.

(aus: francetvinfo.fr)



(aus: sncf.ratp.free.fr)

Die ontische Struktur des "troisième rail" umfaßt somit, in die Repräsentationsrelation des benseschen Kommunikationsschemas übersetzt



(aus: connaissancedesenergies.org),

die folgenden Möglichkeiten

$$Z_1 = (O \rightarrow I \rightarrow M) \quad Z_1^{-1} = (M \rightarrow O \rightarrow I)$$

$$Z_2 = (I \rightarrow O \rightarrow M) \quad Z_2^{-1} = (M \rightarrow I \rightarrow O)$$

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980

Auf dem Wege zu einer polyvariablen Logik

1. Die polykontexturale Logik Gotthard Günthers (vgl. Günther 1976-1980) hat, worauf ich bereits in Toth (2016) und in einigen vorgängigen Publikationen hingewiesen hatte, zwei entscheidende Mängel.

1.1. Nur die Subjektposition ist iterierbar. Die Objektposition hingegen bleibt unangestastet, das Objekt ist genau so, wie es Hegel für die aristotelische Logik formuliert hatte, "totes" Objekt.

1.2. Zwar wird jedem Subjekt eine eigene Logik zugestanden, so daß die polykontexturale Logik auch als "disseminated framework of logics" bezeichnet wird, aber innerhalb jeder einzelnen Logik gilt weiterhin die aristotelische zweiwertige Logik.

Daraus folgt in Sonderheit, daß es keine Vermittlung innerhalb jeder Kontextur, sondern nur zwischen den Kontexturen gibt. Da die zweiwertige Logik innerhalb jeder Kontextur weiterhin gilt, gilt auch das Gesetz des Tertium non datur, und dieses verbietet explizit, daß ein Objekt Subjektanteile und ein Subjekt Objektanteile bekommt. Genau dies ist aber der Fall, wenn ein Subjekt ein Objekt wahrnimmt: Das Subjekt bekommt als Wahrnehmendes Objektanteile (es sieht es etwa noch, wenn es die Augen schließt), und das Objekt bekommt als Wahrgenommenes Subjektanteile (deshalb erhält man ein Dutzend abweichende Zeichnungen, läßt man eine und dieselbe Rose von einem Dutzend von Subjekten abzeichnen).

2. Die polykontexturale Logik hat somit in ihrem Bestreben, sich von der aristotelischen Logik zu befreien, nur einen von zwei Schritten vollzogen: Der zweite Schritt nach der Iterierbarkeit des Subjektes besteht in der Iterierbarkeit des Objektes. Obwohl die vorliegende Einführung in die Elemente der Differenzen zwischen aristotelischer, polykontexturaler und polyvariabler Logik formal gehalten ist, wird sie jedem mit der Materie Vertrauten unmittelbar einsichtig sein.

2.1. Aristotelische Logik

$$L = (O, S) = (S, O)$$

2.2. Polykontexturale Logik

2.2.1. Dreiwertige Logik

$$L = (0, S^1, S^2) = (S^2, S^1, 0)$$

2.2.2. Dreiwertige Logik

$$L = (0, S^1, S^2, S^3) = (S^3, S^2, S^1, 0)$$

2.2.3. Vierwertige Logik

$$L = (0, S^1, S^2, S^3, S^4) = (S^4, S^3, S^2, S^1, 0)$$

2.3. Polyvariable Logik

2.3.1. Zweiwertige Logik

$$L = (0, 1) \rightarrow$$

$$L = [0, 1] \neq L = [1, 0]$$

$$L = [[0], 1] \neq [1, [0]]$$

$$L = [0, [1]] \neq [[1], 0]$$

Dasselbe Transformationsschema gilt, mit rasch wachsender Komplexität, für n-wertige Logiken mit $n > 2$.

2.3.2. Dreiwertige Logik

$$L = (0^1, S^1, S^2) \neq (0^1, 0^2, S^1)$$

2.3.3. Vierwertige Logik

$$L = (0^1, 0^2, S^1, S^2).$$

3. Hamiltonkreise

3.1. Hamiltonkreis für eine 3-wertige polykontexturale Logik

0	0	S ¹	S ¹	S ²	S ²
S ¹	S ²	0	S ²	0	S ¹
S ²	S ¹	S ²	0	S ¹	0

3.2. Hamiltonkreis für eine 3-wertige polyvariable Logik

O ¹	O ¹	O ²	O ²	S ¹	S ¹
O ²	S ¹	O ¹	S ¹	O ¹	O ²
S ¹	O ²	S ¹	O ¹	O ²	O ¹

Während polykontexturale Hamiltonkreise vermöge der einzigen Iterierbarkeit des Subjektes Zyklen der Negativität sind, sind polyvariable Hamiltonkreise vermöge der Iterierbarkeit sowohl des Subjektes als auch des Objektes Zyklen der Negativität und der Positivität.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Beweis von Panizzas Satz vom Dämon

1. Die aristotelische Logik, die sich gemäß Toth (2016) in der Form

$$L = [0, 1]$$

darstellen läßt, hat drei gravierende Mängel.

1.1. Die beiden Werte von L vertauschbar. Das hatte bereits Gotthard Günther erkannt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

1.2. Es gibt nur 1 Subjekt und nur 1 Objekt, d.h. L kann keine Ich-, Du-, Er- bzw. Mein-, Dein-, Sein- usw. Deixis unterscheiden. Deshalb ist L universell, d.h. es gilt für jedes Subjekt und für jedes Objekt.

1.3. Aus den für L zuständigen Gesetzen des Denkens folgt die Unvermittelbarkeit der beiden Werte von L , welche v.a. durch das Gesetz des Tertium non datur garantiert wird.

Diese Logik, welche üblicherweise als aristotelische bezeichnet wird, ist daher eine Doppelgänger-Logik, zumal Subjekte und Objekte nicht unterscheidbar sind und weil die Logik universell ist. Man könnte sie daher spaßeshalb auch als Adsche Tönsen-Logik bezeichnen. Vgl. den folgenden Textausschnitt Adsches, gesprochen zu seinem Freund Brakelmann, aus der norddeutschen Serie "Neues aus Büttengewarden": "Wär ja zum Beispiel auch möglich, daß ich mein eigener Zwilling bin. Aber es kommt immer nur einer zu Dir, um Dich zum Dorfkrug abzuholen. Also wir wechseln uns immer ab. Einmal komm ich und einmal mein Zwillingsbruder" (Episode "Donnerschlag", 19.12.2013).

2. In Toth (2016) wurde hingegen die These vertreten, daß objektive Objekte und subjektive Subjekte irrelevant sind, da jedes Objekt nur als von einem Subjekt wahrgenommenes ein solches ist und da umgekehrt nur die Wahrnehmung eines Objektes den Begriff des Subjektes rechtfertigt. Nimmt ein Subjekt

S ein Objekt O wahr, so erhält S O-Anteile und O erhält S-Teile. Da der Wahrnehmungsprozeß diese S-Anteile von O und diese O-Anteile von S nicht erzeugen kann, müssen sie der Wahrnehmung kategorial vorgegeben sein. Das bedeutet, daß wir statt von $L = [0, 1]$ auszugehen haben von

$$L^* = [0 = f(1), 1 = f(0)],$$

und hieraus folgt natürlich bereits

$$0 = f(1) \neq 1 = f(0),$$

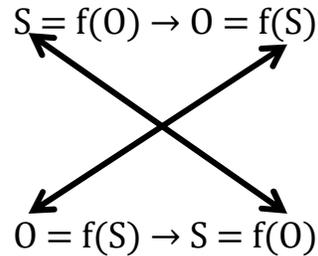
womit, wie man sich leicht überzeugt, alle 3 Mängel der L-Logik verschwinden, denn weder sind die Plätze der beiden Werte vertauschbar, noch gibt es nur ein Subjekt und ein Objekt – denn freie und unabhängige Variablen in beiden funktionellen Werten sind ja trotz zahlenmäßiger Gleichheit verschieden. Beides bedingt ferner, daß jedes Subjekt und jedes Objekt ihre eigene Logik haben, auch wenn sie formal durch L^* faßbar bleiben, denn es sind immer bestimmte Subjekte, die bestimmte Objekte wahrnehmen.

3. Das bedeutet natürlich nicht, daß es in einer L^* -Logik keine apriorischen Objekte und Subjekte geben kann. Aber weil uns die Realität nur wahrgenommen zugänglich ist, sind sie einer wissenschaftlich Behandlung nicht zugänglich. Oskar Panizza hat diese Beschränkung bereits 1895 in seinem philosophischen Hauptwerk überschritten. Nehmen wir an, daß sich ein Objekt nicht selbst wahrnehmen kann, so liefert die Selbstwahrnehmung eines Subjektes auf der Basis der L^* -Logik ein doppeltes Ergebnis

$$S = f(O) \rightarrow O = f(S)$$

$$O = f(S) \rightarrow S = f(O),$$

denn ein Subjekt, das sich selbst wahrnimmt, nimmt sich nicht als Subjekt, sondern als Objekt wahr. Sowohl das Subjekt als auch das Objekt treten wegen ihrer Objekt- bzw. Subjektanteile aber in zwei Formen auf. Das Ergebnis läßt sich, wie man leicht erkennt, durch den folgenden Chiasmus darstellen



An dieser Stelle lasse ich nun Panizzas Originaltext folgen. Man beachte, daß der Begriff des Dämons neutral gegenüber der Unterscheidung von Subjekt und Objekt ist.

und das ist das, was nach
Abzug meiner Sinne dort drüben übrig bleibt, der Geist,
das Kreative in der Natur, der Dämon. Ich ahne also,
ich bin nicht allein. Mag der Dämon ein Einfaches oder
Vielfaches sein. Er ist da. Er tritt mir gegenüber. Wohl
nur in Maske. Wir sind wie Blindgeborene, deren hereditär
überkommene Gesichtsvorstellungen sie ahnen lässt, dass
etwas mehr da ist, als was sie greifen und hören. Aber
solange das Auge nicht operativ geöffnet wird, bleibt ihnen
die geahnte Welt, das was hinter ihren Tast- und Gehörs-
Empfindungen noch da ist, nämlich die räumliche Projektion,
verschlossen. — In der Erscheinungswelt trifft sich also der
Dämon von zwei Seiten, maskiert, wie auf einem Maskenball.
In zwei einander gegenüberstehenden Menschen, die sich
messen, spielt also der Dämon mit seinem „alter ego“; beide
in Maske.

(Panizza 1895, S. 49 f.)

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig
1895

Toth, Alfred, Jenseits von Wahr und Falsch. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2016

Polyrepräsentativität, Polykontextualität, Polyvariabilität

1. Monokontextualität

1.1. Definition

"Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

1.2. Hamiltonkreis

S O

O S.

2. Polyrepräsentativität

"Die für die Ontologie entscheidende Weiterentwicklung, die in diesem Dualisierungsschema liegt, ist, im Vergleich zu allen früheren Ansätzen und auch zu Peirce selbst darin zu sehen, daß der mehr oder minder einheitliche Begriff der Realität ersetzt wird durch eine genaue, formalisierte Ausdifferenzierung in die abzählbar-endliche Anzahl von zehn möglichen Realitätsthematiken" (Bayer 1994, S. 16).

Nach einer Entdeckung von Walther (1982) determiniert dabei eine dieser Realitäten, die mit ihrer Realitätsthematik dualinvariante und damit – monokontextual gesehen – dualidentische Eigen-Realität des Zeichens die übrigen neun Realitätsstufen des zehnstufigen Realitätssystems. Die jüngste originale Darstellung stammt von Bense (1992, S. 76).

Zkl	Rth	Rpw																			
<table border="1"><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.1</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.1</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.1	1.1	3.1	2.1	1.2	3.1	2.1	1.3	<table border="1"><tr><td>1.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>2.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>1.2</td><td>1.3</td></tr></table>	1.1	1.2	1.3	2.1	1.2	1.3	3.1	1.2	1.3	9	} Mittel
3.1	2.1	1.1																			
3.1	2.1	1.2																			
3.1	2.1	1.3																			
1.1	1.2	1.3																			
2.1	1.2	1.3																			
3.1	1.2	1.3																			
<table border="1"><tr><td>3.1</td><td>2.2</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.2</td><td>1.2</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.2</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.2	1.2	3.2	2.2	1.2	3.2	2.2	1.3	<table border="1"><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>2.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>2.2</td><td>2.3</td></tr></table>	2.1	2.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	2.2	2.3	11	
3.1	2.2	1.2																			
3.2	2.2	1.2																			
3.2	2.2	1.3																			
2.1	2.2	1.3																			
2.1	2.2	2.3																			
3.1	2.2	2.3																			
<table border="1"><tr><td>3.1</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.2</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.3</td><td>2.3</td><td>1.3</td></tr></table>	3.1	2.3	1.3	3.2	2.3	1.3	3.3	2.3	1.3	<table border="1"><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>1.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>2.3</td></tr><tr><td>3.1</td><td>3.2</td><td>3.3</td></tr></table>	3.1	3.2	1.3	3.1	3.2	2.3	3.1	3.2	3.3	12	} Objekt
3.1	2.3	1.3																			
3.2	2.3	1.3																			
3.3	2.3	1.3																			
3.1	3.2	1.3																			
3.1	3.2	2.3																			
3.1	3.2	3.3																			
		13																			
		14	} Interpretant																		
		15																			
3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.3	12	Eigenrealität																		

Die Tatsache, daß es gerade 10 und nicht, wie zu erwarten wäre, $3^3 = 27$ stufige Realitäten gibt, liegt an dem von Peirce eingeführten und völlig willkürlichen Axiom, daß innerhalb einer triadischen Zeichenrelation der Ordnung $Z = (3.x, 2.y, 1.z)$ $x \leq y \leq z$ sein muß. Übersehen hat Peirce allerdings, daß die (z.B. von Bense 1992 extensiv behandelte) "Kategorienklasse", die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix (3.3, 2.2, 1.1), dieser Inklusionsordnung bereits widerspricht. Da die Semiotik nur über einen Subjektbegriff verfügt, also denjenigen des Ich-Subjektes der aristotelischen Logik, auf der sie beruht, ist sie hinsichtlich Du- und Er-Deixis defektiv, d.h. auch das weitere Peircesche "Axiom", alle n-adischen Relationen mit $n > 3$ ließen sich auf 3-adische reduzieren, ist angesichts der logischen Subjektdeixis falsch. Pikanterweise ist das "Axiom" auch ohne Berücksichtigung von Subjektdeixis falsch, denn Ernst Schröder hatte in einem bekannten Theorem schon zu Peirces Lebenszeit nachgewiesen, daß n-adische Relationen auf dyadische reduzierbar sind.

3. Polykontextualität

3.1. Definitionen

Die Arithmetik mußte ganz anderes und Wunderbares leisten können, weshalb er an seinen Lehrer die Frage stellte: Wenn das Zusammensein von vielen Bergen ein Gebirge ergab, was ergäbe dann zahlenmäßig das Zusammensein, wenn man eine Kirche zu einem Krokodil addierte und dazu noch seine Mutter und oben-drein ein Zahnweh.

Daraus läßt

sich nun folgender Schluß ziehen: die primordialen Qualitäten sind ontologische Schnittpunkte ebenso vieler zweiwertiger Universalkontexturen wie wir Qualitätsdifferenzen zählen können. Jede ist von der gleichen Allgemeinheit und Durchgängigkeit wie die monokontexturale Welt des klassischen Universums. Jede hat ihre eigene Objektivität; und zwischen je zweien klafft immer wieder der gleiche ontologische Abgrund wie zwischen dem einmaligen Diesseits und dem supranaturalen Jenseits der älteren Philosophie. Der Anspruch der klassischen Logik, die Objektivität der Welt als eine einzige bruchlose Universalkontextur, jenseits der nur das Absolute west, zu verstehen, wird damit ein für allemal bestritten. Die Wirklichkeit, in der wir leben, besitzt keine solche ungebrochene Kontinuität. An jeder Kontexturschranke erlischt ein Gültigkeitsbereich der klassischen Logik, aber in jeder neuen Universalkontextur tritt er mit *verändertem Positionswert* wieder auf. Eine transklassische Logik hat es im wesentlichen mit der Veränderung dieser Positionswerte zu tun.

(aus: Günther 1975)

3.2. Hamiltonkreis

O	O	S ¹	S ¹	S ²	S ²
S ¹	S ²	O	S ²	O	S ¹
S ²	S ¹	S ²	O	S ¹	O

Die polykontexturale Logik hat, wie in Toth (2016) gezeigt wurde, zwei Haupt-Defizite: 1. In ihr läßt sich nur das Subjekt, nicht aber das Objekt iterieren. 2. Somit wird jedem Subjekt eine eigene Logik zuweisbar, aber diese Logiken sind allesamt die 2-wertigen aristotelischen Logiken, es gibt also i.S. keine Vermittlung innerhalb, sondern nur zwischen Kontexturen, da das Tertium non datur die Annahme subjektiver Objekte und objektiver Subjekte anstelle der längst überkommenen objektiven Objekte und subjektiven Subjekte der Monokontexturalität explizit ausschließt.

4. Polyvariabilität

4.1. Definitionen

$$L^2 = (O, S) \rightarrow$$

$$L^2 = [O, S] \neq L^2 = [S, O]$$

$$L^2 = [[O], S] \neq L^2 = [S, [O]]$$

$$L^2 = [O, [S]] \neq L^2 = [[S], O].$$

$E \rightarrow L^n$ entsprechend für $n > 2$.

$$L = (O^1, S^1, S^2) \neq (S^1, O^1, O^2)$$

$$L = (O^1, O^2, S^1, S^2) \neq (O^1, S^1, S^2, S^3) \neq (S^1, O^1, O^2, O^3)$$

4.2. Hamiltonkreis

O¹ O¹ O² O² S¹ S¹

O² S¹ O¹ S¹ O¹ O²

S¹ O² S¹ O¹ O² O¹

Erst in einer Logik, die in Toth (2016) als "polyvariabel" bezeichnet wurde, lassen sich nicht nur das Subjekt, sondern auch das Objekt iterieren, d.h. es gibt nicht nur Negationszyklen der Subjekte, sondern auch Positionszyklen der Objekte. Die polyvariable Logik wird von immenser Bedeutung als Grundlage der längst begonnenen Ontik sein, d.h. der der Semiotik als Zeichentheorie an die Seite gestellten Objekttheorie, denn nach peirce-bensescher Auffassung ist die Semiotik als "Universum der Zeichen" (Bense 1983) ja ein im modelltheoretischen Sinne abgeschlossenes Universum, in dem es keine Objekte und keine Subjekte, sondern nur ihre Relationen gibt. Daß eine solche Pansemiotik bereits Axiom 1 aus Bense (1967), dem ersten wissenschaftlichen Buch der Semiotik, widerspricht, wonach jedes Objekt zum Zeichen erklärt werden kann, wurde sehr überraschenderweise gar nicht bemerkt. Woher soll in einem abgeschlossenen Universum von Objekrelationen ein Objekt kommen? Und genau genommen ist das Axiom ja ohnedies überflüssig, denn eine thetische Setzung eines Objektes als Metaobjekt ist allein deswegen überflüssig, weil wir ja angeblich alles, was wir wahrnehmen, als Zeichen wahrnehmen, eine Auffassung, deren Falschheit wir in zahlreichen Arbeiten nachgewiesen hatten.

Wir können die Ergebnisse dieser Studie also wie folgt kurz zusammenfassen:

Logik	Iterierbarkeit von O	Iterierbarkeit von S
aristotelisch	nein	nein
semiotisch	ja	nein
polykontextural	nein	ja
polyvariabel	ja	ja

Literatur

Bayer, Udo, Semiotik und Ontologie. In: Semiosis 74-76, 1994, S. 3-34

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Selbstdarstellung im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig J. (Hrsg.), Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. 2. Hamburg 1975, S. 1-77

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Auf dem Wege zu einer polyvariablen Logik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Komplexe semiotische Zahlen

1. In einem Vortrag mit dem Titel "Die qualitative Zahl" hatte der 2014 verewigte Berliner Mathematiker Dr. Gerhard G. Thomas die qualitative Zahl der von Gotthard Günther begründeten polykontexturalen Logik als "komplexe Zahl"

$Q = (\text{Ort, Symbol, Relation, Struktur, Wandel})$

definiert. Wie bekannt, ist Q eine Gestaltzahl, die in drei verschiedenen Zählweisen auftritt (vgl. Günther 1979, S. 283 ff.). Als Protozahl zählt für die Kategorie Symbol von Q lediglich deren Kardinalität. Als Deuterozahl zählt für die Kategorie Symbol von Q nur die Verteilung der Symbole. (Damit ist allerdings die Kardinalität eingeschlossen.) Erst als Tritozahl wird die Position der Symbole innerhalb von Q relevant. Diese drei Gestaltzahlen, die durch Q einheitlich definiert wurden, sind somit nach den übrigen Kategorien von Q spezifizierte Peanozahlen, d.h. man kann die Peanozahlen auf Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen abbilden wie man umgekehrt Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen auf Peanozahlen abbilden kann.

So lauten die Peano-Zahlen $P = (0, 1, 2, 3)$

als Proto-Zahlen

$0, (00, 01), (000, 001, 002), (0000, 0001, 0012, 0123),$

als Deutero-Zahlen

$0, (00, 01), (000, 001, 002), (0000, 0001, 0011, 0012, 0123)$

und als Trito-Zahlen

$0, (00, 01), (000, 001, 010, 011, 012), (0000, 0001, 0010, 0011, 0012, 0100, 0101, 0102, 0110, 0111, 0112, 0120, 0121, 0122, 0123).$

2. Qualitative Zahlen der Form

$R = P(\omega)$

sind die in Toth (2016) zuletzt behandelten ortsfunktionalen Zahlen. Wie man sieht, sind sie Teilstrukturen von Q , mit denen sie allerdings nur den Ort ω ge-

meinsam haben. Sie sind daher auch keine Gestaltzahlen, sondern eine Art von "geometrischen" Zahlen, für die sich drei Zählweisen unterscheiden lassen: die lineare oder adjazente, die orthogonale oder subjazente und die diagonale oder transjazente. Wegen der großen Vielfalt der ortsfunktionalen Zahlen sollen im folgenden lediglich die Peano-Zahlen $P = (0, 1)$ auf diese von uns R-Zahlen genannten Zahlen abgebildet werden.

So lauten die Peano-Zahlen $P = (0, 1)$ als adjazente R-Zahlen

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & y_j & y_i & x_j \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j \\
 & \times & & \times \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j \\
 x_i & y_j & y_i & x_j \\
 & \times & & \times \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \emptyset_i & \emptyset_j \\
 x_i & y_j & y_i & x_j
 \end{array}$$

als subjazente R-Zahlen

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j \\
 y_i & \emptyset_j & \emptyset_i & y_j \\
 & \times & & \times \\
 y_i & \emptyset_j & \emptyset_i & y_j \\
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j
 \end{array}$$

und als transjazente R-Zahlen

$$\begin{array}{cccc}
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j \\
 \emptyset_i & y_j & y_i & \emptyset_j \\
 & \times & & \times \\
 \emptyset_i & y_j & y_i & \emptyset_j \\
 x_i & \emptyset_j & \emptyset_i & x_j
 \end{array}$$

Wie man erkennt, liegt der wesentliche Unterschied zwischen den beiden komplexen qualitativen Zahlen

Q = (Ort, Symbol, Relation, Struktur, Wandel)

und

R = P(ω)

darin, daß in R sowohl die logische Subjekt- als auch die logische Objekt-Position iteriert werden kann, während in Q nur die logische Subjekt-Position iterierbar ist. Der Grund dafür liegt darin, daß in Q für jede Kontextur die zweiwertige aristotelische Logik unangetastet weiterhin gilt, d.h. es wird sowohl in der mono- als auch in der polykontexturalen Logik von der Dichotomie

L = [0, 1]

ausgegangen, für die das Grundgesetz des Tertium non datur die Unvermitteltheit der beiden Werte garantiert. Dagegen basieren die R-Zahlen nicht auf absoluten Werten für subjektive Subjekte und für objektive Objekte, sondern auf subjektiven Objekten und objektiven Subjekten, d.h. beim Übergang von den Peano-Zahlen zu den R-Zahlen (nicht aber zu den Q-Zahlen!) findet die Transformation

$$L \rightarrow \left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_1^{-1} = [[1], 0] \\ L_2 = [[0], 1] & L_2^{-1} = [1, [0]] \end{array} \right)$$

statt.

3. Eine ganz besondere Stellung unter den bis heute bekannten qualitativen Zahlen nehmen die von Max Bense definierten "Zeichenzahlen" ein, die er, wohl etwas unglücklich, auch und hauptsächlich als "Primzeichen" eingeführt hatte (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.). Darin werden die drei Kategorien der numerischen peirceschen Zeichen-Relation

Z = (.1., .2., .3.)

(lies: Erstheit, Zweitheit, Drittheit) wie folgt auf mathematische Zahlen abgebildet

.1. \rightarrow n Kardinalzahlen

.2. \rightarrow n. Ordinalzahlen

.3. $\rightarrow \langle n \rangle$ Relationszahlen

(die Notation der drei Zahlen stammt von uns), wobei Bense die drei Abbildungen wie folgt definiert (1981, S. 26)

f: (.1. $\rightarrow n$) "Repräsentation als Mächtigkeit"

g: (.2. $\rightarrow n$.) "Repräsentation als Nachfolge"

h: (.3. $\rightarrow \langle n \rangle$) "Repräsentation als Konnex".

Da Bense als Beispiele für Konnex "Folge, Reihe, Gleichung, Funktion" angibt (a.a.O.), verbleibt die Qualität dieser Zeichenzahlen innerhalb der Monokontextualität der quantitativen Mathematiken der Peano-Zahlen. Daß dies die Intention Benses war, geht am deutlichsten aus seiner expliziten Einführung der numerischen Zeichenrelation mit Hilfe der Peano-Axiome hervor (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.). Qualitativ sind diese Zahlen also lediglich durch die Abbildungen f, g, h, welche einen expliziten Zusammenhang zwischen der Qualität der Zeichen als Domänen- und der Quantität der Zahlen als Codomänenelementen etablieren.

Man kann nun aber einen Schritt weitergehen und die benseschen Zeichenzahlen ebenfalls als komplexe Zahlen definieren. Wir wollen sie S-Zahlen nennen

$$S_1 = (n, M)$$

$$S_2 = (n., O)$$

$$S_3 = (\langle n \rangle, I),$$

darin M, O und I für die peirceschen semiotischen Kategorien des Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezuges stehen. Da

$$M \rightarrow O := \alpha$$

$$O \rightarrow I := \beta$$

gilt (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.), kann

$$S = (S_1, S_2, S_3)$$

in kategoriethoretischer Notation durch

$$S_1 \rightarrow S_2 = ((n \rightarrow n.) \alpha)$$

$$S_2 \rightarrow S_3 = ((n. \rightarrow \langle n \rangle) \beta)$$

und somit die ganze S-Relation vermöge Transitivität durch

$$S = S_1 \rightarrow S_3 = (n \rightarrow \langle n \rangle, \beta\alpha)$$

mit der Konversen

$$S^{-1} = S_3 \rightarrow S_1 = (\langle n \rangle \rightarrow n, \alpha^{\circ}\beta^{\circ})$$

definiert werden. Während Abbildungen der Q- auf die R-Zahlen bzw. umgekehrt weitgehend unerforscht sind, war es Rudolf Kaehrs Verdienst, durch Kontexturierung der Zeichenzahlen eine polykontexturale Semiotik wenigstens in ihren wichtigsten Grundlagen eingeführt zu haben (vgl. Kaehr 2009), und zwar in engster vierjähriger Zusammenarbeit zwischen dem von Rudolf Kaehr geleiteten ThinkartLab und meinem STL (semiotisch-technischen Laboratorium) in den Jahren 2008 bis 2012. Das bedeutet also, daß die S-Zahlen auf die Q-Zahlen und umgekehrt abbildbar sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. II. Hamburg 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Thomas, Gerhard G., Die qualitative Zahl. Harmonik-Vortrag, 12.7.1997

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Welche Logik bildet die Basis der Semiotik?

1. Die monokontexturale 2-wertige aristotelische Logik basiert auf der dichotomischen Relation

$$L = [0, 1]$$

und kennt nur eine Identität

$$0 \equiv 1.$$

Daß zwischen den beiden Werten von L keine Vermittlung stattfindet, wird durch das Gesetz des Tertium non datur garantiert.

2. Da die Peirce-Bense-Semiotik auf der folgenden Matrix basiert (vgl. Bense 1975, S. 37)

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3,

kennt sie nicht nur eine, sondern drei Identitäten

$$1 \equiv 1$$

$$2 \equiv 2$$

$$3 \equiv 3.$$

Die Semiotik ist damit zwar polykontextural, aber dennoch 2-wertig aristotelisch, denn es gilt

$$\times(1.2) = (2.1)$$

$$\times(1.3) = (3.1)$$

$$\times(2.3) = (3.2).$$

3. Die von Gotthard Günther begründete polykontexturale Logik übernimmt nun zwar die monokontexturale 2-wertige Relation L, distribuiert sie aber über eine Menge von Subjekten: "Jedes Einzelsubjekt begreift die Welt mit derselben

Logik, aber es begreift sie von einer anderen Stelle im Sein. Die Folge davon ist: insofern, als alle Subjekte die gleiche Logik benutzen, sind ihre Resultate gleich, insofern aber, als die Anwendung von unterschiedlichen ontologischen Stellen her geschieht, sind ihre Resultate verschieden" (Günther 1980, S. 87). Damit steht aber auch einer der beiden Fundamentaldefekte dieser Logik fest: In ihr ist nur das Subjekt iterierbar, das Objekt bleibt im hegelschen Sinne "totes" Objekt. Es wird zwar zwischen subjektivem und objektivem Subjekt sowie einem (objektivem) Objekt unterschieden, aber die vierte strukturell erforderliche Kategorie eines subjektiven Objektes fehlt (Günther 1976, S. 337). Das zweite Hauptdefizit der polykontexturalen Logik ergibt sich durch das Beibehalten der 2-wertigen aristotelischen Logik für jede Subjekttextur: Die beiden Werte in $L = [0, 1]$ bleiben unvermittelt.

4. Kehren wir zur Semiotik zurück. Sie besitzt in der allgemeinen Zeichenrelation $Z = (M, O, I)$ nur einen einzigen Interpretantenbezug, der somit auch nur das aristotelische Ich-Subjekt abdecken kann. Als Bense (1971, S. 40) sein semiotisches Kommunikationsschema $K = (O \rightarrow M \rightarrow I)$ einführte, mußte der die logische Es-Position vertretende Objektbezug gleichzeitig als Sender, d.h. als weitere Subjekt-Position, fungieren, denn K setzt die deiktische Differenz zwischen Ich- und Du-Subjekt voraus. Das eigentliche Problem, dem wir in der Semiotik begegnen, ist aber nicht das Fehlen der vollständigen Ich-, Du-, Er-Deixis, sondern die Tatsache, daß nach einem semiotischen Satz kein Zeichen ohne Zeichenträger existieren kann (Bense/Walther 1973, S. 137). M ist aber genauso wie O ein Objekt, d.h. $Z = (M, O, I)$ enthält zwei logische Objektpositionen. Ergänzt man die dreistufige semiotische Subjekt-Deixis durch eine ihr isomorphe dreistufige semiotische Objekt-Deixis, erhält man

Deixis	Subjekt	Objekt
1	Ich-Subjekt	Hier-Objekt
2	Du-Subjekt	Da-Objekt
3	Er-Subjekt	Dort-Objekt

Obwohl auch ein nicht-Ich-Subjekt Hier sein kann, ist dort, wo das Hier ist, immer das Ich-Subjekt, woraus folgt, daß ihm das Hier-Objekt isomorph ist,

usw., d.h. es besteht eine intrinsische logische Relation zwischen der Ortsdeixis von Objekten und der Subjektdeixis. Der wesentliche Schluß aus der obigen Isomorphie-Tabelle ist also der, daß in einer Logik, welche die Basis der Semiotik bildet, nicht nur das Subjekt, sondern auch das Objekt iterierbar sein muß. Da die semiotischen Subrelationen – wie man aus der oben wiedergegebenen semiotischen Matrix ersieht – Funktionen der Form

$$S = f(O)$$

$$O = f(S)$$

sind, muß ferner die aristotelische Basisrelation $L = [0, 1]$ durch das folgende Vermittlungsschema unter Elimination des Tertiumgesetzte ersetzt werden

$$[0, [1]] \quad \times \quad [[1], 0]$$

$$[[0], 1] \quad \times \quad [1, [0]],$$

d.h. als Basiswerte der Semiotik können wegen der "gebrochenen" Kategorien (1.2, 1.3, 2.1, 2.3, 3.1, 3.2) nicht mehr die absoluten, apriorischen Objekte und Subjekte fungieren, sondern die vermittelten Werte von subjektiven Objekten und objektiven Subjekten.

Faßt man unsere Ergebnisse in einer Tabelle zusammen, so ergibt sich

Logik	Vermittlung der Basiswerte	Iterierbarkeit von O	Iterierbarkeit von S
aristotelisch	nein	nein	nein
günthersch	nein	nein	ja
semiotisch	ja	ja	ja

Vorderhand bleibt natürlich die Konstruktion einer semiotischen Logik eine Aufgabe für die Zukunft – und zwar wohl eine gewaltigsten in der Geschichte der Philosophie. Klar ist indessen, daß nicht nur die aristotelische, sondern

auch die günthersche Logik als Basis der Peirce-Bense-Semiotik unzureichend sind.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense-Semiotik

1. Wenn das ontische Objekt durch das logische Objekt vertreten wird, muß das semiotische Zeichen durch das logische Subjekt vertreten werden. Dies ist die Position der 2-wertigen aristotelischen Logik, woraus sogleich die Isomorphie

$$L = [0, 1] \cong X = [\text{Objekt}, \text{Zeichen}]$$

folgt. Während allerdings "L" für Logik feststeht, gibt es bemerkenswerterweise keine Wissenschaft, die sich sowohl mit Objekten als auch mit Zeichen beschäftigt, ja es hat bis 2008 nicht einmal eine Wissenschaft gegeben, welche sich mit Objekten beschäftigt. Sie heißt heute Ontik und wurde durch uns inauguriert. Daher gibt es auch zwei Möglichkeiten, X zu definieren

$$X = O^* = [\text{Objekt}, \text{Zeichen}]$$

$$X = Z^* = [\text{Objekt}, \text{Zeichen}].$$

2. Nun ist ein Zeichen im Gegensatz zu einem Objekt nicht vorgegeben, d.h. es muß thetisch eingeführt werden, und dies kann natürlich nur durch ein Subjekt geschehen. Dabei erhält aber das Objekt Subjektanteile, und das Subjekt Objektanteile, denn das Zeichen wird von Bense (1967, S. 9) ausdrücklich als "Meta-Objekt" bezeichnet, d.h. wir haben

$$\text{Zeichen} = f(\text{Objekt}),$$

und andererseits wird das Objekt im Zeichen "mitgeführt" (Bense 1979, S. 29), d.h. wir haben

$$\text{Objekt} = f(\text{Zeichen}).$$

Diese beiden funktionellen Abhängigkeiten von Objekt und Zeichen widersprechen jedoch der Isomorphie von $L = [0, 1]$ und X, denn das logische Gesetz des Tertium non datur verbietet explizit eine Vermittlung der Werte. Gehen wir jedoch statt von absoluten, d.h. objektiven Objekten und absoluten, d.h. subjektiven Subjekten, von relativen aus, so bekommen wir als Basis einer neuen Logik

$$L' = (\text{subjektives Objekt}, \text{objektives Subjekt})$$

und statt $L = [0, 1]$ die Quadrupelrelation

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_3 = L_1^{-1} = [[1], 0]$$

$$L_2 = [[0], 1] \quad L_4 = L_2^{-1} = [1, [0]].$$

3. Wir wollen von nun an das subjektive Objekt durch SO und das objektive Subjekt durch OS bezeichnen. Um den semiotischen Objektbezug vom bezeichneten ontischen Objekt zu unterscheiden, schreiben wir für ersteren O und für letzteren Ω . Damit bekommen wir

$$\Omega = SO$$

$$Z = OS$$

Nun sind gemäß Toth (2016) innerhalb der elementaren Zeichenrelation

$$Z = (M, O, I)$$

sowohl M als auch O logische Objekte, ferner müssen Zeichenträger und bezeichnetes Objekt nicht koinzidieren, da die Selektion von M frei ist und die beiden nur im Falle einer Pars-pro-toto-Relation, also bei "natürlichen" Zeichen, Anzeichen, Spuren, Resten koinzidieren, nicht aber im Falle von thetisch eingeführten künstlichen Zeichen. Dagegen ist der Interpretantenbezug ist, da er eine triadisch-trichotomische Relation ist, das Zeichen im Zeichen, vgl. Benses kategoriethoretische Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53 u. 67)

$$Z = (M, O, I) = ((M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))).$$

Wir können damit die trichotomischen Subrelationen der triadischen Hauptrelationen von Z durch

$$M = (SO = f(S)) = S(SO)$$

$$O = (SO = f(O)) = O(SO)$$

$$I = (OS = f(O)) = O(OS)$$

definieren und erhalten damit folgende Matrix logischer Funktionen auf der Basis der neuen, durch die Quadrupelrelation L' definierten Logik als Grundlage der Peirce-Bense-Semiotik

	S(SO)	O(SO)	O(OS)
S(SO)	$S(SO) \rightarrow S(SO)$	$S(SO) \rightarrow O(SO)$	$S(SO) \rightarrow O(OS)$
O(SO)	$O(SO) \rightarrow S(SO)$	$O(SO) \rightarrow O(SO)$	$O(SO) \rightarrow O(OS)$
O(OS)	$O(OS) \rightarrow S(SO)$	$O(OS) \rightarrow O(SO)$	$O(OS) \rightarrow O(OS)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Die semiotische Logik und ihre qualitative Mathematik

1. In Toth (2016a) hatten wir die beiden für die Semiotik wichtigsten Logiken, die aristotelische und die günthersche, anhand von drei Basis-Bedingungen miteinander verglichen.

Logik	Vermittlung der Basiswerte	Iterierbarkeit von 0	Iterierbarkeit von S
aristotelisch	nein	nein	nein
günthersch	nein	nein	ja
semiotisch	ja	ja	ja

Dabei zeigt sich in Sonderheit, daß die polykontexturale Logik Gotthard Günthers pseudo-mehrwertig ist, da innerhalb jeder Kontextur weiterhin die 2-wertige Logik gilt. Günther selbst war das übrigens bewußt: "Jedes Einzelsubjekt begreift die Welt mit derselben Logik, aber es begreift sie von einer anderen Stelle im Sein. Die Folge davon ist: insofern, als alle Subjekte die gleiche Logik benutzen, sind ihre Resultate gleich, insofern aber, als die Anwendung von unterschiedlichen ontologischen Stellen her geschieht, sind ihre Resultate verschieden" (Günther 1980, S. 87). Was also neu ist an der güntherschen gegenüber der aristotelischen Logik, ist lediglich, daß jedem Subjekte seine private 2-wertige Logik zugestanden wird. Dadurch muß in formalen Systemen natürlich die Subjektposition iterierbar sein, d.h. man kann den Übergang von der aristotelischen zur güntherschen Logik durch

$$L = [\Omega, \Sigma] \rightarrow \{L = [\Omega, \Sigma_1], \dots, L = [\Omega, \Sigma_n]\}$$

charakterisieren, und wie man sieht, gilt hier

$$\Omega = \text{const.}$$

2. Eine solche Auffassung ist jedoch aus semiotischer Sicht grundfalsch, weil sie direkt zur Pansemiotik von Peirce und seinen mittelalterlichen und frühneuzeitlichen Vorläufern führt. Gemäß Peirce gilt ja, "daß wir alles, was wir

wahrnehmen, in Zeichen wahrnehmen". Daraus würde jedoch folgen, daß kein Objekt mehr "zum Zeichen erklärt" (Bense 1967, S. 9) zu werden bräuchte, daß die Operation der "thetischen Setzung" (Walther 1979, S. 121) hinfällig wäre, ja daß selbst die Unterscheidung zwischen Objekt und Zeichen sinnlos würde. Tatsache ist aber, daß ein bloß wahrgenommenes Objekt noch lange kein Zeichen ist. Ein Haus, das ich wahrnehme, in das ich hineingehe, in dem ich wohne oder das ich, als Architekt, sogar baue, ist kein Zeichen, sondern ein Objekt. Als Objekt freilich kann es zum Zeichen erklärt werden, z.B. können die Fenster und Türe als Icons (2.1), die Gänge und Korridore als Indizes (2.2) und die Zimmer und Einbauschränke als Repertoires (2.3) repräsentiert werden, aber erst dann, wenn ich sie in einem willentlichen Akt, demjenigen der thetischen Setzung, zu Zeichen erkläre. Erst ein verknotetes, d.h. verfremdetes Taschentuch ist ein Zeichen, sonst ist es selbstverständlich ein Objekt. Es gibt in dieser Welt somit nicht nur Zeichen, sondern auch Objekte. Gegen diese Kindergartenweisheit verstößt jedoch jede Logik, welche auf unvermittelten, d.h. absoluten (apriorischen) Kategorien gegründet ist, d.h. nicht nur die aristotelische, sondern auch die günthersche. Da auch für die letztere für jede Einzelkontextur die logische Dichotomie aus objektivem Objekt und subjektivem Subjekt

$$L = [0, 1]$$

gilt, in dem eine Vermittlung der beiden Werte 0 und 1 durch das Grundgesetz des Tertium non datur explizit ausgeschlossen wird, kann es in einer Semiotik, die auf L basiert, weder Funktionen der Form

$$\Omega = f(Z)$$

noch solche der Form

$$Z = f(\Omega)$$

und dabei überhaupt keine Referenz geben. Ein wahrgenommenes Objekt – und nur ein solches sollte als Objekt bezeichnet werden, da es eines Subjektes bedarf, um wahrgenommen zu werden – ist ein Objekt, aber es ist kein objektives, sondern ein subjektives Objekt (SO), es erhält durch die Wahrnehmungen sozusagen Subjektanteile. Umgekehrt ist ein Zeichen ein objektives

Subjekt (OS), d.h. ein Subjekt, das durch die Zeichensetzung sozusagen Objektanteile bekommt. Die Dichotomie von Objekt und Zeichen

$$D = [\Omega, Z]$$

läßt sich daher durch die Dichotomie

$$E = [SO, OS],$$

die ein Dualverhältnis bildet, ausdrücken, denn $\times(SO) = OS$ und $\times(OS) = (SO)$.

3. Damit kann man, wie bereits in Toth (2016b) gezeigt, auch die Teilrelationen der peirceschen Zeichenrelation

$$Z = (M, O, I)$$

durch die vermittelten logischen Funktionen definieren

$$M = (SO = f(S)) = S(SO)$$

$$O = (SO = f(O)) = O(SO)$$

$$I = (OS = f(O)) = O(OS)$$

definieren und erhält damit folgende Matrix logischer Funktionen auf der Basis einer neuen Logik als Grundlage der Peirce-Bense-Semiotik

	S(SO)	O(SO)	O(OS)
S(SO)	$S(SO) \rightarrow S(SO)$	$S(SO) \rightarrow O(SO)$	$S(SO) \rightarrow O(OS)$
O(SO)	$O(SO) \rightarrow S(SO)$	$O(SO) \rightarrow O(SO)$	$O(SO) \rightarrow O(OS)$
O(OS)	$O(OS) \rightarrow S(SO)$	$O(OS) \rightarrow O(SO)$	$O(OS) \rightarrow O(OS)$.

Wie man sogleich sieht, sind hier alle drei Bedingungen der eingangs gegebenen Tabelle für eine semiotische Logik erfüllt:

1. O und S sind vermittelt.
2. O ist iterierbar.
3. S ist iterierbar.

Die obige Matrix kategoriethoretischer Abbildungen der zu den semiotischen Subrelationen isomorphen logischen Funktionen ist daher als maximale Erweiterung nicht nur der aristotelischen, sondern auch der güntherschen Logik zu betrachten. Setzen wir nun, wie dies auch in der Semiotik und in der auf der polykontexturalen Logik aufbauenden Mathematik der Qualitäten getan wird, Zahlenwerte ein

$0 := 0$

$S := 1,$

so können wir die obige Matrix in der folgenden Form notieren

	1(10)	0(10)	0(01)
1(10)	$1(10) \rightarrow 1(10)$	$1(10) \rightarrow 0(10)$	$1(10) \rightarrow 0(01)$
0(10)	$0(10) \rightarrow 1(10)$	$0(10) \rightarrow 0(10)$	$0(10) \rightarrow 0(01)$
0(01)	$0(01) \rightarrow 1(10)$	$0(01) \rightarrow 0(10)$	$0(01) \rightarrow 0(01).$

Da die Abbildungen genauso wie in der Semiotik (vermöge Isomorphie) kartesische Produkte sind, haben wir also

$$1(10) \rightarrow 1(10) = 1(10) \times 1(10) = [1(10)1(10)], \text{ usw.,}$$

und damit stehen wir nun vor einer völlig neuen Form von Zahlen, die weder die Peanozahlen sind, die Bense (1981, S. 17 ff.) als Zeichenzahlen einführte, noch Gestaltzahlen (Proto-, Deutero- und Tritto-Zahlen), die Günther (1979, S. 252 ff.) als qualitative Zahlen für die polykontexturale Logik einführte, sondern es sind zwar ebenfalls qualitative Zahlen, aber solche, welche für unsere neue Logik geschaffen sind, in der nicht nur die Subjekt-, sondern auch die Objekt-Position iterierbar ist und innerhalb der die Basiswerte nicht absolut, sondern vermittelt sind

$$[1(10)1(10)]$$

$$[1(10)0(10)]$$

$$[1(10)0(01)]$$

$$[0(10)0(10)]$$

$[0(10)0(01)]$

$[0(01)0(01)]$.

Diese neuen Zahlen, die bislang keinen Namen tragen, haben also die abstrakte Struktur

$N = [a(bc)d(ef)]$

mit $a\dots f \in \{0, 1\}$

und der Bedingung, daß sowohl 0 als auch 1 mindestens 2mal pro Sequenz auftreten müssen. Sie stellen somit in einer Hierarchie von Zahlen die 2. Stufe der in Toth (2016a, b) erwähnten Relationalzahlen dar, die wir jetzt wie folgt notieren können

$[0, [1]] = [0(1)]$

$[[0], 1] = [(0)1]$

$[1, [0]] = [1(0)]$

$[[1], 0] = [(1)0]$.

Durch konkatenierte Multiplikation erhält man dann aus Zahlen der 2. Stufe solche 3. Stufe

$[1(10)1(10)1(10)1(10)]$

$[1(10)1(10)1(10)0(10)]$

$[1(10)1(10)1(10)0(01)]$

$[1(10)1(10)0(10)0(10)]$

$[1(10)1(10)0(10)0(01)]$

$[1(10)1(10)0(01)0(01)]$

$[1(10)0(10)1(10)0(10)]$

$[1(10)0(10)1(10)0(10)]$

$[1(10)0(10)0(10)0(10)]$

$[1(10)0(10)0(10)0(01)]$
 $[1(10)0(10)0(01)0(01)]$
 $[1(10)0(01)1(10)0(01)]$
 $[1(10)0(01)0(10)0(10)]$
 $[1(10)0(01)0(10)0(01)]$
 $[1(10)0(01)0(01)0(01)]$
 $[0(10)0(10)0(10)0(10)]$
 $[0(10)0(10)0(10)0(10)]$
 $[0(10)0(10)0(01)0(01)]$
 $[0(10)0(01)0(10)0(01)]$
 $[0(10)0(01)0(01)0(01)]$
 $[0(10)0(01)0(10)0(01)]$, usw.

Es ist also

$$\text{card}(Z^1) = 4$$

$$\text{card}(Z^2) = 5$$

$$\text{card}(Z^3) = 21$$

Wie man leicht nachrechnen kann, ist dann

$$\text{card}(Z^4) = 210$$

$$\text{card}(Z^5) = 21945, \text{ usw.}$$

Nicht einmal die Zahlensequenz der Kardinalität dieser neuen Art von Zahlen ist im OEIS (Online Encyclopedia of Integer Sequences) nachgewiesen. Ferner besitzen diese Zahlen keine eindeutigen (und damit auch keinen absoluten) Anfang, sondern als Anfang dient ein Geviert. Während also die polykontexturalen Zahlen nach dem Pfalzgraf-Theorem einerseits aus den Peano-Zahlen topologisch gefasert und andererseits durch Entfernung der Faserung wiederum in Peano-Zahlen zurückverwandelt werden können, besteht diese Möglichkeit

bei unseren neuen Zahlen nicht. Wie es ferner aussieht, gibt es auch keine Möglichkeit einer Transformation unserer Zahlen in polykontexturale Zahlen et vice versa, während problemlos Proto-, Deutero- und Tritozahlen ineinander überführbar sind.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense.-Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die zwei Basiszahl-Strukturen der semiotischen Arithmetik

1. Die Absolutheit der Werte innerhalb der Dichotomie der aristotelischen Logik

$$L = [0, 1]$$

wird durch das Gesetz des Tertium non datur garantiert. Ein dritter Wert würde nämlich zwischen den beiden Werten von L vermitteln

$$2 = V[0, 1].$$

Das explizite Verbot von Vermittlung in L durch den "Drittensatz" führt dazu, daß absolutes – und damit objektives – Objekt und absolutes – und damit subjektives – Subjekt nichts als Spiegelbilder voneinander sein können, denn 1 kann nichts enthalten, was nicht bereits in 0 vorhanden ist, et vice versa. "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

2. Stattdessen muß eine semiotische Logik von vermittelten Werten ausgehen, denn die thetische Einführung eines Zeichens als "Meta-Objektes" (Bense 1967, S. 9) für ein Objekt impliziert eine Subjekt-Objekt-Austauschrelation zwischen Objekt und Zeichen, da sonst keine Referenz etabliert werden könnte. Das von einem Subjekt bezeichnete Objekt erhält also Subjektanteile, und das ein Objekt bezeichnende Subjekt enthält Objektanteile. Damit tritt an die Stelle des objektiven Objektes das subjektive Objekt und an die Stelle des subjektiven Subjektes das objektive Subjekt

$$OO \rightarrow SO$$

$$SS \rightarrow OS,$$

und da

$$SO \cap OS \neq \emptyset,$$

folgt, daß diese beiden nicht-absoluten Werte vermittelt sind. Wie bereits in Toth (2015) gezeigt, gibt es genau 4 Vermittlungsrelationen, nämlich 2 duale Paare

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_3 = L_1^{-1} = [[1], 0]$$

$$L_2 = [[0], 1] \quad L_4 = L_2^{-1} = [1, [0]].$$

Lassen wir die äußere Klammerschreibung weg, bekommen wir die 4 elementaren semiotischen Zahlen

$$S^1 = 0(1), (0)1, 1(0), (1)0,$$

d.h. S hat die formale Struktur

$$S = (x(y))$$

mit $x \neq y$. (Der Grund für diese Ungleichheitsbedingung ist natürlich das Nicht-Auftreten absoluter Werte, welche die Form $S = (00)$ bzw. $S = (11)$ hätten.)

Die semiotischen Zahlen (S-Zahlen) haben somit keinen eindeutigen Anfang, sondern ein Geviert des Anfangs. Sie unterscheiden sich damit nicht nur von den monokontexturalen Peanozahlen, sondern auch von den polykontexturalen Gestaltzahlen (Proto-, Deutero- und Tritozahlen).

3. Neben der Struktur $S = (x(y))$ bzw. $\times S = ((y)x)$ gibt es für S-Zahlen eine zweite Struktur, der wir ebenfalls bereits begegnet sind (vgl. Toth 2016a-d).

$$S = x(xy) \text{ bzw. } S = (xy)x.$$

Diese unterscheidet sich von den Zahlen der ersten Struktur also dadurch, daß die eingebetteten Zahlen keine 1-stelligen, sondern 2-stellige Relationen sind. Wegen des Verbotes absoluter Werte gibt es hier also nur zwei Möglichkeiten

$$S^2 = (01, 10).$$

Damit gibt es es also nur zwei Basiszahl-Struktur der semiotischen Arithmetik

$$S^1 = (0(1), (0)1, 1(0), (1)0),$$

$$S^2 = (01, 10),$$

denn Folgen, die n -stellige Relationen mit $n \geq 3$ sind, lassen sich immer dekomponieren, vgl.

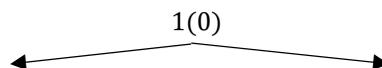
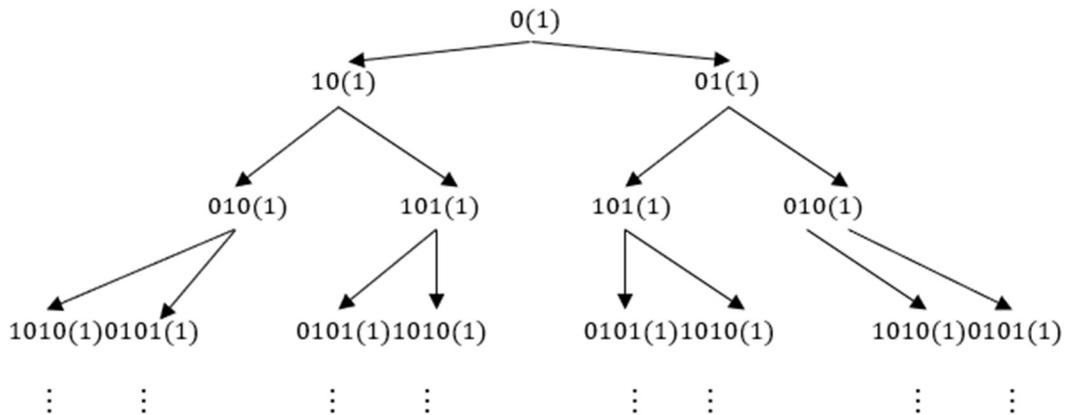
$$001 = 0(01)$$

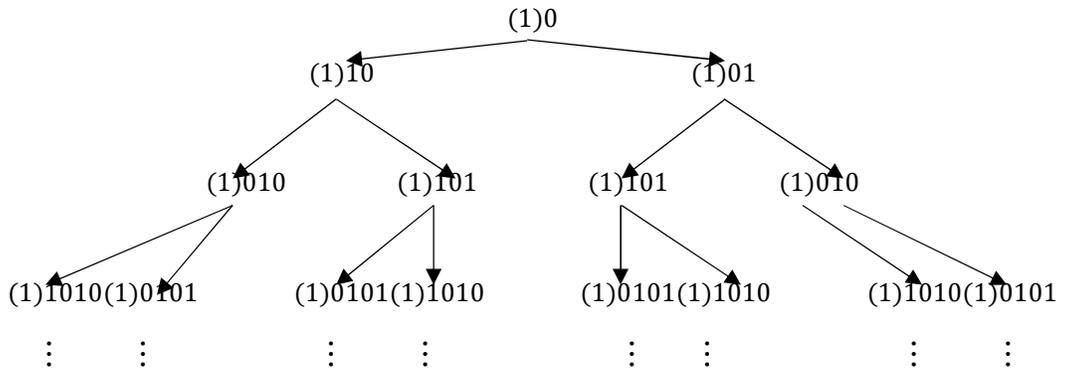
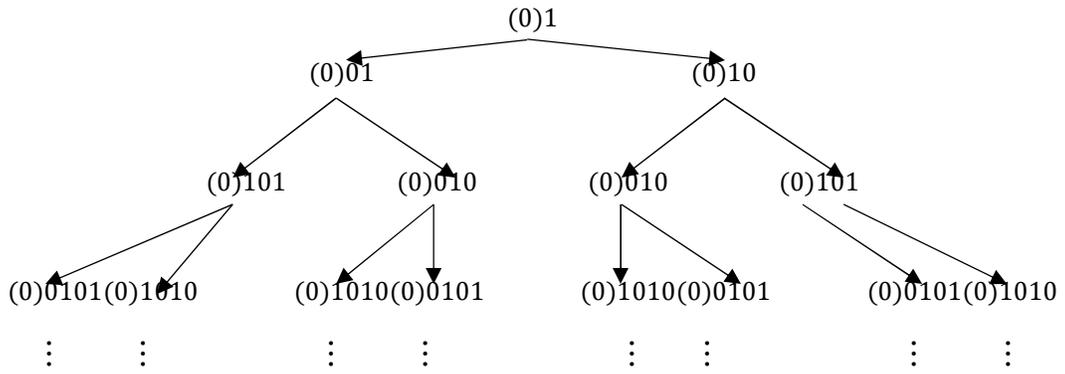
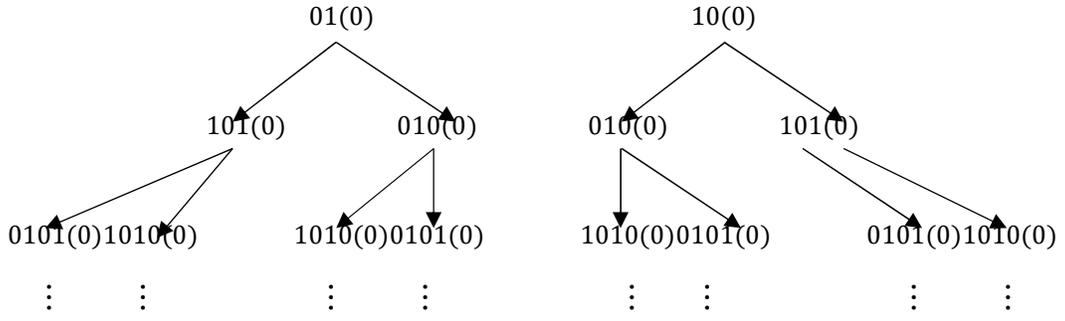
$$010 = 0(10), 01(0).$$

Dekomponierung ist also nur dann eindeutig, wenn gegen die Strukturen $S = 00$ bzw. $S = 11$ verstoßen wird.

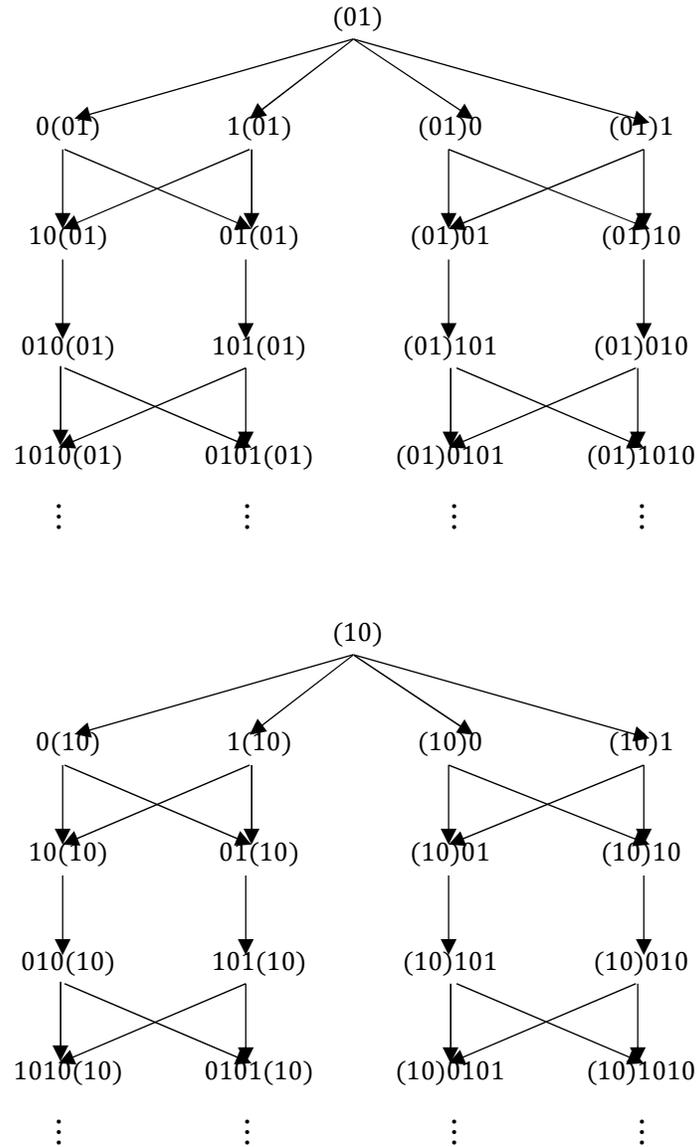
4. Von beiden Basis-Zahl-Strukturen können nun beliebige Hierarchien abgeleitet werden.

4.1. Hierarchien von S^1





4.2. Hierarchien von S^2



Die S-Zahlen etablieren somit eine völlig neue qualitative Mathematik, welche die drei Bedingungen erfüllen, die man in der nachstehend reproduzierten Tabelle findet, und welche die semiotische Logik sowohl von der aristotelischen als auch von der güntherschen Logik unterscheiden.

Logik	Vermittlung der Basiswerte	Iterierbarkeit von 0	Iterierbarkeit von S
aristotelisch	nein	nein	nein
günthersch	nein	nein	ja
semiotisch	ja	ja	ja

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Welche Logik bildet die Basis der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

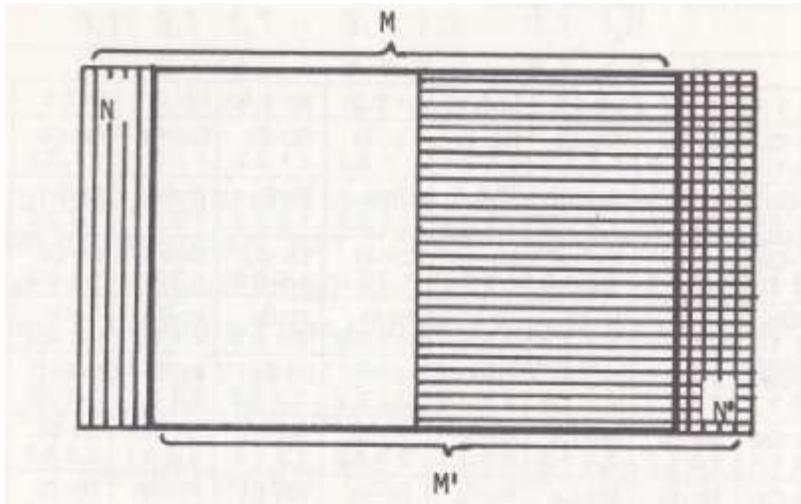
Toth, Alfred, Grundlagen einer neuen Logik für die Peirce-Bense-Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Toth, Alfred, Die semiotische Logik und ihre qualitative Mathematik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016c

Toth, Alfred, Grundlagen der qualitativen semiotischen Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016d

Benses "Grundfigur des ästhetischen Zustandes"

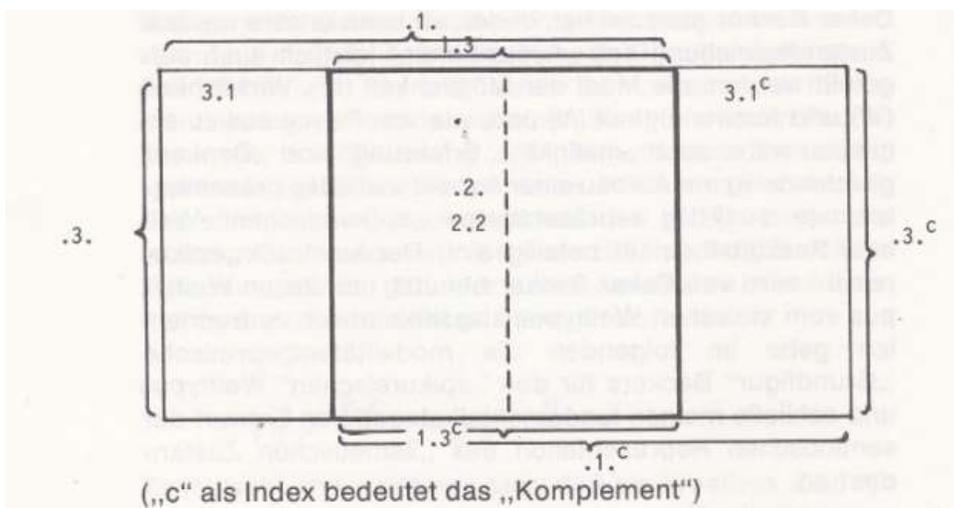
1. In seinem Buch "Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen" gab Bense (1979, S. 101) die von seinem mathematischen Lehrer Oskar stammende "modalitätentheoretische Grundfigur des epikuräischen Welttypus"



wieder und transformierte sie, wie im folgenden aus Bense (1979, S. 102) reproduziert, zur "Grundfigur des ästhetischen Zustandes", die durch das "eigenreale", dualinvariante semiotische Dualsystem

$$DS = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

repräsentiert wird (vgl. Bense 1992)



2. Wie zuletzt in Toth (2016) gezeigt, kann man durch Anwendung eines Einbettungsoperators

E: $x \rightarrow [x]$

die logische Basisdichotomie

$L = [0, 1]$

in ein Quadrupel von L-Relationen

$E \rightarrow L =$

$[0, [1]] \quad [[1], 0]$

$[[0], 1] \quad [1, [0]]$

transformieren, in denen die beiden logischen Werte 0 und 1 erstens an beiden logischen Positionen und zweitens sowohl eingebettet als auch nicht-eingebettet aufscheinen. Setzt man, wie in der klassischen aristotelischen Logik üblich, als Wahrheitswerte

$0 = W$

$1 = F$

ein, so bekommt man also

$[W, [F]] \quad [[F], W]$

$[[W], F] \quad [F, [W]],$

d.h. es gibt zwar immer noch die funktional nicht-abhängigen Wahrheitswerte W und F an allen logischen Positionen, aber sie treten nun ebenfalls als funktional abhängige Wahrheitswerte der beiden Formen

$W = f(F)$

$F = f(W)$

auf. Das bedeutet, daß wir es hier nicht nur, wie in der klassischen Logik, mit objektiven Objekten und subjektiven Subjekten zu tun haben, sondern daß wir vermöge des Einbettungsoperators E nun auch die beiden "gemischten" erkenntnistheoretischen Funktionen des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes bekommen, wie sie sich aus der folgenden erkenntnistheoretischen Matrix, darin O für Objekt und S für Subjekt stehen, ablesen lassen

	0	S
0	o0	oS
S	s0	sS.

Dadurch erhalten wir ein weiteres Beispiel für die Becker-Bense-Grundfiguren,

o0	s0	sS
	oS	

d.h. es gibt nun trotz Beibehaltung der logischen Zweiwertigkeit eine Vermittlung zwischen $o0 = 0 = 0$ und $sS = S = 1$, nämlich $O = f(S)$ und $S = f(O)$.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Jenseits von Wahr und Falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Notation semiotischer Dualsysteme mit qualitativen Morphismen

1. Wir gehen aus von der in Toth (2016) für die Raumsemiotik eingeführten qualitativen Arithmetik sowie dem folgenden vollständigen System aller $3^3 = 27$ über der allgemeinen Form von semiotischen Dualsystemen

$$DS = [3.x, 2.y, 1.z] \times [z.1, y.2, x.3]$$

mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

konstruierbaren triadischen Relationen. Man beachte, daß hier die Ordnung

$$x \preceq y \preceq z,$$

durch welche die "regulären" zehn peirce-benseschen Zeichenklassen aus der Gesamtmenge der semiotischen Relationen herausgefiltert werden, nicht verlangt wird.

$$DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

$$DS 4 = [3.1, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

$$DS 7 = [3.1, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 8 = [3.1, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 9 = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

$$DS 10 = [3.2, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 2.3]$$

$$DS 11 = [3.2, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 2.3]$$

$$DS 12 = [3.2, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 2.3]$$

$$DS 13 = [3.2, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 14} = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 15} = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

$$\text{DS 16} = [3.2, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 17} = [3.2, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 18} = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

$$\text{DS 19} = [3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 20} = [3.3, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 21} = [3.3, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 3.3]$$

$$\text{DS 22} = [3.3, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 23} = [3.3, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 24} = [3.3, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 3.3]$$

$$\text{DS 25} = [3.3, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 3.3]$$

$$\text{DS 26} = [3.3, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 3.3]$$

$$\text{DS 27} = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

2. Im folgenden benutzen wir die drei qualitativen Zählweisen, d.h. die adjazente, subjazente und transjazente, um die "regulären" Dualsysteme innerhalb der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix darzustellen. Da in semiotischen Dualsystemen nur die x, y und z variabel sind, ergibt sich eine maximal redundanzfreie Notation jedes Dualsystems mit Hilfe von qualitativen Morphismen. Als Zeichen für adjazente Abbildungen wird " \rightarrow ", als Zeichen für subjazente Abbildungen wird " \uparrow ", und als Zeichen für transjazente Abbildungen wird " \nearrow " verwendet.

$$2.1. DS 1 = [3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]$$

1.1	\emptyset	\emptyset		1.1	1.2	1.3
2.1	\emptyset	\emptyset	\times	\emptyset	\emptyset	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$DS 1 = [.1\uparrow] \times [1.\rightarrow]$$

$$2.2. DS 2 = [3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]$$

\emptyset	1.2	\emptyset		\emptyset	1.2	1.3
2.1	\emptyset	\emptyset	\times	2.1	\emptyset	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$DS 2 = [.1\uparrow, .2\swarrow] \times [2.\swarrow, 1.\rightarrow]$$

$$2.3. DS 3 = [3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	1.2	1.3
2.1	\emptyset	\emptyset	\times	\emptyset	\emptyset	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		3.1	\emptyset	\emptyset

$$DS 3 = [.1\uparrow, .3\swarrow] \times [3.\swarrow, 1.\rightarrow]$$

$$2.4. DS 5 = [3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]$$

\emptyset	1.2	\emptyset		\emptyset	\emptyset	1.3
\emptyset	2.2	\emptyset	\times	2.1	2.2	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$DS 5 = [.1\swarrow, .2\uparrow] \times [2.\rightarrow, 1.\swarrow]$$

$$2.5. DS 6 = [3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	1.3
\emptyset	2.2	\emptyset	\times	\emptyset	2.2	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		3.1	\emptyset	\emptyset

$$DS\ 6 = [.1\nearrow, .2\nearrow] \times [3.\nearrow, 2.\nearrow]$$

$$2.6.\ DS\ 9 = [3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	1.3
\emptyset	\emptyset	2.3	\times	\emptyset	\emptyset	\emptyset
3.1	\emptyset	\emptyset		3.1	3.2	\emptyset

$$DS\ 9 = [.1\nearrow, .3\uparrow] \times [3.\rightarrow, 1.\nearrow]$$

$$2.7.\ DS\ 14 = [3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]$$

\emptyset	1.2	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	2.2	\emptyset	\times	2.1	2.2	2.3
\emptyset	3.2	\emptyset		\emptyset	\emptyset	\emptyset

$$DS\ 14 = [.2\uparrow] \times [2.\rightarrow]$$

$$2.8.\ DS\ 15 = [3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	2.2	\emptyset	\times	\emptyset	2.2	2.3
\emptyset	3.2	\emptyset		3.1	\emptyset	\emptyset

$$DS\ 15 = [.2\uparrow, .3\nearrow] \times [3.\nearrow, 2.\rightarrow]$$

$$2.9.\ DS\ 18 = [3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]$$

\emptyset	\emptyset	1.3		\emptyset	\emptyset	\emptyset
\emptyset	\emptyset	2.3	\times	\emptyset	\emptyset	2.3
\emptyset	3.2	\emptyset		3.1	3.2	\emptyset

$$DS\ 18 = [.2\nearrow, .3\uparrow] \times [3.\rightarrow, 2.\nearrow]$$

$$2.10. DS 27 = [3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]$$

$$\begin{array}{cccccc} \emptyset & \emptyset & 1.3 & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 2.3 & \times & \emptyset & \emptyset & \emptyset \\ \emptyset & \emptyset & 3.3 & & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$DS 27 = [.3\uparrow] \times [3.\rightarrow]$$

Man beachte also, daß einzig die Notation in qualitativen Morphismen des selbstdualen semiotischen Systems (vgl. dazu Bense 1992) nicht-symmetrisch ist, während sie, in quantitativen Morphismen dargestellt, natürlich symmetrisch ist, denn es ist ja

$$\times[3.1, 2.2, 1.3] = [3.1, 2.3, 1.3] =$$

$$\times[\alpha^\circ\beta^\circ, id2, \beta\alpha] = [\alpha^\circ\beta^\circ, id2, \beta\alpha].$$

Der Grund dafür liegt natürlich darin, daß Identität eine rein quantitative Hypostase ist, d.h. qualitativ nicht vorkommt, es sei denn als Selbstidentität. Dies ist aber bei vorausgesetzter Transzendenz zwischen Zeichen und Objekt unmöglich, es sei denn, mit der Differenz beider falle die Semiotik in sich zusammen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1992

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen

1. Bekanntlich ist das dualsymmetrische, durch die Eigenrealitätsklasse determinierte sog. peirce-bensesche Zehnersystem

Zkl	Rth	Rpw	
3.1 2.1 1.1	1.1 1.2 1.3	9	} Mittel
3.1 2.1 1.2	2.1 1.2 1.3	10	
3.1 2.1 1.3	3.1 1.2 1.3	11	
3.1 2.2 1.2	2.1 2.2 1.3	11	} Objekt
3.2 2.2 1.2	2.1 2.2 2.3	12	
3.2 2.2 1.3	3.1 2.2 2.3	13	
3.1 2.3 1.3	3.1 3.2 1.3	13	} Interpretant
3.2 2.3 1.3	3.1 3.2 2.3	14	
3.3 2.3 1.3	3.1 3.2 3.3	15	
3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.3	12	Eigenrealität

(vgl. Bense 1992, S. 76) nur ein Ausschnitt aus der Gesamtmenge der über $S = (3.x, 2.y, 1.z)$ mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ erzeugbaren $3^3 = 27$ semiotischen Relationen, die, vermöge der bereits durch Bense (1975) eingeführten Dualitätsoperation, in zweifacher Form, nämlich als eine die Subjektposition kodierende Zeichenklasse und eine die Objektposition kodierende Realitätsklasse, aufscheint.

2. Während im semiotischen 10er-System nur die drei Zeichenklassen, deren Realitätsklassen homogene entitatische Realitäten thematisieren, paarweise vollständig Nullstellen aufweisen, d.h.

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$(3.2, 2.2, 1.2) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset,$$

weisen die $(27 \text{ mal } 26 / 2) = 351$ möglichen Paarrelationen des vollständigen semiotischen 27er-Systems zahlreiche Nullstellen, d.h. semiotische Diskonnektitäten, auf, deren Struktur, Verteilung und semiotische Relevanz bislang

überhaupt nicht entdeckt, geschweige denn untersucht worden ist. Im vorliegenden ersten Teil unserer Untersuchungen zu Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen geben wir das System in generativ-semiosischer Ordnung aller 351 Paare wieder.

2.1. Semiotische Konnexionen zwischen DS(1) und DS(n) mit $n > 1$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{matrix} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{matrix} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{matrix} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{matrix} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{matrix} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{matrix} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{matrix}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{matrix} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{matrix}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.2. Semiotische Konnexionen zwischen DS(2) und DS(n) mit $n > 2$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(2)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(2)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(2)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(2)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(2)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(2)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

2.3. Semiotische Konnexionen zwischen DS(3) und DS(n) mit $n > 3$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(3)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(3)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(3)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(3)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(3)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(3)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.4. Semiotische Konnexionen zwischen DS(4) und DS(n) mit $n > 4$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.5. Semiotische Konnexionen zwischen DS(5) und DS(n) mit $n > 5$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(20)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.6. Semiotische Konnexionen zwischen DS(6) und DS(n) mit $n > 6$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.7. Semiotische Konnexionen zwischen DS(7) und DS(n) mit $n > 7$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.8. Semiotische Konnexionen zwischen DS(8) und DS(n) mit $n > 8$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.9. Semiotische Konnexionen zwischen DS(9) und DS(n) mit $n > 9$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.10. Semiotische Konnexionen zwischen DS(10) und DS(n) mit $n > 10$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(16) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(17) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(18) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(19) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(10) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.11. Semiotische Konnexionen zwischen DS(11) und DS(n) mit $n > 11$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

2.12. Semiotische Konnexionen zwischen DS(12) und DS(n) mit $n > 12$

$$\begin{array}{l} \text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.13. Semiotische Konnexionen zwischen DS(13) und DS(n) mit $n > 13$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.14. Semiotische Konnexionen zwischen DS(14) und DS(n) mit $n > 14$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.15. Semiotische Konnexionen zwischen DS(15) und DS(n) mit $n > 15$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.16. Semiotische Konnexionen zwischen DS(16) und DS(n) mit $n > 16$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.17. Semiotische Konnexionen zwischen DS(17) und DS(n) mit $n > 17$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{cccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{cccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.18. Semiotische Konnexionen zwischen DS(18) und DS(n) mit $n > 18$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.19. Semiotische Konnexionen zwischen DS(19) und DS(n) mit $n > 19$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

DS(19)	=	3.3	2.1	1.1	×	1.1	1.2	3.3
			∅				∅	
DS(22)	=	3.3	2.2	1.1	×	1.1	2.2	3.3
DS(19)	=	3.3	2.1	1.1	×	1.1	1.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(23)	=	3.3	2.2	1.2	×	2.1	2.2	3.3
DS(19)	=	3.3	2.1	1.1	×	1.1	1.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(24)	=	3.3	2.2	1.3	×	3.1	2.2	3.3
DS(19)	=	3.3	2.1	1.1	×	1.1	1.2	3.3
			∅				∅	
DS(25)	=	3.3	2.3	1.1	×	1.1	3.2	3.3
DS(19)	=	3.3	2.1	1.1	×	1.1	1.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(26)	=	3.3	2.3	1.2	×	2.1	3.2	3.3
DS(19)	=	3.3	2.1	1.1	×	1.1	1.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(27)	=	3.3	2.3	1.3	×	3.1	3.2	3.3

2.20. Semiotische Konnexionen zwischen DS(20) und DS(n) mit $n > 20$

DS(20) = 3.3 2.1 1.2 × 2.1 1.2 3.3

∅ ∅

DS(21) = 3.3 2.1 1.3 × 3.1 1.2 3.3

DS(20) = 3.3 2.1 1.2 × 2.1 1.2 3.3

∅ ∅ ∅ ∅

DS(22) = 3.3 2.2 1.1 × 1.1 2.2 3.3

DS(20) = 3.3 2.1 1.2 × 2.1 1.2 3.3

∅ ∅

DS(23) = 3.3 2.2 1.2 × 2.1 2.2 3.3

DS(20) = 3.3 2.1 1.2 × 2.1 1.2 3.3

∅ ∅ ∅ ∅

DS(24) = 3.3 2.2 1.3 × 3.1 2.2 3.3

DS(20) = 3.3 2.1 1.2 × 2.1 1.2 3.3

∅ ∅ ∅ ∅

DS(25) = 3.3 2.3 1.1 × 1.1 3.2 3.3

DS(20) = 3.3 2.1 1.2 × 2.1 1.2 3.3

∅ ∅

DS(26) = 3.3 2.3 1.2 × 2.1 3.2 3.3

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.21. Semiotische Konnexionen zwischen DS(21) und DS(n) mit $n > 21$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.22. Semiotische Konnexionen zwischen DS(22) und DS(n) mit $n > 22$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.23. Semiotische Konnexionen zwischen DS(23) und DS(n) mit $n > 23$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

2.24. Semiotische Konnexionen zwischen DS(24) und DS(n) mit $n > 24$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & & & & & \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.25. Semiotische Konnexionen zwischen DS(25) und DS(n) mit $n > 25$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.26. Semiotische Konnexionen zwischen DS(26) und DS(n) mit $n > 26$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Distribution der Strukturen von Nullstellen in semiotischen Dualsystemen

1. Bekanntlich ist das dualsymmetrische, durch die Eigenrealitätsklasse determinierte sog. peirce-bensesche Zehnersystem (vgl. Bense 1992, S. 76) nur ein Ausschnitt aus der Gesamtmenge der über $S = (3.x, 2.y, 1.z)$ mit $x, y, z \in \{1, 2, 3\}$ erzeugbaren $3^3 = 27$ semiotischen Relationen, die, vermöge der bereits durch Bense (1975) eingeführten Dualitätsoperation, in zweifacher Form, nämlich als eine die Subjektposition kodierende Zeichenklasse und eine die Objektposition kodierende Realitätsklasse, aufscheint. Während im semiotischen 10er-System nur die drei Zeichenklassen, deren Realitätsklassen homogene entitatische Realitäten thematisieren, paarweise vollständig Nullstellen aufweisen, d.h.

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.2, 2.2, 1.2) = \emptyset$$

$$(3.2, 2.2, 1.2) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset$$

$$(3.1, 2.1, 1.1) \cap (3.3, 2.3, 1.3) = \emptyset,$$

weisen die $(27 \text{ mal } 26 / 2) = 351$ möglichen Paarrelationen des vollständigen semiotischen 27er-Systems zahlreiche Nullstellen, d.h. semiotische Diskonnektitäten, auf, deren Struktur, Verteilung und semiotische Relevanz bislang überhaupt nicht entdeckt, geschweige denn untersucht worden ist. Im Anschluß an unsere Untersuchungen zu Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen (vgl. Toth 2016) geben im folgenden die Distribution der Strukturen von Nullstellen in semiotischen Dualsystemen für alle 351 Paare wieder.

2.1. Einfache semiotische Nullstellen

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(3)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(22)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(1)} & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(5) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(11) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(2) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(6) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(12) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(3) & = & 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(4) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(5) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(4) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(6) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(4) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(13)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(4)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(22)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(5)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(5)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(5)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(14)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(5)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(23)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(6) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(6) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(15) & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS}(6) & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(24) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS}(7) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(16) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(17)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(9)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(27)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(13)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(16)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(10)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(20)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcllclcl}
\text{DS(10)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\
& & & & \emptyset & & \emptyset & & \\
\text{DS(21)} & = & 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\
& & & & \emptyset & & \emptyset & & \\
\text{DS(12)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\
& & & \emptyset & & & & \emptyset & \\
\text{DS(14)} & = & 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\
& & & \emptyset & & & & \emptyset & \\
\text{DS(17)} & = & 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\
& & \emptyset & & & & & \emptyset & \\
\text{DS(20)} & = & 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \\
\text{DS(12)} & = & 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\
& & & \emptyset & & & & \emptyset & \\
\text{DS(15)} & = & 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(12)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(21)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(16)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(16)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(17)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(17)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(27)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(20)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(21)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(21)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(27)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(22)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(23)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(22)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(22)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(23)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & & & & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.2. Doppelte semiotische Nullstellen

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(2) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(3) & = & 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(4)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(9)} = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(4)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(4)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(4)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(4)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(4)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(5) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(20)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(5)} = 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
\quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(5)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(12)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(13)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(6)} & = & 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(14)} & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(7)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(27)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(11)} & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(16)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(20)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\text{DS(8)} & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(23)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(25) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
& & \\
\text{DS}(8) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(27) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
& & \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(12) & = & 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
& & \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(15) & = & 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
& & \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(16) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
& & \\
\text{DS}(9) & = & 3.1 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS}(17) & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(10)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(18)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(21)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(11)} = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ & \emptyset & & & \emptyset & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(24)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(21)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(15)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(19)} = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \qquad \qquad \qquad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(26)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\\
\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
\qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \qquad \qquad \emptyset \\
\text{DS(27)} = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(25)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
& & \\
\text{DS(18)} & = & 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3 \\
& & \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
& & \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(23)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
& & \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(24)} & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
& & \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(26)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
& & \\
\text{DS(19)} & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS(27)} & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(22) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(24) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(25) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(20) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(27) & = & 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(22) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3 \\
\text{DS}(21) & = & 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3 \\
& & \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \\
\text{DS}(23) & = & 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3
\end{array}$$

DS(21)	=	3.3	2.1	1.3	×	3.1	1.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(25)	=	3.3	2.3	1.1	×	1.1	3.2	3.3
DS(21)	=	3.3	2.1	1.3	×	3.1	1.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(26)	=	3.3	2.3	1.2	×	2.1	3.2	3.3
DS(22)	=	3.3	2.2	1.1	×	1.1	2.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(26)	=	3.3	2.3	1.2	×	2.1	3.2	3.3
DS(22)	=	3.3	2.2	1.1	×	1.1	2.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(27)	=	3.3	2.3	1.3	×	3.1	3.2	3.3
DS(23)	=	3.3	2.2	1.2	×	2.1	2.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(25)	=	3.3	2.3	1.1	×	1.1	3.2	3.3
DS(23)	=	3.3	2.2	1.2	×	2.1	2.2	3.3
			∅	∅		∅	∅	
DS(27)	=	3.3	2.3	1.3	×	3.1	3.2	3.3

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

2.3. Dreifache semiotische Nullstellen

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(1) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(1) & = & 3.1 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(2) & = & 3.1 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(2) = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(13)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(14)} = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(16)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(17)} = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(22)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS(3)} = 3.1 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS(23)} = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(3) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(4) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(4) & = & 3.1 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = 3.2 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(5) & = & 3.1 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(6) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(7) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(7) & = & 3.1 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{cccccccc} \text{DS}(8) & = & 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = 3.2 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = 3.2 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 2.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{l} \text{DS}(8) = 3.1 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 1.3 \\ \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(8) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(9) = \begin{array}{ccccccc} 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(9) & = & 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = 3.3 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(9) & = & 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(9) & = & 3.1 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 1.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(10) & = & 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(10) & = & 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = 3.3 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad \times \quad 3.1 \quad 2.2 \quad 3.3$$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{DS}(10) & = & 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ & & \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = 3.3 \quad 2.3 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 3.2 \quad 3.3$$

$$\text{DS}(10) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(11) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(12) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(13) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(14) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(27) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(25) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(15) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(26) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(16) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.1 & \times & 1.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(21) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.3 & \times & 3.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(17) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.2 & \times & 2.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(24) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.3 & \times & 3.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(19) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.1 & \times & 1.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(20) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.1 & 1.2 & \times & 2.1 & 1.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(22) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.1 & \times & 1.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

$$\text{DS}(18) = \begin{array}{ccccccc} 3.2 & 2.3 & 1.3 & \times & 3.1 & 3.2 & 2.3 \\ \emptyset & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & \emptyset \end{array}$$

$$\text{DS}(23) = \begin{array}{ccccccc} 3.3 & 2.2 & 1.2 & \times & 2.1 & 2.2 & 3.3 \end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Nullstellen bei Paaren dualer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Objekte, Zeichen und Zahlen

1. Wir benutzen Objekte wie z.B. Kleider, Besen und Autos, wir kommunizieren in Zeichen, weil man nur mit Zeichen kommunizieren kann, und wir rechnen, indem wir etwa unser Geld zählen oder ausrechnen, wieviel Rente wir nach der Pensionierung bekommen. Die drei Entitäten Objekte, Zeichen und Zahlen dürften damit die drei grundlegenden Entitäten überhaupt sein, und alle weiteren Kategorien sind von ihnen abgeleitet. So ist etwa die Substanz ein Teil von Objekten, Relationen sind Beziehungen zwischen Objekten (zu denen auch die Subjekte gehören), Zahlen oder Zeichen. Ich plädiere hier also für drei neue "Fundamentalkategorien" als Substitute der von Peirce eingeführten, die klassischen Kategorientafeln reduzierenden Kategorien der Mittelrealität, der Objektrealität und der Interpretantenrealität. Daß es sich hier nicht um "fundamentale" Kategorien handeln kann, müßte eigentlich bereits Peirce bemerkt haben, denn die Mittelrelaität ist sowohl in der Objekt- als auch in der Interpretantenrealität eingeschlossen, und die Objektrealität ist in der Interpretantenrealität eingeschlossen. Wie ferner Bense (1979, S. 53 u. 67) mit Hilfe der Kategoriethorie bewiesen hatte, enthält sich die triadische Zeichenrelation im ebenfalls triadischen Interpretantenbezug selbst (sonst wäre das Zeichen nicht autoreproduktiv und das peircesche Dualsystem wäre nicht vermöge Eigenrealität determinantensymmetrisch). Bereits bei Peirce gibt es also streng genommen nur eine einzige unserer drei vorgeschlagenen Fundamentalkategorien, nämlich diejenige des Zeichens selbst.

2. Die Vorstellung, daß die Semiotik ein im modelltheoretischen Sinne abgeschlossenes Universum bildet (vgl. Bense 1983), wurde bereits von Bense selbst an zahlreichen Stellen seines Frühwerkes widerlegt. So liest man bereits 1971: "Schließlich stellen Grenzpfähle und Grenzwege, Schlagbäume bzw. Niemandslandstreifen iconische Differenziations- und Vermittlungszeichen zwischen zwei (staatlichen) Situationssystemen dar, denn als Berührungszonen gehören Grenzphänomene zu beiden Situationssystemen, d.h. jeder Grenzpunkt gehört zugleich auch jedem begrenzten Gebiet an und hat als bezeichnendes Zeichen mit seinem Objekt übereinstimmende Merkmale" (Bense 1971, S. 87). Das bedeutet also, daß es zwischen Objekt und Zeichen ein Tertium datur gibt, d.h. einen Rand, der zwar tatsächlich leer sein kann – im

Falle von Arbitrarität -, der aber auch nicht-leer sein kann, wie in Benses Beispiel der Niemandsländstreifen, der sich somit als Menge von Partizipationsrelationen zwischen den Paaren der ihm angrenzenden Gebiete entpuppt. Dasselbe gilt für die Ontik selbst: Ein Zaun, der eine Wiese in zwei separate Teilwiesen trennt, liegt nicht im Nirgendwo und gehört auch nicht einer der beiden Wiesen an, sondern beiden gleichzeitig, d.h. er partizipiert an beiden von ihm getrennten Wiesen – damit aber trennt er diese nicht nur, sondern verbindet sie gleichzeitig.

3. Die den drei fundamentalen Entitäten Objekt, Zeichen und Zahl zugehörigen Wissenschaften sind die Ontik (Objekttheorie), die Semiotik (Zeichentheorie) und die Mathematik (die man entweder auf der Zahl, der Menge oder der Kategorie als Basisbegriff fundieren kann). Während jedoch die Mathematik seit Jahrhunderten an unseren Universitäten durch Lehrstühle und weitere Stellen fest institutionalisiert ist, fristet die Semiotik heute allenfalls noch als eine besondere Form der Hermeneutik ein Schattendasein innerhalb der Literaturwissenschaft einerseits und innerhalb der Architektur andererseits. Die Ontik ist überhaupt nicht vertreten, und in diesem Falle liegt die Schuld bei der Semiotik peircescher Provenienz, die behauptet, wir könnten "Realität" nicht anders als durch Zeichen wahrnehmen. In Wahrheit ist aber ein wahrgenommenes Objekt noch kein Zeichen, denn die thetische Setzung von Zeichen bedingt einen willentlichen Akt, die Wahrnehmung von Objekten geschieht aber unwillentlich. Wahrgenommene Objekte sind subjektive Objekte (da sie ja nur von Subjekten wahrgenommen werden können), Zeichen aber sind objektive Subjekte (da sie ja nur von Subjekten auf Objekte abgebildet werden können). Statt der primitiven aristotelischen logischen Dichotomie von Objekten und Zeichen bzw. Objekten und Subjekten sollte man also eine Logik konstruieren, die von subjektiven Objekten und objektiven Subjekten ausgeht. Erst eine solche Logik wäre mit der Trias von Objekten, Zeichen und Zahlen und dadurch mit Ontik, Semiotik und Mathematik kompatibel.

4. Die übrigen Wissenschaften sind folglich von Ontik, Semiotik und Mathematik abgeleitet. Es besteht somit eine ähnliche Situation wie sie die Bourbakis in der Mathematik geschaffen haben, indem sie alle mathematischen Einzeldisziplinen aus Kombinationen von Algebra, Ordnungstheorie und Topologie

abgeleitet eingeführt hatten. Daß wir heute soweit sind, daß wir Fächer wie "Umweltnaturwissenschaften" haben, die alleine auf praktische Zwecke hin zusammengeschustert sind aus Fragmenten von zahlreichen und selbst wiederum abgeleiteten Wissenschaften, deren Grundlagen die Studierenden gar nicht nachvollziehen können, läßt sich mit einem Koch vergleichen, der keine Ahnung von der Herstellung der von ihm verwendeten Grundprodukte hat. Jemand, der nur weiß, wie man Fertigprodukte hantiert, versteht damit auch nicht, was er überhaupt tut. Erkenntnis und nicht Kenntnis ist aber der Zweck aller Wissenschaft – und selbst der Gebiete, die zu den Nicht-Wissenschaften gehören. An der Misere nicht nur der deutschen, sondern der internationalen Wissenschaft wird sich also nichts ändern, bevor nicht nur die Mathematik, sondern auch die Semiotik und die Ontik durch Lehrstühle institutionalisiert werden und Studenten aller abgeleiteten Fächer wenigstens deren Grundlagen vermittelt werden. Man kann in der Fächertrias von Ontik, Semiotik und Mathematik somit eine neue Kybernetik sehen, welche, jenseits des Geschwätzes der sog. inter- und transdisziplinären Wissenschaft angesiedelt, eine gemeinsame formal-abstrakte Basis nicht nur aller abgeleiteten Einzelwissenschaften, sondern durch Systeme von Isomorphismen die zwischen Ontik, Semiotik und Mathematik bestehenden Zusammenhänge liefert.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Eine imaginäre Zeichenrelation

1. Bekanntlich steht bei de Saussure: "Die Sprache ist sozusagen eine Algebra, die nur komplexe Termini enthält" (1967, S. 146). Helmar Frank hatte sogar die These vertreten, das Zeichen sei eine komplexe Funktion, die zu einem imaginären und einem reellen Grenzwert konvergiere (vgl. dazu Toth 2013). Die Idee einer imaginären Zeichenrelation scheint mir besser zu passen, denn das Zeichen ist seiner Natur nach eine Kopie des realen und damit auch reellen Objektes, mit dem es durch Referenz verbunden ist. Man könnte somit die Semiotik als imaginäre Gegenwelt der reellen Ontik bestimmen.

2. Wir gehen aus von den durch Bense (1981, S. 17 ff.) definierten Zeichenzahlen, von Bense etwas unglücklich als Primzeichen bezeichnet

$$Z_{re} = (1, 2, 3)$$

und ersetzen diese reelle durch die folgende imaginäre Zeichenzahlenrelation

$$Z_{im} = (1, i, -1).$$

Damit können wir folgende neue semiotische Matrix konstruieren

	1	i	-1
1	1	i	-1
i	i	-1	-i
-1	-1	-i	1.

Wie man erkennt, bestehen sowohl die Determinante als auch die Diskriminante der Matrix ausschließlich aus reellen Zeichenzahlen. Es gibt also offenbar weder eine Eigenrealität noch eine Kategorienrealität der Imaginari-tät.

3. Weil die über Z_{im} im Gegensatz zu der über Z_{re} konstruierten Matrix in Bezug auf die Matrixeinträge redundant ist, ist es möglich, über Z_{im} folgende drei kategorialen Identifikationen zu konstruieren.

$$3.1. (1 \equiv i) = (M \equiv O)$$

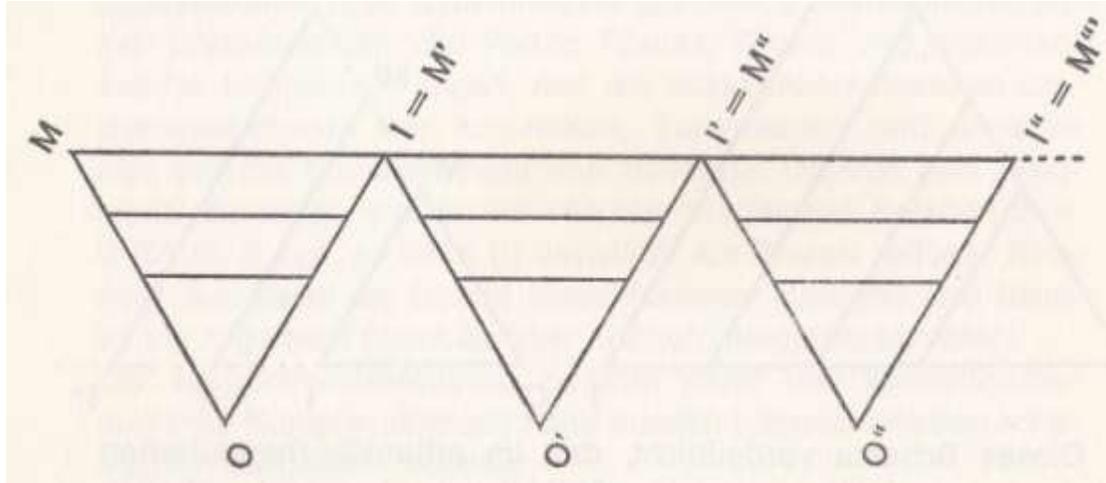
Natürliche Zeichen, Anzeichen, Symptome, Signale, Spuren, Reste.

3.2. $(i \equiv -1) = (0 \equiv I)$

Sprecher-Hörer-Union, Kommunikationstheorie (Informationstheorie).

3.3. $(1 \equiv -1) = (M \equiv I)$

Allein diese kategoriale Identifikation taucht in Benses Werk auf, und zwar seit Bense (1971, S. 54) in Form des Superisationsschemas



Literatur

Bense, Max Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Festschrift für Helmar Frank zum 80. Geburtstag. Paderborn 2013, S. 659-666

Bijektion der imaginären und der reellen semiotischen Dualsysteme

1. In Toth (2016) hatten wir eine imaginäre Zeichenrelation der Form

$$Z = (-1, i, 1)$$

definiert, welche die reelle Zeichenrelation, die Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführt hatte, ersetzen könnte, zumal sich de Saussure (1967, S. 146), Frank (2001) und Toth (2013) für die Imaginarität der Zeichenrelation ausgesprochen hatten.

Die zu Z gehörige Matrix ist

	-1	i	1
-1	1	-i	-1
i	-i	-1	i
1	-1	i	1,

2. Im folgenden gehen wir von den dualen Realitätsthematiken der zehn peirceschen Zeichenklassen aus und transformieren sie durch die ebenfalls primen Zeichenzahlen von Z. Diese werden so geordnet, daß die ersten Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied -1 ist, deren zweite Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied -i ist, und deren dritte Gruppe alle Tripel umfaßt, deren erstes Glied 1 ist.

$$3.1 \ 1.2 \ 1.3 \quad \rightarrow \ -1, -i, -1$$

$$3.1 \ 2.2 \ 1.3 \quad \rightarrow \ -1, -1, -1$$

$$3.1 \ 2.2 \ 2.3 \quad \rightarrow \ -1, -1, i$$

$$3.1 \ 3.2 \ 2.3 \quad \rightarrow \ -1, i, i$$

$$3.1 \ 3.2 \ 1.3 \quad \rightarrow \ -1, i, -1$$

$$2.1 \ 2.2 \ 1.3 \quad \rightarrow \ -i, -1, -1$$

$$2.1 \ 1.2 \ 1.3 \quad \rightarrow \ -i, -i, -1$$

2.1 2.2 2.3 $\rightarrow -i, -1, i$

1.1 1.2 1.3 $\rightarrow 1, -i, -1$

Obwohl zur ersten Gruppe von Tripel gehörig, nimmt

3.1 3.2 3.3 $\rightarrow -1, i, 1 = \mathbb{Z}$

eine Sonderstellung ein, denn der vollständige Interpretantenbezug fällt in der Notation mit imaginären Primzeichenzahlen mit der Definition des Zeichens zusammen. Man beachte, daß dies bei der imaginären Korrespondenz der Eigenrealitätsklasse 3.1 2.2 1.3 $\rightarrow -1, -1, -1$ nicht der Fall ist.

Wie man sogleich erkennt, folgt trotz der "Redundanz" der imaginären Zahlenwerte in der Matrix die Bijektion der imaginären und der reellen Realitätsthematiken, dadurch vermöge Dualität auch die Bijektion imaginärer und reeller Zeichensystemen und somit der imaginären und der reellen semiotischen Dualsysteme.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

de Saussure, Ferdinand, Grundfragen der allgemeinen Sprachwissenschaft. 2. Aufl. Berlin 1967

Frank, Helmar, Zur Modellreihen-Entwicklung der deutschen Sprache und der anderen Sprachen Europiens. In: Germanistische Beiträge 13/14 (Hermannstadt), 2001 (Festschrift für Horst Schuller), S. 126-149

Toth, Alfred, Das Zeichen als komplexe Funktion. In: Barandovská-Frank, Vera (Hrsg.), Littera scripta manet. Festschrift für Helmar Frank zum 80. Geburtstag. Paderborn 2013, S. 659-666

Toth, Alfred, Eine imaginäre Zeichenrelation I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Die qualitative Zahl des Zeichens

1. Es gibt zwei völlig verschiedene Ansätze einer semiotischen Mathematik von Max Bense, die, wenn ich recht sehe, sogar dem Großteil seiner Studenten entgangen ist.

1.1. Die Konzeption einer quantitativen semiotischen Mathematik, die etwas bekannter ist, weil sie Bense nicht nur in (1975, S. 168 ff.), sondern auch in seinem Nachweis, daß Peirce die Peano-Axiome vorweggenommen hatte (vgl. Bense 1983, S. 192 ff.), vorgebracht hatte. Darin wird gezeigt, daß man das Zeichen als triadische Relationen mit Hilfe der Peano-Axiome einführen kann. Die Kulmination dieser Vorstellung des Zeichens als quantitativer Zahl stellt dann Benses letztes Werk dar, der Nachweis, daß das semiotische eigenreale Dualsystem auch die "Zahl" selbst repräsentiert (vgl. Bense 1992).

1.2. Die Konzeption einer qualitativen semiotischen Mathematik, die sich hinter der erst 1980 eingeführten Relation der Primzeichen verbirgt (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.). Darin nimmt Bense folgende Abbildungen zwischen den Zeichenzahlen und ihren Qualitäten vor, die wir hier in der Form von Sätzen formulieren.

1.2.1. Qualitäten (1) werden kardinal gezählt.

1.2.2. Objekte (2) werden ordinal gezählt.

1.2.3. Konnexe (3) werden relational gezählt.

Die Qualitäten machen in Peirces Einführung des Zeichens den Mittelbezug des Zeichens aus, es wird zwischen reinen, singulären und gesetzmäßig verwendeten Qualitäten unterschieden.

Die Objekte machen in Peirces Einführung des Zeichens den Objektbezug des Zeichens aus, es wird zwischen abbildenden, hinweisenden und arbiträren Objekten unterschieden.

Die Konnexe machen in Peirces Einführung des Zeichens den Interpretantenbezug des Zeichens aus, es wird zwischen offenen, abgeschlossenen und vollständigen Konnexen unterschieden.

2. Tatsächlich ist es aber so, daß alle drei Entitäten, d.h. Qualitäten, Objekte und Konnexen, selbst Qualitäten sind, denn Objekte sind Qualitäten per se, und wenn in der Semiotik von Konnexen die Rede ist, dann von interpretierenden und nicht von rein topologischen, daher auch der Name des Interpretantenbezuges, der die Subjektbeteiligung voraussetzt. Fragen wir uns deshalb, was für Zahlen es sind, welche durch Benses Primzeichen oder besser: Zeichenzahlen gezählt werden.

2.1. Qualitäten, die kardinal gezählt werden

Wir wollen die Entitäten, welche Qualitäten kardinal zählen, einfach als Zahlen bezeichnen. Es kann sich um einen Apfel, eine Birne oder eine Pflaume, d.h. um qualitativ differente Objekte, oder um die Zahlen 1, 2 oder 3, d.h. um qualitativ gleiche Objekte, handeln.

2.2. Qualitäten, die ordinal gezählt werden

Wir wollen die Entitäten, welche Qualitäten ordinal zählen, als Anzahlen bezeichnen. Damit kann zum Beispiel eine Menge von Äpfeln, eine Menge von Birnen oder eine Menge von Pflaumen bei qualitativen Objekten oder die Mengen der natürlichen, rationalen oder reellen Zahlen bei quantitativen Objekten abgezählt werden. Die Differenz zwischen kardinaler und ordinaler Zählung ist daher diejenige zwischen zählen und abzählen.

2.3. Qualitäten, die relational gezählt werden

Wir wollen die Entitäten, welche Qualitäten relational zählen, als Nummern bezeichnen. Damit kann man zum Beispiel eine Menge von Häusern entlang einer Straße, d.h. Objekte, deren kardinale und ordinale Stellung bereits vorgegeben ist, durch die Abbildung von Nummern identifizieren. Man beachte, daß die Numerierung nicht mit der Abzählung übereinstimmen muß. Daß also zum Beispiel die letzte Haus-Nummer einer Straße 96 ist, bedeutet nicht, dass diese Straße 96 Häuser hat.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Transrelationale Systeme als Basen für semiotische Matrizen

1. Unter transrelationalen Systemen wollen wir solche verstehen, welche die quantitative Dreiteilung symmetrischer Relationen

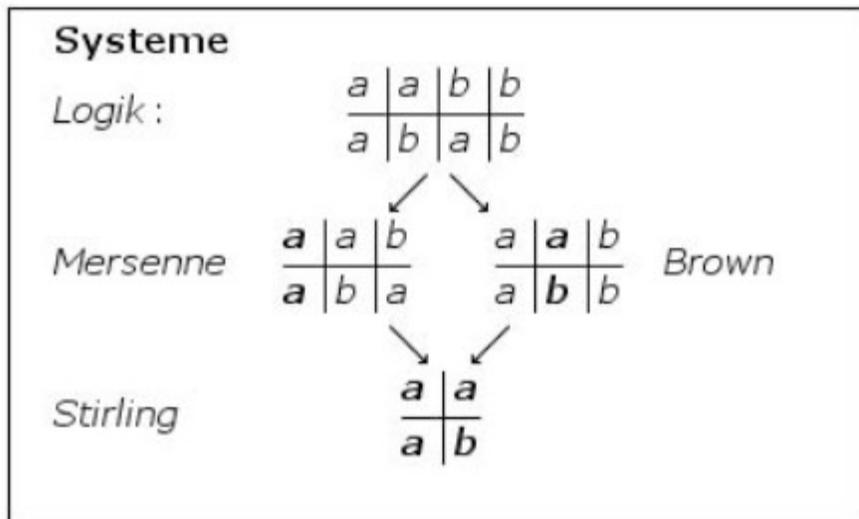
symmetrisch: $\forall x, y \in M : (xRy \Rightarrow yRx)$

asymmetrisch: $\forall x, y \in M : xRy \Rightarrow \neg(yRx)$

antisymmetrisch: $\forall x, y \in M : xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$

verwerfen, indem sie mindestens eine der drei Relationstypen NICHT aufweisen. Dieses Problem gesehen und behandelt zu haben, ist das Verdienst Rudolf Kaehrs (vgl. Kaehr 2012).

2. Von den folgenden vier, von Kaehr (2012, S. 4) dargestellten Systemen erfüllt nur dasjenige von Leibniz bzw. Boole, das der aristotelischen Logik zugrunde liegt, die Dreiteilung symmetrischer Relationen



Dagegen fehlt im System von Mersenne die Differenzierung zwischen $[a, a]$ und $[b, b]$, d.h. es findet ein Identitätenkollaps statt, und im System von Brown gibt es wegen des Fehlens der Differenz von $[a, b]$ und $[b, a]$ keine Antisymmetrie. Das Trito-System der Stirlingzahlen schließlich vereinigt Identitätskollaps und Elimination von Antisymmetrie.

3.1. Es dürfte unmittelbar einleuchten, daß die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

sowohl Identitätsdifferenz, da

$(1.1) \neq (2.2) \neq (3.3)$

gilt, als auch Antisymmetrie kennt, da

$(1.2) \neq (2.1), (1.3) \neq (3.1), (2.3) \neq (3.2)$

gilt. Dank Kaehrs Entdeckung der vier Systemtypen können wir ferner sagen, daß die von Bense (1992) eingehend behandelte Eigenrealitätsklasse

$ZKl = (3.1, 2.1, 1.3)$

ihre monokontexturale Dualinvarianz exakt den beiden, Leibniz-boolesche Systemen charakterisierenden, Eigenschaften der Identitätsdifferenzierung und der Antisymmetrie verdankt.

3.2. Dagegen würde eine mersennesche semiotische Matrix wie folgt aussehen

X 1.2 1.3

2.1 X 2.3

3.1 3.2 X

mit $X = (1.1, 2.2, 3.3)$.

3.3. Eine brownsche semiotische Matrix dagegen sähe wie folgt aus

1.1 X Y

X 2.2 Z

Y Z 3.3

mit $X \in (1.2, 2.1), Y \in (1.3, 3.1)$ und $Z \in (2.3, 3.2)$.

3.4. Daß von einer stirlingschen semiotischen Matrix keine Rede sein kann, versteht sich von selbst. Eine solche Semiotik könnte man durch

$$S = (\langle x.x \rangle, \langle x.y \rangle)$$

mit $x, y \in (1, 2, 3)$ definieren. Dabei würden allerdings vermöge Trito-Äquivalenz folgende Kollapse eintreten

$$(1.1) \equiv_t (2.2) \equiv_t (3.3)$$

$$(1.2) \equiv_t (2.1)$$

$$(1.3) \equiv_t (3.1)$$

$$(2.3) \equiv_t (3.2).$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

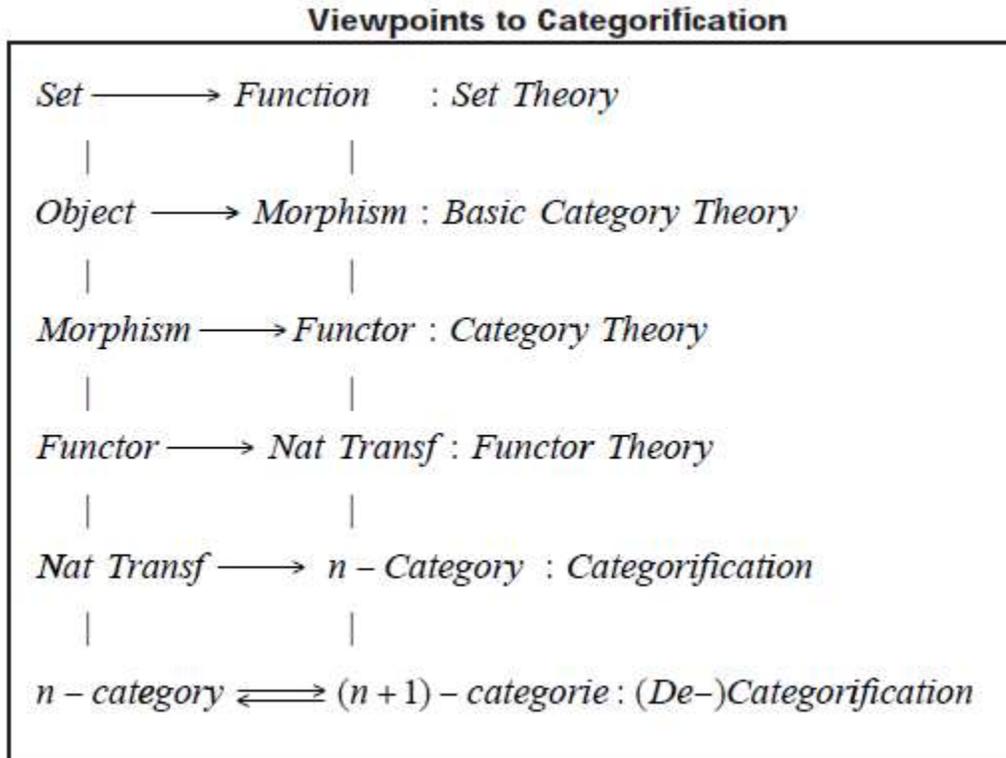
Kaehr, Rudolf, Zu einer Komplementarität in der Graphematik. In:

ThinkartLab, 12.4.2012,

<http://www.thinkartlab.com/Memristics/Komplementaritaet/Komplementaritaet%20in%20der%20Graphematik.pdf>

Kategorifizierung in der Semiotik

1. Wir gehen aus von der von Kaehr publizierten Tafel kategoriethoretischer Hierarchien (vgl. Kaehr 2007, S. 11)



und fragen uns, ob dieses Schema innerhalb der kaehrschen "Graphematik", zu der ja auch die Semiotik gehört, wirklich universell ist.

2.1. Menge \rightarrow Funktion

Da dieses Thema bereits extensiv von Bense (vgl. Bense 1981, S. 76 ff.) behandelt wurde, können wir es mit diesem Verweis darauf belassen.

2.2. Objekt \rightarrow Morphismus

2.3. Morphism \rightarrow Funktor

Morphismen wurden ebenfalls von Bense (1981, S. 124 ff.) in die Semiotik eingeführt, vgl. die zusammenfassende Darstellung in Toth (1997, S. 21 ff.). Grundsätzlich ist zu sagen, daß der mathematische Unterschied zwischen Objekt und Abbildung bereits im Subzeichen angelegt ist, auf dessen Doppelnatur Bense wiederholt hingewiesen hatte, einerseits statisch-entitatisch, an-

dererseits dynamisch-semiosisch zu sein. Z.B. bezeichnet das Icon (2.1) eine Abbildung, aber auch die dyadische Retrosemiose $\alpha^\circ = (2 \rightarrow 1)$. Die kleine semiotische Matrix lässt sich mit Hilfe semiotischer Morphismen wie folgt darstellen

$$\begin{pmatrix} \text{id1} & \alpha & \beta\alpha \\ \alpha^\circ & \text{id2} & \beta \\ \alpha^\circ\beta^\circ & \beta^\circ & \text{id3} \end{pmatrix},$$

und demnach stellt jede Abbildung der 9 Morphismen auf sich selbst oder einen anderen Morphismus in der Semiotik einen Funktor dar.

2.4. Funktor \rightarrow natürliche Transformation

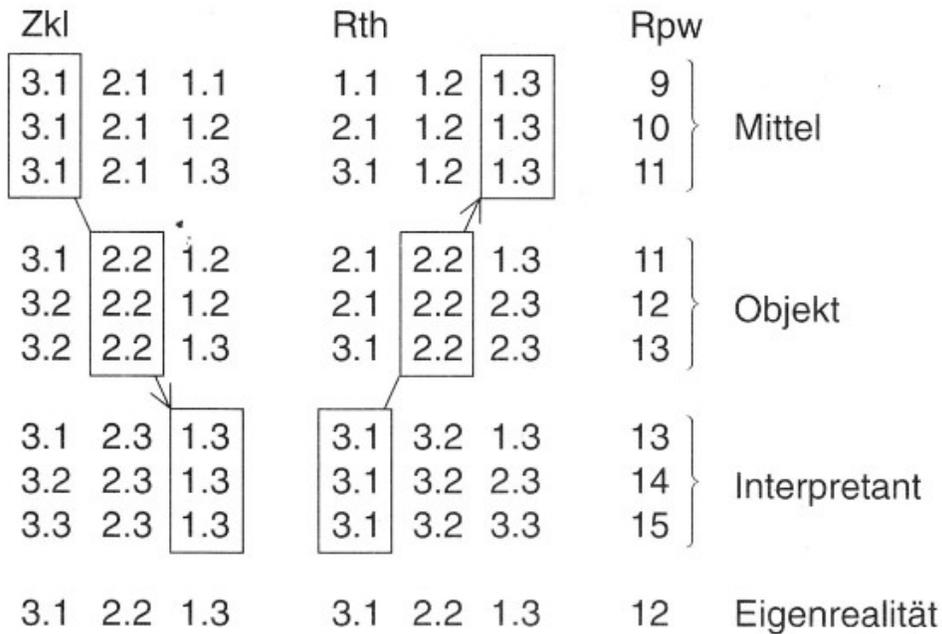
Wie in Toth (1997, S. 21 ff.) gezeigt, können die Zeichenklassen und Realitätsthematiken als natürliche Transformationen definiert werden. Diese haben also die allgemeine Form

$$\text{Zkl} = ([3. \rightarrow .x] \rightarrow [2. \rightarrow .y]) \rightarrow ([2. \rightarrow .y] \rightarrow [1. \rightarrow .z])$$

$$\text{RTh} = ([z. \rightarrow .1] \rightarrow [y. \rightarrow .2]) \rightarrow ([y. \rightarrow .2] \rightarrow [x. \rightarrow .3]).$$

2.5. Natürliche Transformation \rightarrow n-Kategorie

Die jüngste Entwicklung innerhalb der Kategoriethorie (vgl. Leinster 2004) findet ihre Entsprechung in der Determination des peirce-benseschen Zehnersystems der Semiotik durch die eigenreale (dual-invariante) Zeichenklasse/ Realitätsthematik, wodurch sich das System als "deeterminantensymmetrisches Dualitätssystem" (E. Walther) wie folgt in der Notation von Bense (1992, S. 76) darstellen lässt



Der Frage, wie viele triadische Trichotomien bzw. trichotomische Triaden es innerhalb der Semiotik gibt, wurde ausführlich in Toth (2008) nachgegangen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Categories and Contextures. Glasgow 2007

Leinster, Tom, Higher Operads, higher Categories. Cambridge, UK 2004

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Formales Modell einer kybernetischen Semiotik. Tucson, AZ, 2008 (670 S.)

Zeichen als Systeme und ihre internen Umgebungen

1. Was ist die Umgebung eines Zeichens? Das Objekt, das es bezeichnet, denn nicht umsonst wurde das Zeichen durch Bense (1967, S. 9) als "Meta-Objekt" eingeführt. Allerdings stehen Objekt und Zeichen lediglich in einer äußeren Austauschrelation, insofern Zeichen und Objekt beide als System und Umgebung fungieren können. Denn Zeichen werden ja seit Bense (1975, S. 37) durch semiotische 3×3 Matrizen definiert, und da Zeichen triadisch-trichotomische Relationen sind, sind pro Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik von einer Matrix mit 9 Plätzen genau 3 Plätze belegt. Die Frage, die wir uns jetzt stellen, kann man also wie folgt formulieren: Welche und wie viele Zeichenklassen (oder im dualen Falle, Realitätsthematiken) enthält die Komplementärmenge der belegten Plätze (Einträge) einer semiotischen Matrix? Als Symbole für unbelegte und belegte Plätze verwenden wir \square und \blacksquare .

2. Ferner müssen wir uns im Sinne des peirce-benseschen Zehnersystems auf sog. reguläre Zeichenklassen beschränken, d.h. auf solche, für die

$$\text{ZKl} = (3.x, 2.y, 1.z)$$

$$x \cong y \cong z$$

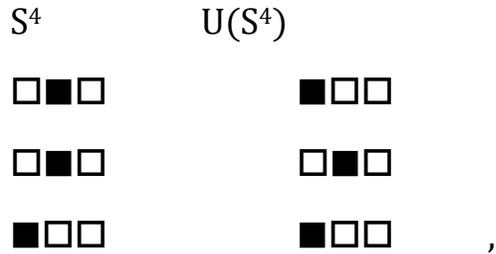
gilt, wodurch aus den theoretisch möglichen $3^3 = 27$ semiotischen Relationen genau die 10 Zeichenklassen herausgefiltert werden. Semiotische Relationen wie z.B.

$$(3.2 \ 2.1 \ 1.3), (3.2, 2.2, 1.1), (3.1, 2.2, 1.1) \text{ usw.}$$

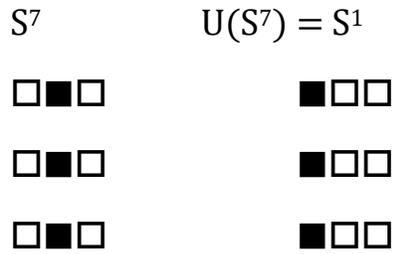
sind also irregulär (obwohl die semiotische Matrix mit ihrer Hauptdiagonale eine dieser irregulären Relationen besitzt). Für unser Vorgehen bedeutet dies, daß $U(\text{ZKl})$ wie folgt definiert werden muß

$$U(\text{ZKl}) = U(3.x, 2.y, 1.z) = \{(3.(x+1), 2.(y+1), 1.(z+1))\}.$$

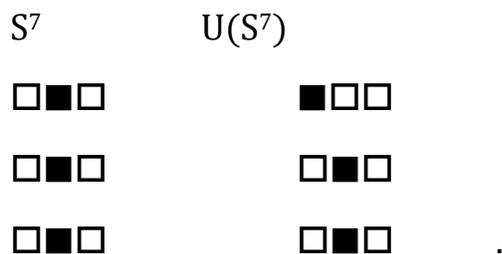
Leider werden durch diese Definition aber nicht nur die irregulären Relationen wie z.B.



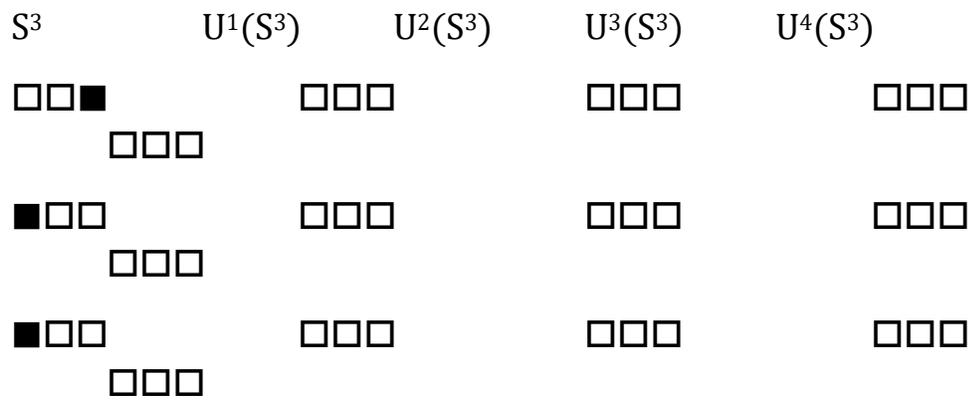
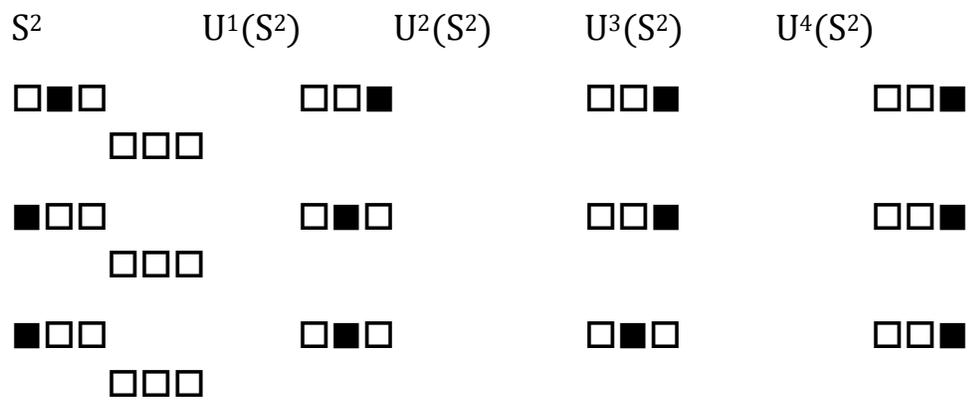
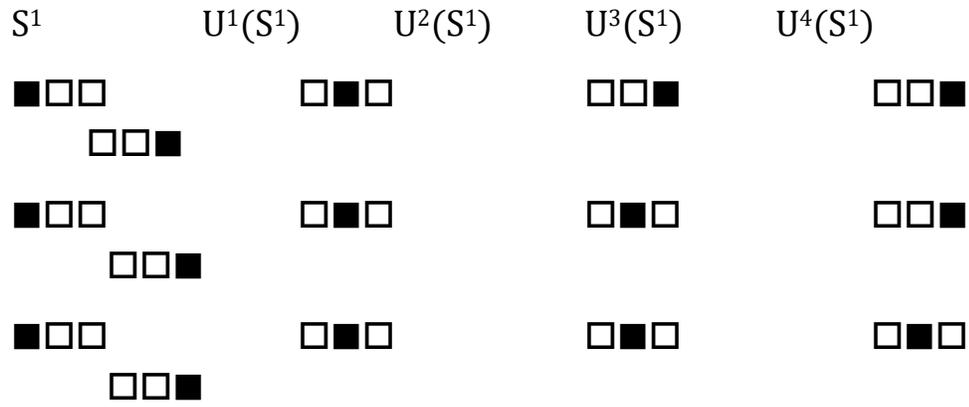
sondern auch reguläre wie z.B.



ausgeschieden. Schließlich folgt aus der Definition der Umgebung, daß keine semiotische Relation ihre eigene Umgebung sein kann. Man beachte, daß dies in Sonderheit auch für die eigenreale, dualinvariante Zeichenklasse gilt. Sowohl gegen die Definition von ZKln als auch gegen das Verbot der Selbstumgebung verstößt z.B.



3. Die folgende Liste enthält somit für alle 10 Zeichenklassen genau jene Umgebungen, die wiederum Zeichenklassen sind, d.h. der Umgebungsoperator ist extensiv, monoton und abgeschlossen und entspricht damit der von Bense (1983) definierten Modelltheorie eines "Universums der Zeichen".



S^4	$U^1(S^4)$	$U^2(S^4)$	$U^3(S^4)$	$U^4(S^4)$
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□
■□□ □□□	□■□	□□□	□□□	□□□

S^5	$U^1(S^5)$	$U^2(S^5)$	$U^3(S^5)$	$U^4(S^5)$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
■□□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^6	$U^1(S^6)$	$U^2(S^6)$	$U^3(S^6)$	$U^4(S^6)$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
■□□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^7	$U^1(S^7)$	$U^2(S^7)$	$U^3(S^7)$	$U^4(S^7)$
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□■	□□□	□□□	□□□

S^8	$U^1(S^8)$	$U^2(S^8)$	$U^3(S^8)$	$U^4(S^8)$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^9	$U^1(S^9)$	$U^2(S^9)$	$U^3(S^9)$	$U^4(S^9)$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□■□ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

S^{10}	$U^1(S^{10})$	$U^2(S^{10})$	$U^3(S^{10})$	$U^4(S^{10})$
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□
□□■ □□□	□□□	□□□	□□□	□□□

Zeichenklassen können somit maximal 4 Umgebungen haben. Besonders auffällig sind jene Zeichenklassen, die 0 Umgebungen haben; es sind per definitionem genau diejenigen, die mindestens eine drittheitliche Subrelation aufweisen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

ϵ/ν -Analyse von Paaren peircescher Zeichenrelationen

1. Im folgenden wird die ϵ/ν -Analyse auf das System der 10 peirce-benseschen Zeichenklassen (vgl. Bense 1975, S. 36 ff.) angewandt, so zwar, daß die 1. Zeichenklasse mit sich selbst und jeder anderen Relation in Paarrelation gesetzt wird.

2. Wie die ϵ/ν -Analyse deutlich macht, tritt die Folge $F = \langle \nu, \nu, \nu \rangle$ erstmals beim Übergang vom Rhema zum Dicent auf. Damit wird der bereits in Toth (2007, S. 107) festgestellte Trichotomienwechsel als innere semiotische Grenze des sog. semiotischen Zehnersystems bestätigt.

3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1
ϵ	ϵ	ϵ		ϵ	ϵ	ν		ϵ	ϵ	ν
3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.2		3.1	2.1	1.3

3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1
ϵ	ν	ν		ϵ	ν	ν		ϵ	ν	ν
3.1	2.2	1.2		3.1	2.2	1.3		3.1	2.3	1.3

3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1		3.1	2.1	1.1
ϵ	ν	ν		ν	ν	ν		ν	ν	ν
3.2	2.2	1.2		3.2	2.2	1.3		3.2	2.3	1.3

3.1	2.1	1.1
ν	ν	ν
3.3	2.3	1.3.

3. Nimmt man nun die ϵ/ν -Folgen und bildet wiederum Folgen aus Identitäten und Nichtidentitäten aus ihnen

ε ε ε

ε ε ν

ε ε ν

ε ν ε

ε ε ν

ε ν ν

ε ν ν

ε ν ν

ε ν ν

ε ε ε

ε ν ν

ν ε ε

ε ν ν

ν ε ε

ν ν ν

ν ε ε

ν ν ν

ε ε ε

ν ν ν

ε ν ε

ε ε ν

ε ν ν

ν ν ε

$v \quad v \quad v$
 $v \quad \varepsilon \quad \varepsilon \qquad \qquad \qquad v \quad v \quad v$
 $\qquad \qquad \qquad \varepsilon \quad \varepsilon \quad \varepsilon$
 $v \quad \varepsilon \quad \varepsilon,$

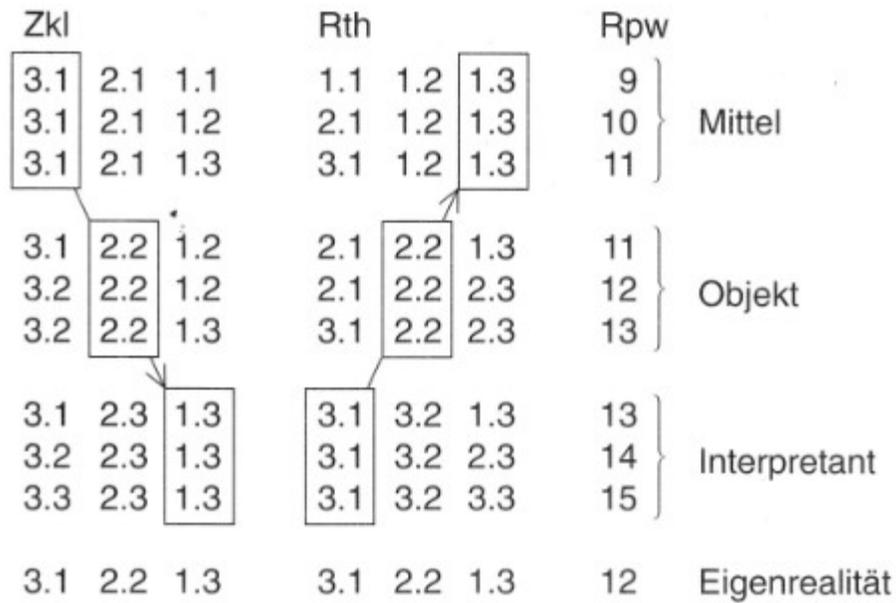
so erhält man bei algorithmischer Durchführung dieses Verfahrens am Ende die Folge $\langle \varepsilon, \varepsilon, v \rangle$, die nicht-identisch ist.

$v \quad v \quad \varepsilon$
 $\qquad \qquad \qquad \varepsilon \quad \varepsilon \quad v.$
 $v \quad v \quad v$

Der Grund dürfte darin liegen, daß sich zwischen der 9. und der 10. Zeichenklasse ein weiterer Trichotomienwechsel befindet, welcher das semiotische Zehnersystem mit dem bereits genannten Trichotomienwechsel zwischen der 6. und 7. Zeichenklassen als ein diskonnexes Konnex aus drei nicht-identischen Teilsystemen erweist, also wiederum die Resultate in Toth (2007, 173 ff.), die notabene auch für n-adische Zeichenklassen mit $n > 3$ gelten, bestätigend. Die folgende Tafel stammt aus Toth (2007, S. 177)

1	3.1	2.1	1.1	×	<u>1.1</u>	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>	1^3
2	3.1	2.1	1.2	×	<u>2.1</u>	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>	$2^1 1^2$
3	3.1	2.1	1.3	×	3.1	<u>1.2</u>	<u>1.3</u>	$3^1 1^2$
4	3.1	2.2	1.2	×	2.1	2.2	<u>1.3</u>	$2^2 1^1$
5	3.1	2.2	1.3	×	3.1	2.2	<u>1.3</u>	$3^1 2^1 1^1$
6	3.1	2.3	1.3	×	3.1	3.2	1.3	$3^2 1^1$
7	3.2	2.2	1.2	×	<u>2.1</u>	<u>2.2</u>	<u>2.3</u>	2^3
8	3.2	2.2	1.3	×	3.1	<u>2.2</u>	<u>2.3</u>	$3^1 2^2$
9	3.2	2.3	1.3	×	3.1	3.2	2.3	$3^2 2^1$
10	3.3	2.3	1.3	×	<u>3.1</u>	<u>3.2</u>	<u>3.3</u>	3^3

Hinter der Darstellung des semiotischen Zehnersystems als "determinantensymmetrischem Dualitätssystem", wie es Bense (1992, S. 76) nach E. Walther abgebildet hatte



verbirgt sich also ein asymmetrisches System von symmetrischen Dualsystemen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Elementare Anforderungen an eine Logik der Ontik

1. Wie ich seit Toth (2012) gezeigt habe, ist der von Peirce und Bense begründeten Semiotik als Theorie der Zeichen eine Ontik als Theorie der Objekte gegenüberzustellen. Diese Notwendigkeit ergibt sich aus der Tatsache, daß die Dichotomie $D = (\text{Objekt}, \text{Zeichen})$ isomorph ist zur logischen Basisdichotomie $L = (0, 1)$. Würde ein Objekt, wie es Peirce, Bense und ihre Nachfolger behaupten, durch Wahrnehmung automatisch zum Zeichen („Alles, was wir wahrnehmen, nehmen wir durch Zeichen wahr“), gäbe es in dieser Welt nur Zeichen, denn selbst gesetzt, es gäbe trotzdem noch Objekte, wie sollten diese ohne Wahrnehmung erkennbar sein? Die Peirce-Bense-Semiotik ist, wie übrigens die meisten Semiotiken, pansemiotisch. Diese Tatsache bedeutet also vermöge Isomorphie dasselbe, als würde man eine Logik entweder durch $L = 0$ oder durch $L = 1$ definieren, also einen vollständigen Unsinn.

2. Objekte setzen Subjekte voraus, so, wie Subjekte Objekte voraussetzen, denn Objekte können vermöge Wahrnehmung nur für Subjekte Objekte sein, und umgekehrt setzt die Wahrnehmung eines Objektes das wahrnehmende Bewußtsein eines Subjektes voraus. Daraus folgt, daß wir statt von

$$L = (0, 1)$$

auszugehen haben von

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0),$$

d.h.

$$L^* = (f(1), f(0)).$$

Es gibt somit weder subjektive Subjekte noch objektive Objekte, sondern nur objektive Subjekte und subjektive Objekte. Die subjektiven Objekte sind die von einem Subjekt wahrgenommenen Objekte, und die objektiven Subjekte sind die von einem Objekt „affizierten“ Subjekte. Das bedeutet aber, daß L^* nicht nur zwei, sondern vier mögliche Relationen aufweist

$$L^* = ((0, (0)), (0, (1)), (1, (0)), (1, (1))).$$

Einfacher ausgedrückt, wird die klassische Definition der 2-wertigen Logik

$$L = (0, 1)$$

durch die nicht-klassische Definition

$$L^* = (E, (0, 1)),$$

darin E den Einbettungsoperator bedeutet, ersetzt. Man bedenke, daß L^* immer noch 2-wertig ist, denn die erkenntnistheoretischen relativen Werte von L^* unterscheiden sich von den erkenntnistheoretischen absoluten Werten von L lediglich dadurch, daß sie in funktionale Abhängigkeit voneinander gesetzt werden. Man könnte sogar soweit gehen, zu sagen, daß die vier Werte von L^* zwischen den zwei Werten von L vermitteln

$$0 = 0(0) \rightarrow 0(1) \rightarrow 1(0) \rightarrow 1(1) = 1.$$

Die Vermittlungsstufen $0(1)$ und $1(0)$ verstoßen jedoch nicht gegen das Grundgesetz des tertium non datur, denn mit E wird ja kein weiterer logischer Wert in L^* eingeführt.

3. L^* ist genau die Logik, welche man benötigt, um als Grundlage der Dichotomie

$$D = (\text{Objekt, Zeichen})$$

bzw.

$$D = (\text{Ontik, Semiotik})$$

zu fungieren, denn wie man leicht einsieht, ist

$$\text{subjektives Objekt} = \text{Objekt} \rightarrow \text{Ontik}$$

$$\text{objektives Subjekt} = \text{Zeichen} \rightarrow \text{Semiotik},$$

d.h. die beiden Relationen

$$0(0) \text{ und } 0(1)$$

sind die logischen Basisrelationen der Ontik, und die beiden Relationen

$$1(0) \text{ und } 1(1)$$

sind die logischen Basisrelationen der Semiotik.

Wie Rudolf Kaehr in einer grundlegenden Arbeit gezeigt hatte, ist die von mir zuerst skizzierte „quadralektische“ Logik L^* kompatibel mit der polykontextuellen Diamantentheorie (vgl. Toth 2011), d.h. einem mehrwertigen logischen System, das auf der Dissemination theoretisch unendlich vieler 2-wertiger „Monokontexturen“ beruht.

Literatur

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Fourfoldness of Beginnings. Semiotic Studies with Toth's "Theory of the Night". ThinkartLab (Glasgow), 2011

Hierarchische Vermittlung von logischer Zweiwertigkeit

1. Im folgenden präsentieren wir ein kleines und harmlos ausschauendes, aber nichts desto weniger „gefährliches“ Spiel. Wie zuletzt in Toth (2017) gezeigt, ist es möglich, eine „quadralektische“ (vgl. Kaehr 2011) Logik zu konstruieren vermittels eines Einbettungsoperators, d.h. eine Logik der Basisdefinition

$$L^* = (E, (0, 1)),$$

ohne gegen die Grundgesetze des Denkens, in Sonderheit ohne gegen das Gesetz des tertium non datur zu verstoßen. Es ist dann

$$L^* = ((0, (0)), (0, (1)), (1, (0)), (1, (1)))$$

mit

$$0 = 0(0) \rightarrow 0(1) \rightarrow 1(0) \rightarrow 1(1) = 1.$$

2. Sei nun

$$L = (A, B),$$

dann bekommen wir als Anwendung eines „Vermittlungsoperators“ V

$$V(L) = V(A, B) = (A, C, B).$$

Diese erststufige Anwendung von V ist also bijektiv. Die Bijektion ist jedoch bereits bei der zweitstufigen Anwendung von V aufgehoben, denn wir bekommen

$$V(A, C, B) = ((A, D, C), (C, D, B)).$$

Als drittstufige Anwendung von V bekommen wir

$$V(A, D, C) = ((A, E, D), (D, E, C), (C, E, D), (D, E, B)), \text{ usw.}$$

Die Progression der V -Hierarchie von zweiwertigen Strukturen folgt also natürlich dem Schema

$$2^0 = 1 \rightarrow 2^1 = 2 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow 2^3 = 8 \rightarrow 2^4 = 16 \rightarrow \dots$$

2. Gehen wir nun von der Logik aus, gilt selbstverständlich

$$L = (0, 1) \text{ oder } L = (1, 0),$$

und das bedeutet, daß für die zusätzlich eingeführten Werte C, D, E, ... natürlich ebenfalls gelten kann

$C, D, E \in (0, 1)$.

Dieses Ergebnis ist nun in der Tat erstaunlich, denn dadurch präsentiert sich unsere obige Hierarchie wie folgt

$L = (0, 1)$ oder $(1, 0)$

$V(L) = V(0, 1)$ oder $V(1, 0) = (0, 0, 1)$ oder $(0, 1, 1)$ oder $(1, 0, 1)$ oder $(1, 1, 1)$,

d.h. bereits auf der 1. Stufe der Vermittlung ergibt sich das von uns zuletzt in Toth (2017) zugrunde gelegte „quadralektische“ Schema relativer statt absoluter logischer Werte.

Verzichtet man also auf die Einführung anderer logischer Werte als 0 und 1 und wahrt die logische Zweiwertigkeit, ohne gegen das Gesetz des tertium non datur zu verstoßen, wächst die Progression der V-Hierarchie von zweiwertigen Strukturen doppelt so schnell an, d.h. durch

$2^0 = 2 \rightarrow 2^1 = 4 \rightarrow 2^2 = 8 \rightarrow 2^3 = 16 \rightarrow 2^4 = 32 \rightarrow \dots$

Damit ist eine echte Fortsetzung des elementaren Schemas einer Logik als Grundlage für die Ontik und die Semiotik

$L^* = (E, (0, 1))$,

mit

$L^* = ((0, (0)), (0, (1)), (1, (0)), (1, (1)))$

erreicht, da ja jeder der jeweils 3 Werte einer Vermittlungsstruktur eingebettet oder nicht eingebettet erscheinen kann, vgl. etwa

$L^* = (0, 0, (1)), (0, (0), 1), ((0), 0, 0); (o, (0, 0), \dots; ((0, 0, 0))$

und da wegen iterierter Anwendung von E natürlich auch eingebettete Vermittlungsstrukturen von Formen wie z.B.

$L^* = (0, (0), ((0))), (0, ((0)), (((0))))$, usw.

denkbar sind. Man wird der Hilfe elektronischer Rechenanlagen bedürfen, um die astronomisch hohe Zahl von möglichen Einbettungsgraden vermittelter Strukturen von L^* zu berechnen. Alle Einzelwerte dieser Strukturen sind und bleiben jedoch natürlich logisch zweiwertig, da die zusätzlichen Werte die beiden Werte der aristotelischen Logik sind und da E nicht gegen den logischen Drittsatz verstößt!

Literatur

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Fourfoldness of Beginnings. Semiotic Studies with Toth's "Theory of the Night". ThinkartLab (Glasgow), 2011

Toth, Alfred, Elementare Anforderungen an eine Logik der Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Die Definition subjektiver Objekte und objektiver Subjekte durch Relationalzahlen

1. Für die 2-wertige aristotelische Logik gilt

$$L = [0, 1] = L^{-1} = [1, 0],$$

denn das Gesetz vom Ausgeschlossenen Dritten verbietet die Annahme eines vermittelnden Wertes

$$0 \vee \neg 0$$

$$1 \vee \neg 1.$$

2. Allerdings gibt es neben der Möglichkeit substantieller dritter Werte die Erzeugung eines differentiellen Tertiums. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$$E \rightarrow L = [0, 1] =$$

$$\left(\begin{array}{ll} L_1 = [0, [1]] & L_1^{-1} = [[1], 0] \\ L_2 = [[0], 1] & L_2^{-1} = [1, [0]] \end{array} \right)$$

Anstelle von 0 und 1 bekommen wir somit in diesem minimalen Fall

$$0, [0]$$

$$1, [1],$$

d.h. für jedes L_i gilt

$$0 = f(1)$$

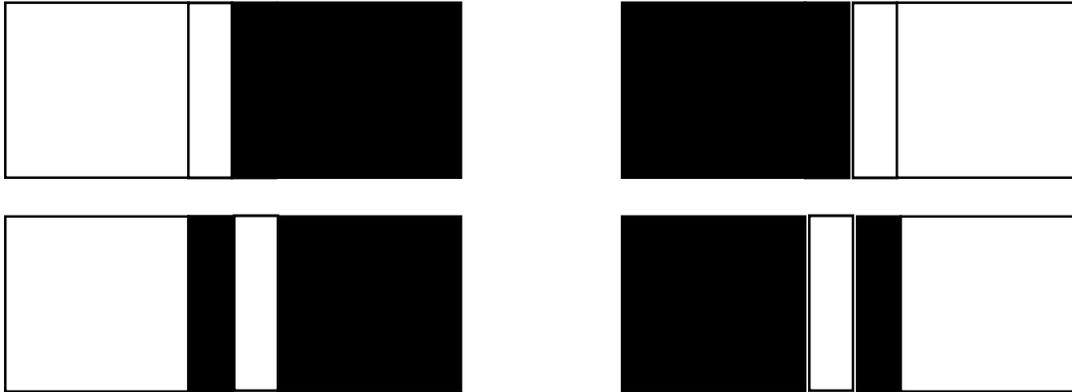
$$1 = f(0),$$

und somit ist

$$(x \in 0) \subset 1$$

$$(y \in 1) \subset 0,$$

d.h. 0 hat 1-Anteile, und 1 hat 0-Anteile. Man kann dies schematisch wie folgt darstellen (vgl. Toth 2015a).



Die Werte in einer solchen Logik sind also vermöge eines differentiellen Tertiums vermittelt. In Sonderheit gilt also für den Rand R

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset,$$

während für $L = [0, 1]$ natürlich gilt

$$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset,$$

vgl. dazu die folgenden äußerst treffenden Feststellungen: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

3. Da entweder 0 oder 1 die logische Objekt- oder Subjektpositionen einnehmen, bedeutet die funktionelle Abhängigkeit beider Werte voneinander, daß das stillschweigend vorausgesetzte Axiom der 2-wertigen Logik, die, wie übrigens auch die polykonxexturale Logik Günthers, auf objektiven Objekten und subjektiven Subjekten basiert, suspendiert wird. Stattdessen sind subjektive Objekte und objektive Subjekte die neuen logischen Basiskategorien.

$\Omega = f(\Sigma)$	subjektives Objekt	Objekt
$\Sigma = f(\Omega)$	objektives Subjekt	Zeichen

Wie man erkennt, ist also das wahrgenommene subjektive Objekt gerade das Domänen- und das objektive Subjekt als dessen "Metaobjekt" (vgl. Bense 1967, S. 9) gerade das Codomänenelement der thetischen Einführung von Zeichen, d.h. die neue logische Basis ist gleichzeitig das vollständige Abbildungsschema der Zeichensetzung. Damit stehen Objekt und Zeichen in einer Dualrelation

$$\Omega = f(\Sigma) \times \Sigma = f(\Omega),$$

und diese besagt, daß das Objekt – vermöge seiner Wahrnehmung, die selbstverständlich nur durch ein Subjekt erfolgen kann – Subjektanteile besitzt und daß das Subjekt – vermöge seiner Objektwahrnehmung – Objektanteile besitzt. Daraus folgt aber nicht mehr und nicht weniger, als daß es eine Brücke zwischen dem Diesseits des Subjektes bzw. Objektes und dem Jenseits des Objektes bzw. Subjektes gibt. Subjektanteile und Objektanteile werden also bei der Wahrnehmung vermöge einer Menge von Transformationen ausgetauscht

$$[\Sigma = f(\Omega)] \rightleftharpoons [\Omega = f(\Sigma)] \quad \text{subjektives Objekt} \rightleftharpoons \text{objektives Subjekt},$$

die als Partizipationsrelationen definierbar sind. Es nichtet nicht nur das Nichts im Sein des Seienden, sondern es west auch das Sein des Seienden im Nichts.

4. Da die Werte 0 und 1 auch als eingebettete in der Form [0] und [1] auftreten können, bedeutet dies, daß eine Linie zur Darstellung der Peanozahlen nicht mehr ausreicht. Die eingebetteten Zahlen können auch unter- oder oberhalb dieser Linie aufscheinen, d.h. sie bekommen erstens eine Menge von ontischen Orten und nicht nur einen "Stellenwert" (bzw. eine "Wertstelle") zugewiesen, und zweitens wird statt einer Zahlenlinie ein Zahlenfeld vorausgesetzt. In diesem gibt es somit nicht nur die horizontale, sondern auch eine vertikale und eine horizontale Zählweise, die wir in Toth (2015b-d) mit adjazenter, subjazenter und transjazenter Zählweise bezeichnet hatten. In den folgenden vollständigen Zahlenfeldern für die 2-elementige Menge $P = (0, 1)$ sind nun alle partizipativen Austauschrelationen zwischen subjektiven Objekten und objektiven Subjekten qua $0 = f(1)$ und $1 = f(0)$ durch Doppelpfeile eingezeichnet.

4.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & \emptyset_i & \Leftrightarrow & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 x_i & y_j & \Leftrightarrow & y_i & x_j & \Leftrightarrow & y_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & y_i
 \end{array}$$

4.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
 y_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & y_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & y_i & \Leftrightarrow & y_j & \emptyset_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 x_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & x_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

4.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
 \emptyset_i & y_j & \Leftrightarrow & y_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & y_j & \emptyset_i & \Leftrightarrow & \emptyset_j & y_i \\
 \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & & \times & \updownarrow & \\
 \emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 x_i & \emptyset_j & \Leftrightarrow & \emptyset_i & x_j & \Leftrightarrow & \emptyset_j & x_i & \Leftrightarrow & x_j & \emptyset_i
 \end{array}$$

Da, wie bereits angedeutet, in der polykontexturalen Logik G. Günthers und der auf ihr beruhenden Mathematik der Qualitäten E. Kronthalers die 2-wertige aristotelische Logik $L = (0, 1)$ für jede Einzelkontextur unangetastet bleibt und sich die Poly-Kontexturalität also lediglich der Iterierbarkeit des Subjektes verdankt, dieses aber weiterhin ein subjektives Subjekt ist, kann in dieser polykontexturalen Logik, Mathematik und Ontologie keine Rede davon sein, daß man Äpfel und Birnen addieren könne, wie dies ständig behauptet wird (vgl. z.B. Kronthaler 1990). 1 Apfel + 1 Birne ergeben bekanntlich 2 Früchte.

Interessant an dieser qualitativen Gleichung ist aber nicht nur der angeblich Qualitätsverlust in der Summe, sondern die Tatsache, daß nur deswegen überhaupt eine Summe gebildet werden kann, weil Apfel und Birne ein vermittelndes Drittes gemeinsam haben, denn die weitere qualitative Gleichung 1 Apfel + 1 Stein hat beispielsweise keine angebbare Summe. Wenn es aber ein vermittelndes Drittes gibt, bedeutet dies natürlich wiederum, daß die Schnittmenge der Merkmalsmengen von Apfel und Birne nicht leer sein kann, und damit sind die Zahlen, welche Apfel und Birne vertreten, also 0 und 1 oder 1 und 0, natürlich vermittelt, d.h. folgend der oben skizzierten qualitativen ortsfunktionalen Arithmetik mit ihren drei 2-dimensionalen Zählweisen. Eine qualitative Mathematik, welche diesen Namen verdient, setzt also zwei fundamentale Änderungen der polykontexturallogischen Basis voraus:

1. die Ersetzung der logischen Basiskategorien des objektiven Objektes und des subjektiven Subjektes durch die vermittelten Kategorien des subjektiven Objektes und des objektiven Subjektes.

2. die daraus resultierende Möglichkeit, nicht nur das Subjekt, sondern auch das Objekt iterieren zu lassen. Damit ergeben sich ungeheuer komplexere "Permutogramme" (G.G. Thomas) bzw. Hamiltonkreise (G. Günther) als diejenigen, welche innerhalb der polykontexturalen Logik benutzt werden (vgl. Toth 2015e).

5. Wenn wir nun abschließend die in Toth (2012) definierten relationalen Einbettungszahlen zu Hilfe nehmen, können wir subjektive Objekte und objektive Subjekte auf besonders elegante Weise definieren

$$5.1. \Omega = f(\Sigma)$$

$$\omega := 0$$

$$[\omega, 1] := 0_{-1}$$

$$[[\omega, 1], 1] := 0_{-2},$$

$$[[[\omega, 1], 1], 2] := 0_{-3}$$

$$5.2. \Sigma = f(\Omega)$$

$$\sigma := 1$$

$[1, \sigma] := -_11$

$[1, [1, \sigma]] := -_21$

$[[2, [1, [1, \sigma]]] := -_31$, usw.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Toth, Alfred, Relationale Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Der Jäger Gracchus und die Vermittlung und Diesseits und Jenseits. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015e

Präliminarien zu einer analytischen und generativen Ontik

1. Die Ontik kreiert keine neue Welt, sondern sie restrukturiert die bestehende Welt, und zwar indem sie sie auf eine völlig neue Weise betrachtet und analysiert. Umgekehrt kann die Ontik aber auch dafür verwandt werden, um neue Welten – aber immanente, keine transzendenten Welten – aufgrund ihrer Axiome, Theoreme und Lemmata auf der Basis der allgemeinen ontisch-semiotischen Isomorphie zu kreieren.

2. Die Basis für ontische Analyse und Kreation ist die Verabschiedung der unvermittelten zweiwertigen aristotelischen Logik

$$L_1 = (0, 1),$$

darin die Subjekt- und Objektposition bloße Spiegelbilder von einander sind, und ihrer Ersetzung durch die vermittelte, aber immer noch zweiwertige Logik

$$L_2 = ((0), 1), (0, (1)), ((1), 0), (1, (0)).$$

Um L_1 in L_2 zu überführen, benötigt man also keinen dritten Wert, der das logische Tertium-Gesetz – und damit alle Grundgesetze des Denkens – eliminiert, sondern lediglich einen Einbettungsoperator der Form

$$E: \quad x \rightarrow (x)$$

mit $x \in (0, 1)$.

3. Wir haben somit ein „Einbettungstertium“, d.h. es wird verlangt, wo ein logischer Wert oder eine Zahl, welche ein Objekt designieren, steht, mit anderen Worten: das Objekt wird ortsfunktional

$$\Omega = f(\omega).$$

Diese funktionale Abhängigkeit korrespondiert mit unserer täglichen Erfahrung: Jedes Objekt hat einen Ort, an dem es steht, liegt oder hängt. Es gibt keine freischwebenden, ortsunabhängigen Objekte. Hier liegt also einer der fundamentalsten Gegensätze zum Zeichen, das also sowohl orts- als auch zeitabhängig eingeführt ist. Beschränkt man sich auf 2-dimensionale Zahlenfelder, so bedeutet das also, daß neben die horizontale (peanosche) Zählweise eine (nicht-peanosche) vertikale sowie zwei diagonale Zählweisen treten. Damit

müssen also innerhalb der Ontik drei verschiedene Zählweisen unterschieden werden.

3.1. Adjazente Zählweise

x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
	\times		\times		\times		
\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_j	\emptyset_i	\emptyset_j	\emptyset_i
x_i	y_j	y_i	x_j	y_j	x_i	x_j	y_i

3.2. Subjazente Zählweise

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
	\times		\times		\times		
y_i	\emptyset_j	\emptyset_i	y_j	\emptyset_j	y_i	y_j	\emptyset_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

3.3. Transjazente Zählweise

x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i
\emptyset_i	y_j	y_i	\emptyset_j	y_j	\emptyset_i	\emptyset_j	y_i
	\times		\times		\times		
\emptyset_i	y_j	y_i	\emptyset_j	y_j	\emptyset_i	\emptyset_j	y_i
x_i	\emptyset_j	\emptyset_i	x_j	\emptyset_j	x_i	x_j	\emptyset_i

Die drei Zählweisen enthalten, wie man leicht erkennt, bei einer Logik der Form L_2 , d.h. also einer Logik mit 2 Werten und einem Einbettungsoperator, jeweils 8 Quadrupel, welche relativ zueinander reflexiv und chiasmisch sind und die sehr schnell zu äußerst komplexen ontischen Schemata kombiniert werden können.

4. Ferner genügt jedes Objekt mindestens je einer Teilrelation aus allen 10 invarianten Objektrelationen

1. Arithmetische Relation

$M = (\text{Mat}, \text{Str}, \text{Obj})$

2. Algebraische Relation

$O = (\text{Sys}, \text{Abb}, \text{Rep})$

3. Topologische Relation

$I = (\text{Off}, \text{Hal}, \text{Abg})$

4. Systemrelation

$S^* = (S, U, E)$

5. Randrelation

$R^* = (\text{Ad}, \text{Adj}, \text{Ex})$

6. Zentralitätsrelation

$C = (X_\lambda, Y_Z, Z_\rho)$

7. Lagerrelation

$L = (\text{Ex}, \text{Ad}, \text{In})$

8. Ortsfunktionalitätsrelation

$Q = (\text{Adj}, \text{Subj}, \text{Transj})$

9. Ordinationsrelation

$O = (\text{Sub}, \text{Koo}, \text{Sup})$

10. Possessiv-copossessive Relationen

$P = (\text{PP}, \text{PC}, \text{CP}, \text{PP})$

sowie einer oder mehreren der 13 Objektinvarianten

1. Sortigkeit

2. Stabilität/Variabilität

3. Statik/Nicht-Statik

4. Temporärität/Nicht-Temporärität

5. Reihigkeit

6. Stufigkeit

7. Konnexivität (Relationalität)

8. Detachierbarkeit

9. Objektabhängigkeit

10. Vermitteltheit

11. Zugänglichkeit

12. Orientiertheit

13. Geordnetheit (ordnende/geordnete Objekte).

Schließlich kann man die Abbildungen zwischen qualitativen (ortsfunktionalen) Zahlen, invarianten Objektrelationen und Objektinvarianten als qualitative Morphismen formal fassen und daraus ein ungeheuer komplexes System konstruieren, mit dem man sowohl die bestehende Welt auf völlig neue Weise, nämlich ontisch (und von da aus, qua Isomorphien, auch semiotisch), beschreiben und umgekehrt auch eine neue, immanente Welt auf der Basis dieses als Regelwerk benutzbaren Systems von Abbildungen produzieren kann. Die bisher ausführlichste Anwendung, was die deskriptive Ontik betrifft, wurde in meinem 2-bändigen Werk „Grammatik der Stadt Paris“ (Tucson 2016) aufgezeigt. Was die generative Ontik betrifft, so befindet sich ihre Anwendung leider erst in den Kinderschuhen.

(Erweitertes Handout eines auf engl. gehaltenen Kongreßbeitrages.)

Zu einer nicht-transzendentalen Überwindung der Transzendenz

1. Über 25 Jahre habe ich in den USA gelebt - und ich habe mich in diesen Jahren immer nach Europa gesehnt. Und jetzt bin ich in Europa - und ich sehne mich zurück in die USA. Ich möchte mein altes Leben zurück, doch das gibt es nicht mehr, denn meine Frau ist am 6. Mai 2018 gestorben. Wie kann das sein, daß man sich an einem Ort A befindet und sich nach einem Ort B sehnt, aber sobald man am Ort B ist, sehnt man sich nach dem Ort A zurück? Die Philosophie, in der es nur Zeichen und Objekte gibt (denn wir haben eine zweiwertige Logik) hat einen großen Irrtum begangen, der jahrtausendlang nicht bemerkt wurde: Während das Zeichen weder Ort noch Zeit hat, IST DAS OBJEKT IMMER AN EINEN ORT GEBUNDEN. Und spätestens seit Nietzsche ist das Subjekt ein Objekt. Was also, wenn ein Subjekt somit keinen Ort hat? Wenn man sich plötzlich irgendwo im nirgendwo fühlt? Wenn man an einem Ort A ein Haus hat, aber keinen Schlüssel dazu, aber einem Ort B einen Schlüssel und kein Haus dazu?

2. Ein bekannter deutscher Theologe hat mir auf diesen zunächst informell veröffentlichten Text folgendermaßen geantwortet: „In der Bibel kann man lesen, dass wir keine irdische Heimstatt haben (...). Mir ist wieder deutlich geworden, dass es gefährlich ist, ein biblisches Wort einfach in diese Runde zu werfen. Denn natürlich muss man dazu ein zweites Wort sagen, von den Blumen des Feldes, die so wunderbar gekleidet sind; und dass wir im Vertrauen auf Gott auch in schwierigsten Situationen nicht verloren sind“. Ich würde gerne widersprechen, denn das "in die Runde geworfene Bibelwort" kommt ja nicht aus unberufenem Munde. Aber es besteht, philosophisch gesehen, eine transzendente Grenze zwischen Diesseits und Jenseits, die mathematisch streng durch die zweiwertige Logik definiert wird

$L = (0, 1)$.

Allerdings folgt aus dieser Logik auch, daß ihre beiden Werte (die ja wegen der Grundgesetze des Denkens nicht vermehrt werden dürfen) nur Spiegelbilder sein können: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche

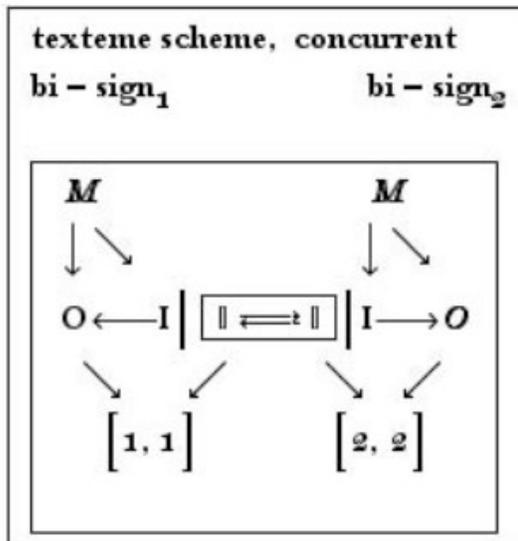
Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Die Negation ist also nur Reflexion (vgl. Kronthaler 1986). Trotz des Satzes vom Grunde gibt es aber in einer Welt, die auf dieser aristotelischen Logik gegründet ist, kein Objekt, das ortsfunktional sein könnte, denn dann müßten die logischen Werte vermittelt sein, das logische System müßte quasi "verankert" sein. Konkret: Es gäbe dann z.B. nicht nur das absolute Subjekt und das absolute Objekt, sondern auch noch objektive Subjekte und subjektive Objekte (vgl. Toth 2014). Erst von hier aus könnte man, ohne den Boden der mathematischen Logik und damit die Wissenschaft zu verlassen, an eine "Versöhnung" von Diesseits und Jenseits denken.

3. Es gibt heute zwei mathematische Verfahren, um die Transzendenz auf nicht-transzendente Weise zu überwinden.

3.1. Die Verankerung distribuerter logischer Systeme

Die polykontexturale Logik Gotthard Günthers (1900-1984) und Rudolf Kaehrs (1942-2016) geht davon aus, daß jedes Subjekt insofern einen „Ort“ in einem logischen und ontologischen Universums einnimmt, als ihm eine eigene zweiwertige aristotelische Logik zukommt, d.h. jedes Subjekt besitzt seine eigene zunächst monokontexturale Logik. Polykontextural wird das System dieser Logiken dadurch, daß jede dieser n 2-wertigen Logiken für n Subjekte ist einem „distributed framework“ vermittelt sind. Die $(n-1)$ Übergänge zwischen den n logischen Systemen werden durch Transoperatoren bewerkstelligt, die aber selbst nicht-transzendent sind, d.h. NICHT-TRANSZENDENTE TRANSFORMATIONEN VERMITTELN SUBJEKTFUNKTIONALE LOGIKEN, DEREN WERTE, GENAU WIE IN DER MONOKONTEXTURALEN LOGIK, TRANSZENDENT BLEIBEN. Ferner wird nach einem Vorschlag Kaehrs (vgl. Kaehr 2009, S. 193) jedes logische System „verankert“, wobei dieses „anchoring“ den Fichteschen Satz vom Grunde in einem „disseminated poly-contextural framework“ festlegt und formal bestimmbar macht. Wie man anhand der folgenden Figur Kaehrs (loc. cit.) sieht, treffen auf diese die prophetischen Worte Oskar Panizzas (1853-1921) zu: „In der Erscheinungswelt trifft sich also der *Dämon* von zwei Seiten, maskiert, wie auf einem Maskenball.

In zwei einander gegenüberstehenden Menschen, die sich messen, spielt also der Dämon mit seinem „alter ego“; beide in Maske“ (Panizza 1895, S. 50).



texteme :

diamond = (sign + environment)

bi - sign = (diamond + 2 - anchor)

texteme = (composed bi - signs + chiasm)

3.2. Eine Logik mit Einbettungsoperatoren

Während, wie in 3.1. dargelegt, der Ansatz zur nicht-transzendentalen Überwindung der Transzendenz innerhalb der polykontexturalen Logik von der ORTSFUNKTIONALITÄT DES SUBJEKTES ausgeht, geht die allgemeine Theorie der Objekte (Ontik), wie sie von mir begründet wurde, von der ORTSFUNKTIONALITÄT DES OBJEKTES aus. Gegeben sei wieder das Schema der 2-wertigen aristotelischen Logik

$L = (0, 1)$.

Da die beiden Werte logisch äquivalent sind, müssen sie funktional voneinander abhängig sein können, d.h. wir haben

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$.

Diese funktionale Abhängigkeit definieren wir nun wie folgt:

$$E: x \rightarrow (x),$$

worin E der Einbettungsoperator ist. Dadurch erhalten wir ein erweitertes logisches Schema der Form

$$L^* = (L, E).$$

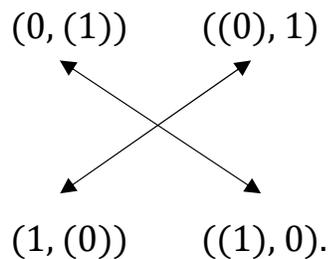
Wegen

$$E \rightarrow ((L = (0, 1)))$$

bekommen wir nun also nicht mehr zwei reflexionale logische Werte, sondern vier Werte,

$$L^* = ((0, (1)), (1, (0)), ((0), 1), ((1), 0))$$

die, übrigens - genau wie im polykontexturalen anchoring-System Kaehrs (s.o.) - chiasmisch sind



In L^* wird findet also eine nicht-triviale logische Vermittlung statt, in der nicht einmal gegen das Grundgesetz des Tertium non datur verstoßen wird, denn die Vermittlung läuft nicht über einen über die Dichotomie $L = (0, 1)$ hinausgehenden dritten (materialen) Wert 2, sondern wird durch den rein funktional operierenden Einbettungsoperator E bewerkstelligt.

Während also in der Polykontexturalitätstheorie nicht-transzendente Transformationen subjektfunktionale Logiken vermitteln, deren Werte, genau wie in der monokontexturalen Logik, transzendent bleiben, VERMITTELT IN DER OBJEKTTHEORIE (ONTIK) DER EINBETTUNGSOPERATOR IN L^* DIE IN L TRANSZENDENTEN LOGISCHEN WERTE, SO DAß ALSO L^* IM GEGENSATZ ZU L NICHT-TRANSZENDENT WIRD. Dadurch erübrigt sich auch eine Subjektfunktionalisierung von L. Ein interessanter Gedanke bestünde allerdings darin, zu prüfen, inwiefern die subjekt-

funktionale polykontexturale und die objektfunktionale ontische Logik zu einer vereinheitlichten, sowohl objekt- als auch subjekt funktionalen Theorie ausgebaut werden könnten.

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2007

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Panizza, Oskar, Der Illusionismus und Die Rettung der Persönlichkeit. Leipzig 1895

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Systemik, Ontik, Semiotik, Logik und Erkenntnistheorie

1. Daß die Semiotik die „tiefste fundierende Wissenschaft“ sei, geht schon auf Charles S. Peirce zurück und wurde zuletzt ausführlich von Bense (1986) behandelt.

2. Wie in meinen bisherigen Arbeiten, wird dieses „Axiom“ hier bestritten, und es wird vorgeschlagen, statt der Dichotomie von Objekt und Zeichen (vgl. Bense 1967, S. 9)

$$D = (O, Z)$$

von der viel fundamentaleren Dichotomie von Außen und Innen

$$E = (A, I)$$

auszugehen. Da sowohl D als auch E isomorph sind zur – ebenfalls als fundamental aufgefaßten – logischen Dichotomie von Position und Negation

$$F = (P, N)$$

bzw.

$$F = (0, 1),$$

folgt somit

$$D \cong E \cong F.$$

Da es die Logik mit Aussagen zu tun hat, die den Zeichenbegriff voraussetzen, und da feststeht, daß E die tiefste aller drei zu einander isomorphen Relationen ist, haben wir ferner

$$D \lesssim E \lesssim F.$$

3. Nun haben wir aber bereits für die Dichotomien, für welche bekanntlich die Grundgesetze des Denkens gültig sind, immer zwei Möglichkeiten, sie als Systeme zu definieren

$$D = O^* = (O, Z)$$

$$D = Z^* = (Z, O)$$

$$E = A^* = (A, I)$$

$$E = I^* = (I, A)$$

$$F = 0^* = (0, 1)$$

$$F = 1^* = (1, 0),$$

denn "beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

4. Die „Spiegelbildlichkeit“ der Werte von D, E und F, zu der sich übrigens noch diejenige der erkenntnistheoretischen Dichotomie von Objekt und Subjekt

$$G = 0^* = (O, S)$$

$$G = S^* = (S, O)$$

gesellt, ist jedoch zu nichts nütze, da das Spiegelbild eines Etwas nichts Anderes reflektieren kann als das, was der andere Wert bereits ist oder hat (vgl. Kronthaler 1986). Sollen die beiden Werte der vier Dichotomien mehr sein als bloße Reflexionen des Einen vom Andern oder des Andern vom Einen, muß also ihre POSITION relevant werden, d.h. es muß gelten

$$D = 0^* = (O, Z) \quad \not\cong \quad D = Z^* = (Z, O)$$

$$E = A^* = (A, I) \quad \not\cong \quad E = I^* = (I, A)$$

$$F = 0^* = (0, 1) \quad \not\cong \quad F = 1^* = (1, 0),$$

$$G = 0^* = (O, S) \quad \not\cong \quad G = S^* = (S, O).$$

Ohne jedoch das Tertiumgesetz zu verletzen, gibt es, wie bereits in Toth (2015) dargelegt, wurde, die Möglichkeit, statt ein materielles ein differentielles „Tertium“ einzuführen. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$$E \rightarrow F = (0, 1) \neq F^{-1} = (1, 0) =$$

$$\left(\begin{array}{ll} L_1 = (0, (1)) & L_1^{-1} = ((1), 0) \\ L_2 = ((0), 1) & L_2^{-1} = (1, (0)) \end{array} \right) .$$

Für jedes L_i gilt somit zusätzlich zu F

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0),$$

und somit ist

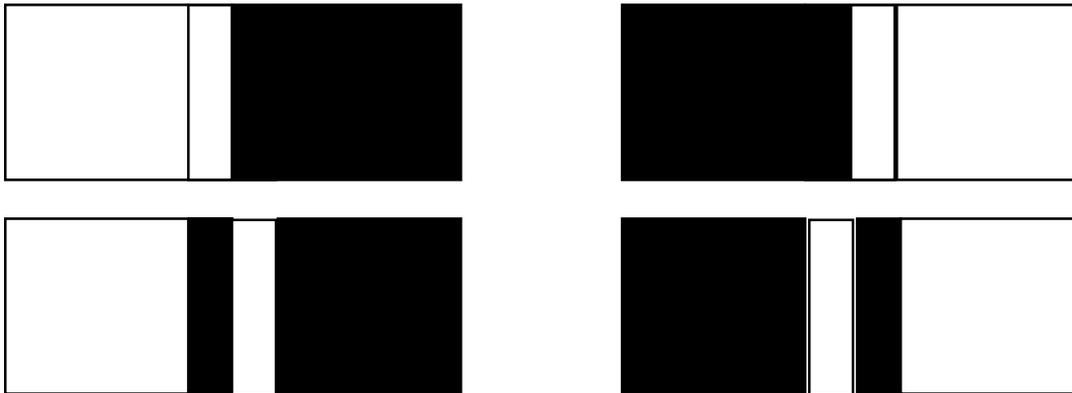
$$(x \in 0) \subset 1$$

$$(y \in 1) \subset 0,$$

d.h. 0 hat 1-Anteile, und 1 hat 0-Anteile. Und das, was hier anhand von F dargestellt wurde, gilt vermöge

$$D \cong E \cong F \cong G$$

natürlich auch für D , E und G . Man kann diese durch E erwirkte Abbildung der Paare auf Quadrupel schematisch wie folgt darstellen.



Die Werte in einer solchen Semiotik, Systemik, Logik und Erkenntnistheorie sind also vermöge E VERMITTELT. In Sonderheit erhalten wir also als vermittelnde Instanz einen „Rand“ R , für den gilt

$$R[0, 1] \neq R[1, 0] \neq \emptyset,$$

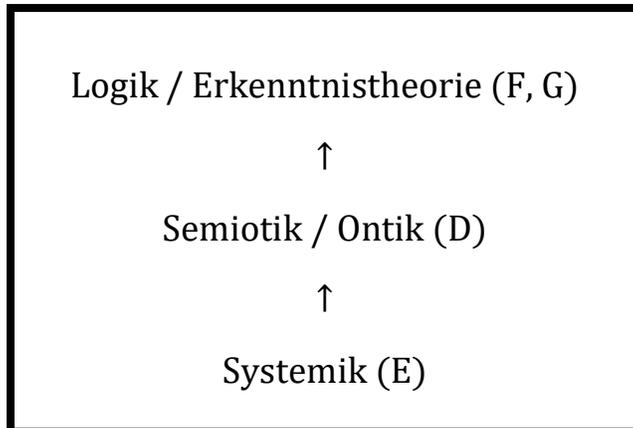
während für $L = [0, 1]$ natürlich gilt

$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset$.

Wegen

$D \lesssim E \lesssim F$

(worin allerdings die hierarchische Stellung von G unklar ist), können wir nun das folgende neue hierarchische System aufstellen.



DIE TIEFSTE FUNDIERENDE WISSENSCHAFT IST ALSO DIE SYSTEMIK, die sich mit der Differenz von Außen und Innen befaßt und in der der Einbettungsoperator bewirkt, daß es einen RAND gibt zwischen Außen und Innen, den man mit Hilfe eines ontischen Modelles wie folgt illustrieren kann



Rue Oberkampf, Paris.

Eine mathematische Besonderheit dieses durch den Einbettungsoperator induzierten Randes in D, E, F und G ist übrigens, daß er iterierbar ist, und zwar zweiseitig, vgl. etwa für F

	(0, (0))	(0, (1))	((0), 1)	((1), 0)
0_λ	(0, ((0, (0))))	(0, (0, (1)))	(0, ((0), 1))	(0, ((1), 0))
0_ρ	((0, (0)), 0)	((0, (1)), 0)	((0), 1, 0)	((1), 0, 0)
1_λ	(1, ((0, (0))))	(1, (0, (1)))	(1, ((0), 1))	(1, ((1), 0))
1_ρ	((0, (0)), 1)	((0, (1)), 1)	((0), 1, 1)	((1), 0, 1),

worin gilt

$$E \rightarrow E \rightarrow \dots \rightarrow E = E^n,$$

Ein ontisches Modell für E^3 ist etwa



Rest. Le Triomphe, Paris.

Wie man sich leicht vorstellen kann, entstehen durch Abbildung von E^n auf D, E, F und G sehr rasch hochkomplexe systemische, semiotische/ontische, logische und erkenntnistheoretische Systeme, welche die Komplexität von F =

(0, 1) weit übersteigen, ohne dabei an den Grundgesetzen des Denkens zu rütteln, wie dies etwa bei der polykontexturalen Logik und Ontologie von Günther, Kaehr und Kronthaler der Fall ist.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

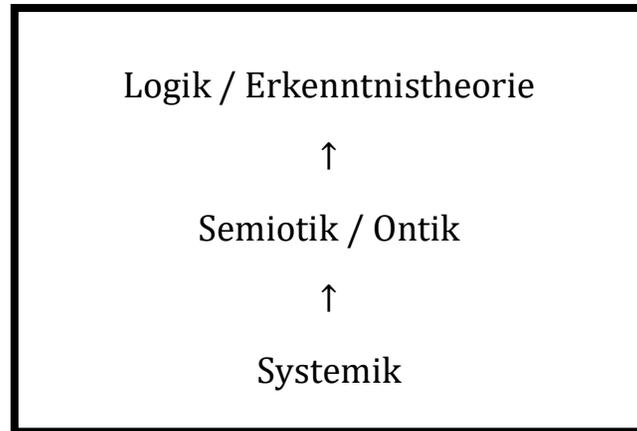
Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Zweidimensionalität von Einbettungszahlen

1. Wie in Toth (2018) gezeigt wurde, stellt die systemische Dichotomie

$$S = (A, I)$$

die Basisdichotomie der logischen, semiotischen, erkenntnistheoretischen, allgemein aller ihr isomorphen Dichotomien dar.



2. Betrachtet man nun aber S vom Standpunkt der Ontik, so ist die Dichotomie unvollständig, denn um überhaupt Außen und Innen zu unterscheiden, wird ein Rand als Vermittlung benötigt.

Da für die logische Dichotomie

$$L = (0, 1),$$

bekanntlich gilt

$$L = (0, 1) = L^{-1} = (1, 0),$$

da es ja egal ist, welcher der beiden Werte als Position bzw. als Negation designiert wird, gilt die Gleichheit der zu einander konversen Relationen vermöge Isomorphie für alle mit L isomorphen Dichotomien. Wenn wir jedoch S als Basisdichotomie nehmen, ist nicht von $S = (A, I)$ auszugehen, sondern von

$$S^* = (A, R, I)$$

mit

$$R(A, I) \neq R(I, A) \neq \emptyset,$$

während für $S = (A, I)$ natürlich gilt

$$R(A, I) = R(I, A) = \emptyset.$$

Ohne jedoch das Tertiumgesetz zu verletzen, gibt es, wie bereits in Toth (2015) dargelegt wurde, die Möglichkeit, statt einem materiellen ein differentielles „Tertium“ einzuführen. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$$E \rightarrow S = (A, I) \neq S^{-1} = (I, A) =$$

$$\left(\begin{array}{ll} S_1 = (A, (I)) & S_1^{-1} = ((I), A) \\ S_2 = ((A), I) & S_2^{-1} = (I, (A)) \end{array} \right),$$

wodurch A und I nun nicht mehr, wie in S , spiegelbildlich, sondern durch die durch E induzierte Einbettung positionsgebunden sind. Ontisch gesehen ist dieser Sachverhalt wiederum unmittelbar klar: Das Innere eines Hauses ist natürlich dem Äußeren ungleich, und eine Wand trennt Außen und Innen, Innen und Außen (und selbst die Wand läßt eine eindeutige Unterscheidung von Außenseite und Innenseite zu). Aus diesem Grunde ist die Konversion der Randrelation, in diesem Falle eine Umstülpung, unmöglich.

3. Setzen wir nun statt $S = (A, I)$

$$S = (-A, I)$$

oder

$$S = (A, -I),$$

so bekommen wir

$$\left(\begin{array}{ll} S_1 = (-A, (I)) & S_1^{-1} = ((I), -A) \\ S_2 = ((-A), I) & S_2^{-1} = (I, (-A)) \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ll} S_1 = (A, (-I)) & S_1^{-1} = ((-I), A) \\ S_2 = ((A), -I) & S_2^{-1} = (-I, (A)) \end{array} \right),$$

also ein Paar von Quadrupeln. Drückt man dieses in Form von relationalen Einbettungszahlen (vgl. Toth 2012) aus, so erhält man

$$\left(\begin{array}{cc} S_1 = (-1, (1)) & S_1^{-1} = ((1), -1) \\ S_2 = ((-1), 1) & S_2^{-1} = (1, (-1)) \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cc} S_1 = (1, (-1)) & S_1^{-1} = ((-1), 1) \\ S_2 = ((1), -1) & S_2^{-1} = (-1, (1)) \end{array} \right) ,$$

d.h. in drei Zählweisen zweidimensionale Zahlen, die sowohl positive als auch negative Werte auf beiden Einbettungstufen und für beide möglichen Positionen besitzen:

3.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc} \pm 1 & \pm 1 & & \pm 1 & \pm 1 & & \pm 1 & \pm 1 \\ \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\ & & \times & & \times & & \times & \\ \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset & & \emptyset & \emptyset \\ \pm 1 & \pm 1 & & \pm 1 & \pm 1 & & \pm 1 & \pm 1 \end{array}$$

3.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{cccccccc} \pm 1 & \emptyset & & \emptyset & \pm 1 & & \emptyset & \pm 1 \\ \pm 1 & \emptyset & & \emptyset & \pm 1 & & \emptyset & \pm 1 \\ & & \times & & \times & & \times & \\ \pm 1 & \emptyset & & \emptyset & \pm 1 & & \emptyset & \pm 1 \\ \pm 1 & \emptyset & & \emptyset & \pm 1 & & \emptyset & \pm 1 \end{array}$$

3.3. Transjuzente Zählweise

± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset
\emptyset	± 1	± 1	\emptyset	± 1	\emptyset	\emptyset	± 1
	\times		\times		\times		
\emptyset	± 1	± 1	\emptyset	± 1	\emptyset	\emptyset	± 1
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset

Literatur

- Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012
- Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014
- Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015
- Toth, Alfred, Systemik, Ontik, Semiotik, Logik und Erkenntnistheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018

Systemtheorie des Bildnisses von Dorian Gray

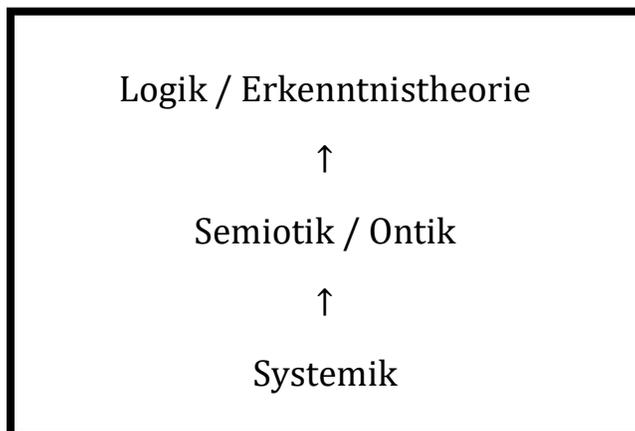
1. Das Bildnis des Dorian Gray wurde bereits, damals noch rein semiotisch, in Toth (2009) behandelt. Im folgenden soll exemplarisch gezeigt werden, wie viel präziser und fundamentaler dieses Thema mit der seither entwickelten ontischen Systemtheorie behandelt werden kann.



2. Wie in Toth (2018a, b) gezeigt wurde, stellt die systemische Dichotomie

$$S = (A, I)$$

die Basisdichotomie der logischen, semiotischen, erkenntnistheoretischen, allgemein aller ihr isomorphen Dichotomien dar.



Betrachtet man nun aber S vom Standpunkt der Ontik, so ist die Dichotomie unvollständig, denn um überhaupt Außen und Innen zu unterscheiden, wird ein Rand als Vermittlung benötigt. Da für die logische Dichotomie

$$L = (0, 1),$$

bekanntlich gilt

$$L = (0, 1) = L^{-1} = (1, 0),$$

da es ja egal ist, welcher der beiden Werte als Position bzw. als Negation designiert wird, gilt die Gleichheit der zu einander konversen Relationen vermöge Isomorphie für alle mit L isomorphen Dichotomien. Wenn wir jedoch S als Basisdichotomie nehmen, ist nicht von $S = (A, I)$ auszugehen, sondern von

$$S^* = (A, R, I)$$

mit

$$R(A, I) \neq R(I, A) \neq \emptyset,$$

während für $S = (A, I)$ natürlich gilt

$$R(A, I) = R(I, A) = \emptyset.$$

Ohne jedoch das Tertiumgesetz zu verletzen, gibt es, wie bereits in Toth (2015) dargelegt wurde, die Möglichkeit, statt einem materiellen ein differentielles „Tertium“ einzuführen. Dafür benötigen wir einen Einbettungsoperator E (vgl. Toth 2014).

$$E \rightarrow S = (A, I) \neq S^{-1} = (I, A) =$$

$$\left(\begin{array}{cc} S_1 = (A, (I)) & S_1^{-1} = ((I), A) \\ S_2 = ((A), I) & S_2^{-1} = (I, (A)) \end{array} \right),$$

wodurch A und I nun nicht mehr, wie in S , spiegelbildlich, sondern durch die durch E induzierte Einbettung positionsgebunden sind. Ontisch gesehen ist dieser Sachverhalt wiederum unmittelbar klar: Das Innere eines Hauses ist natürlich dem Äußeren ungleich, und eine Wand trennt Außen und Innen, Innen und Außen (und selbst die Wand läßt eine eindeutige Unterscheidung

von Außenseite und Innenseite zu). Aus diesem Grunde ist die Konversion der Randrelation, in diesem Falle eine Umstülpung, unmöglich.

Setzen wir nun statt $S = (A, I)$

$$S = (-A, I)$$

oder

$$S = (A, -I),$$

so bekommen wir

$$\left(\begin{array}{ll} S_1 = (-A, (I)) & S_1^{-1} = ((I), -A) \\ S_2 = ((-A), I) & S_2^{-1} = (I, (-A)) \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ll} S_1 = (A, (-I)) & S_1^{-1} = ((-I), A) \\ S_2 = ((A), -I) & S_2^{-1} = (-I, (A)) \end{array} \right),$$

also ein Paar von Quadrupeln. Drückt man dieses in Form von relationalen Einbettungszahlen (vgl. Toth 2012) aus, so erhält man

$$\left(\begin{array}{ll} S_1 = (-1, (1)) & S_1^{-1} = ((1), -1) \\ S_2 = ((-1), 1) & S_2^{-1} = (1, (-1)) \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ll} S_1 = (1, (-1)) & S_1^{-1} = ((-1), 1) \\ S_2 = ((1), -1) & S_2^{-1} = (-1, (1)) \end{array} \right),$$

d.h. in drei Zählweisen zweidimensionale Zahlen, die sowohl positive als auch negative Werte auf beiden Einbettungsstufen und für beide möglichen Positionen besitzen:

Adjazente Zählweise

± 1							
\emptyset							
	\times		\times		\times		
\emptyset							
± 1							

Subjazente Zählweise

± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset
	\times		\times		\times		
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset_i
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset_i

Transjazente Zählweise

± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset
\emptyset	± 1	± 1	\emptyset	± 1	\emptyset	\emptyset	± 1
	\times		\times		\times		
\emptyset	± 1	± 1	\emptyset_j	± 1	\emptyset	\emptyset	± 1
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	$\emptyset,$

Da im Bildnis des Dorian Gray Bild, d.h. Zeichen, und Person, d.h. Objekt, vertauscht werden, sind somit nicht nur allen reflexiven, sondern auch alle chiasmatischen Relationen aller drei ontischen Zahlenfelder vertauscht.

Adjazente Zählweise

± 1	± 1						
\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$
\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset
± 1	± 1						

Subjazente Zählweise

± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset
\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset_i
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset_i

Transjazente Zählweise

± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	\emptyset
\emptyset	± 1	± 1	\emptyset	± 1	\emptyset	\emptyset	± 1
\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$	\updownarrow	$\nearrow\swarrow$
\emptyset	± 1	± 1	\emptyset_j	± 1	\emptyset	\emptyset	± 1
± 1	\emptyset	\emptyset	± 1	\emptyset	± 1	± 1	$\emptyset.$

Literatur

Toth, Alfred, Das Bildnis des Dorian Gray. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Die Logik des Jägers Gracchus. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Systemik, Ontik, Semiotik, Logik und Erkenntnistheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018a

Toth, Alfred, Zweidimensionalität von Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018b

Die L*-Logik für dreielementige Mengen

1. Bekanntlich basiert die klassische aristotelische Logik auf der dichotomischen Relation

$$L = (0, 1),$$

d.h. es gibt keine Vermittlung der beiden Werte, da das Grundgesetz des Tertium non datur einen dritten Wert ausschließt. Wie wir allerdings in Toth (2015) gezeigt hatten, kann man statt eines materiellen Wertes einen relationalen Einbettungsoperator E einführen

$$E: \quad x \rightarrow (x)$$

$$E^2: \quad x \rightarrow ((x))$$

$$E^3: \quad x \rightarrow (((x))), \text{ usw.,}$$

d.h. wir erhalten

$$E(L) =$$

$$L_1 = (0, (1)) \quad L_1^{-1} = ((1), 0)$$

$$L_2 = ((0), 1] \quad L_2^{-1} = (1, (0)),$$

denn es gelten

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0).$$

Falls also $0 \neq 1$ gilt, bekommen wir statt L das folgende qualitativ-arithmetische Sextupel

$$L_1 = (0, 1) \quad L_2 = (1, 0)$$

$$L_3 = (0, (1)) \quad L_4 = ((1), 0)$$

$$L_5 = ((0), 1) \quad L_6 = (1, (0))$$

2. Wenn wir nun von einer 3-elementigen Menge $M = (0, 1, 2)$ ausgehen, bekommen wir bereits für die nicht-eingebettete Menge $3! = 6$ Permutationen

$$M_1 = (0, 1, 2)$$

$$M_2 = (0, 2, 1)$$

$$M_3 = (1, 0, 2)$$

$$M_4 = (1, 2, 0)$$

$$M_5 = (2, 0, 1)$$

$$M_6 = (2, 1, 0).$$

Aus

$$E \rightarrow M^*$$

folgt also

$$(0, 1, (2)) \quad (0, 2, (1)) \quad (1, 0, (2)) \quad (1, 2, (0)) \quad (2, 0, (1)) \quad (2, 1, (0))$$

$$(0, (1), 2) \quad (0, (2), 1) \quad (1, (0), 2) \quad (1, (2), 0) \quad (2, (0), 1) \quad (2, (1), 0)$$

$$((0), 1, 2) \quad ((0), 2, 1) \quad ((1), 0, 2) \quad ((1), 2, 0) \quad ((2), 0, 1) \quad ((2), 1, 0)$$

$$(0, (1, 2)) \quad (0, (2, 1)) \quad (1, (0, 2)) \quad (1, (2, 0)) \quad (2, (0, 1)) \quad (2, (1, 0))$$

$$((0), 1, (2)) \quad ((0), 2, (1)) \quad ((1), 0, (2)) \quad ((1), 2, (0)) \quad ((2), 0, (1)) \quad ((2), 1, (0))$$

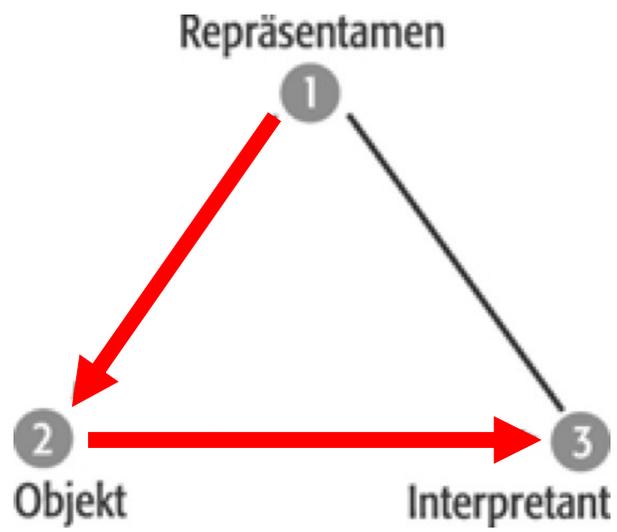
$$((0, 1), 2) \quad ((0, 2), 1) \quad ((1, 0), 2) \quad ((1, 2), 0) \quad ((2, 0), 1) \quad ((2, 1), 0)$$

$$((0, 1, 2)) \quad ((0, 2, 1)) \quad ((1, 0, 2)) \quad ((1, 2, 0)) \quad ((2, 0, 1)) \quad ((2, 1, 0))$$

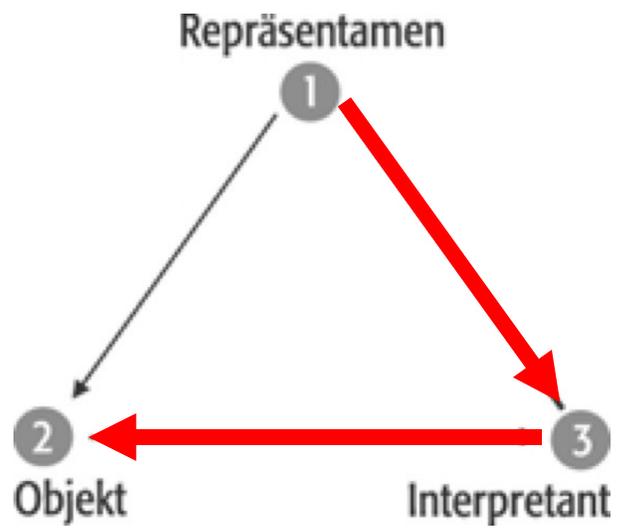
d.h. wir haben ein 48-tupel für M^* , während wir für L^* ein 6-tupel bekommen hatten.

3. Nachdem wir in Toth (2018) das Saussuresche Zeichenmodell für L^* durchgespielt hatten, zeigen wir nun M^* für das Peircesche Zeichenmodell

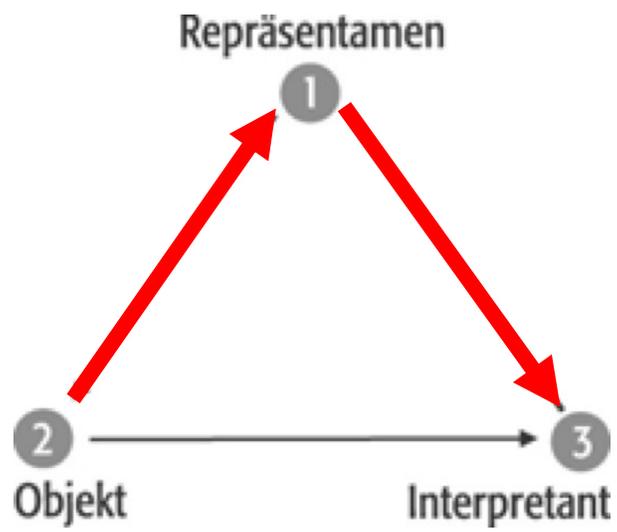
$M_1 = (0, 1, 2)$



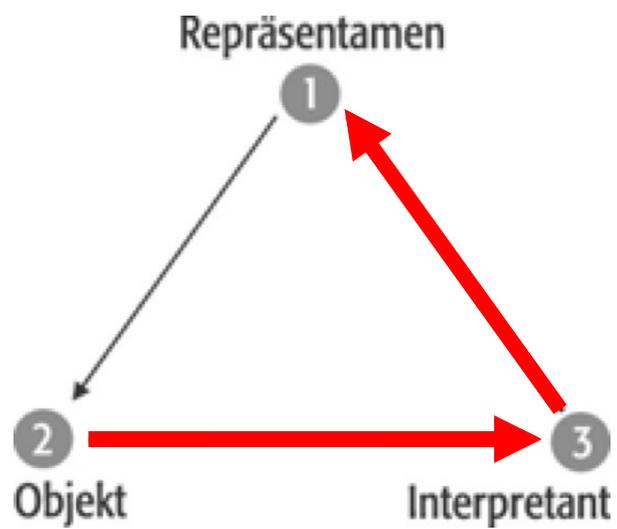
$M_2 = (0, 2, 1)$



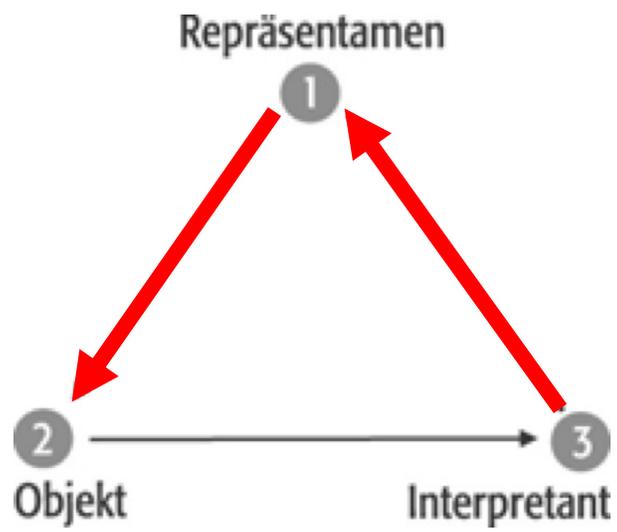
$$M_3 = (1, 0, 2)$$



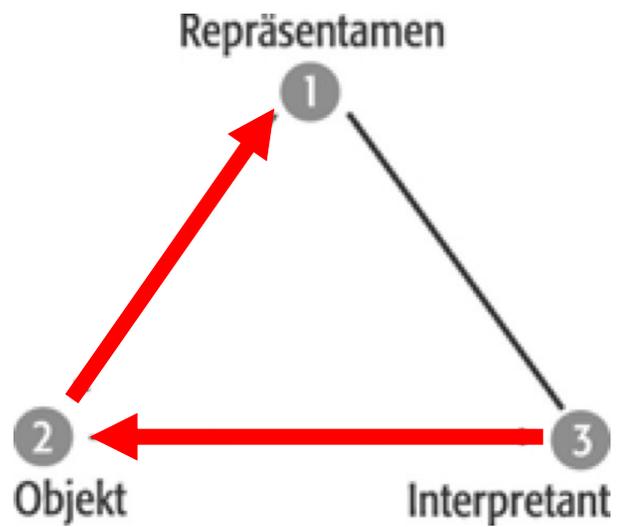
$$M_4 = (1, 2, 0)$$



$$M_5 = (2, 0, 1)$$

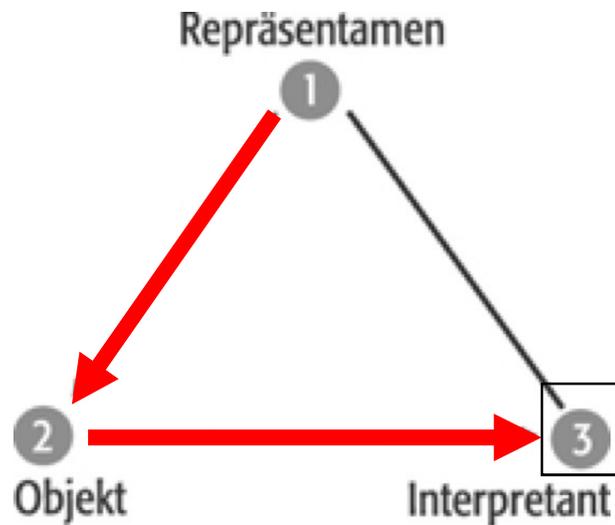


$$M_6 = (2, 1, 0)$$

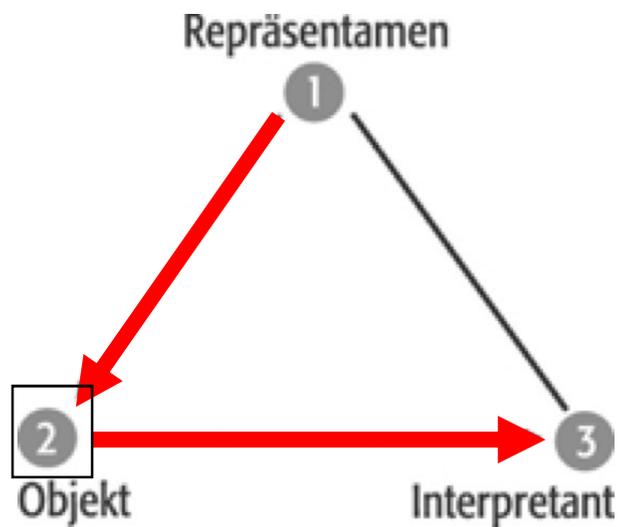


Was nun die eingebetten 42 Kombinationen betrifft, beschränken wir uns auf die ersten drei Modelle

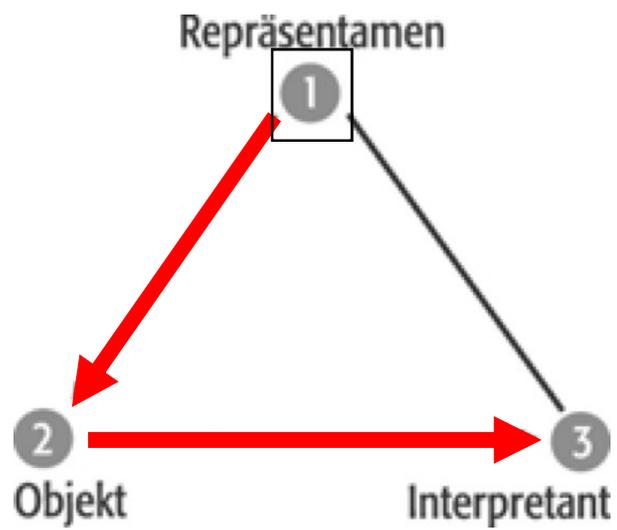
$$M_7 = (0, 1, (2))$$



$$M_8 = (0, (1), 2)$$



$M_9 = (0, (1), 2)$



Literatur

Toth, Alfred, Die Logik von Hermann Hermann. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Das qualitativ-arithmetische Sextupel 5. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Das System der 48 Zeichenklassen mit eingebetteten Teilrelationen

1. Bekanntlich basiert die klassische aristotelische Logik auf der dichotomischen Relation

$$L = (0, 1),$$

d.h. es gibt keine Vermittlung der beiden Werte, da das Grundgesetz des Tertium non datur einen dritten Wert ausschließt. Wie wir allerdings in Toth (2015) gezeigt hatten, kann man statt eines materiellen Wertes einen relationalen Einbettungsoperator E einführen

$$E: \quad x \rightarrow (x)$$

$$E^2: \quad x \rightarrow ((x))$$

$$E^3: \quad x \rightarrow (((x))), \text{ usw.,}$$

d.h. wir erhalten

$$E(L) =$$

$$L_1 = (0, (1)) \quad L_1^{-1} = ((1), 0)$$

$$L_2 = ((0), 1] \quad L_2^{-1} = (1, (0)),$$

denn es gelten

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0).$$

Falls also $0 \neq 1$ gilt, bekommen wir statt L das folgende qualitativ-arithmetische Sextupel

$$L_1 = (0, 1) \quad L_2 = (1, 0)$$

$$L_3 = (0, (1)) \quad L_4 = ((1), 0)$$

$$L_5 = ((0), 1) \quad L_6 = (1, (0))$$

2. Wenn wir nun von einer 3-elementigen Menge $M = (0, 1, 2)$ ausgehen (vgl. Toth 2018), bekommen wir bereits für die nicht-eingebettete Menge $3! = 6$ Permutationen

$$M_1 = (0, 1, 2)$$

$$M_2 = (0, 2, 1)$$

$$M_3 = (1, 0, 2)$$

$$M_4 = (1, 2, 0)$$

$$M_5 = (2, 0, 1)$$

$$M_6 = (2, 1, 0).$$

Aus

$$E \rightarrow M^*$$

folgt also

$$(0, 1, (2)) \quad (0, 2, (1)) \quad (1, 0, (2)) \quad (1, 2, (0)) \quad (2, 0, (1)) \quad (2, 1, (0))$$

$$(0, (1), 2) \quad (0, (2), 1) \quad (1, (0), 2) \quad (1, (2), 0) \quad (2, (0), 1) \quad (2, (1), 0)$$

$$((0), 1, 2) \quad ((0), 2, 1) \quad ((1), 0, 2) \quad ((1), 2, 0) \quad ((2), 0, 1) \quad ((2), 1, 0)$$

$$(0, (1, 2)) \quad (0, (2, 1)) \quad (1, (0, 2)) \quad (1, (2, 0)) \quad (2, (0, 1)) \quad (2, (1, 0))$$

$$((0), 1, (2)) \quad ((0), 2, (1)) \quad ((1), 0, (2)) \quad ((1), 2, (0)) \quad ((2), 0, (1)) \quad ((2), 1, (0))$$

$$((0, 1), 2) \quad ((0, 2), 1) \quad ((1, 0), 2) \quad ((1, 2), 0) \quad ((2, 0), 1) \quad ((2, 1), 0)$$

$$((0, 1, 2)) \quad ((0, 2, 1)) \quad ((1, 0, 2)) \quad ((1, 2, 0)) \quad ((2, 0, 1)) \quad ((2, 1, 0))$$

d.h. wir haben ein 48-tupel für M^* , während wir für L^* ein 6-tupel bekommen hatten.

3. Die in der Semiotik bekannteste 3-elementige Menge ist natürlich die peircesche Relation der Fundamentalkategorien, die vermöge Bense (1979, S. 53 u. 67) eine „verschachtelte“ Relation der Form

$$Z = (M, (O, (I)))$$

bzw. „eine Relation von Relationen“ darstellt.

Wenn wir diese Einbettung der Erstheit in die Zweitheit und Drittheit sowie der Zweitheit in die Drittheit aufheben und die obigen 48 Einbettungstypen

zulassen, dann bekommen wir folgendes neue System von 48 Zeichenklassen mit eingebetteten Teilrelationen.

$$\text{Zkl}^1 = (\text{M}, \text{O}, \text{I})$$

$$\text{Zkl}^2 = (\text{M}, \text{I}, \text{O})$$

$$\text{Zkl}^3 = (\text{O}, \text{M}, \text{I})$$

$$\text{Zkl}^4 = (\text{O}, \text{I}, \text{M})$$

$$\text{Zkl}^5 = (\text{I}, \text{M}, \text{O})$$

$$\text{Zkl}^6 = (\text{I}, \text{O}, \text{M}).$$

$$\text{Zkl}^7 = (\text{M}, \text{O}, (\text{I}))$$

$$\text{Zkl}^8 = (\text{M}, (\text{O}), \text{I})$$

$$\text{Zkl}^9 = ((\text{M}), \text{O}, \text{I})$$

$$\text{Zkl}^{10} = (\text{M}, (\text{O}, \text{I}))$$

$$\text{Zkl}^{11} = ((\text{M}), \text{O}, (\text{I}))$$

$$\text{Zkl}^{12} = ((\text{M}, \text{O}), \text{I})$$

$$\text{Zkl}^{13} = ((\text{M}, \text{O}, \text{I}))$$

$$\text{Zkl}^{14} = (\text{M}, \text{I}, (\text{O}))$$

$$\text{Zkl}^{15} = (\text{M}, (\text{I}), \text{O})$$

$$\text{Zkl}^{16} = ((\text{M}), \text{I}, \text{O})$$

$$\text{Zkl}^{17} = (\text{M}, (\text{I}, \text{O}))$$

$$\text{Zkl}^{18} = ((\text{M}), \text{I}, (\text{O}))$$

$$\text{Zkl}^{19} = ((\text{M}, \text{I}), \text{O})$$

$$\text{Zkl}^{20} = ((\text{M}, \text{I}, \text{O}))$$

$$\text{Zkl}^{21} = (\text{O}, \text{M}, (\text{I}))$$

$$\text{Zkl}^{22} = (\text{O}, (\text{M}), \text{I})$$

$$\text{Zkl}^{23} = ((\text{O}), \text{M}, \text{I})$$

$$\text{Zkl}^{24} = (\text{O}, (\text{M}, \text{I}))$$

$$\text{Zkl}^{25} = ((\text{O}), \text{M}, (\text{I}))$$

$$\text{Zkl}^{26} = ((\text{O}, \text{M}), \text{I})$$

$$\text{Zkl}^{27} = ((\text{O}, \text{M}, \text{I}))$$

$$\text{Zkl}^{28} = (\text{O}, \text{I}, (\text{M}))$$

$$\text{Zkl}^{29} = (\text{O}, (\text{I}), \text{M})$$

$$\text{Zkl}^{30} = ((\text{O}), \text{I}, \text{M})$$

$$\text{Zkl}^{31} = (\text{O}, (\text{I}, \text{M}))$$

$$\text{Zkl}^{32} = ((\text{O}), \text{I}, (\text{M}))$$

$$\text{Zkl}^{33} = ((\text{O}, \text{I}), \text{M})$$

$$\text{Zkl}^{34} = ((\text{O}, \text{I}, \text{M}))$$

$$\text{Zkl}^{35} = (\text{I}, \text{M}, (\text{O}))$$

$$\text{Zkl}^{36} = (\text{I}, (\text{M}), \text{O})$$

$$\text{Zkl}^{37} = ((\text{I}), \text{M}, \text{O})$$

$$\text{Zkl}^{38} = (\text{I}, (\text{M}, \text{O}))$$

$$\text{Zkl}^{39} = ((\text{I}), \text{M}, (\text{O}))$$

$$\text{Zkl}^{40} = ((\text{I}, \text{M}), \text{O})$$

$$\text{Zkl}^{41} = ((\text{I}, \text{M}, \text{O}))$$

$Zkl^{42} = (I, O, (M))$

$Zkl^{43} = (I, (O), M)$

$Zkl^{44} = ((I), O, M)$

$Zkl^{45} = (I, (O, M))$

$Zkl^{46} = ((I), O, (M))$

$Zkl^{47} = ((I, O), M)$

$Zkl^{48} = ((I, O, M))$

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die Logik von Hermann Hermann. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Das qualitativ-arithmetische Sextupel 5. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018a

Toth, Alfred, Die L*-Logik für dreielementige Mengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018b

Ontotopologische Strukturen für die 48 Einbettungstypen 3-elementiger Mengen

1. Bekanntlich basiert die klassische aristotelische Logik auf der dichotomischen Relation

$$L = (0, 1),$$

d.h. es gibt keine Vermittlung der beiden Werte, da das Grundgesetz des Tertium non datur einen dritten Wert ausschließt. Wie wir allerdings in Toth (2015) gezeigt hatten, kann man statt eines materiellen Wertes einen relationalen Einbettungsoperator E einführen

$$E: \quad x \rightarrow (x)$$

$$E^2: \quad x \rightarrow ((x))$$

$$E^3: \quad x \rightarrow (((x))), \text{ usw.,}$$

d.h. wir erhalten

$$E(L) =$$

$$L_1 = (0, (1)) \quad L_1^{-1} = ((1), 0)$$

$$L_2 = ((0), 1) \quad L_2^{-1} = (1, (0)),$$

denn es gelten

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0).$$

Falls also $0 \neq 1$ gilt, bekommen wir statt L das folgende qualitativ-arithmetische Sextupel

$$L_1 = (0, 1) \quad L_2 = (1, 0)$$

$$L_3 = (0, (1)) \quad L_4 = ((1), 0)$$

$$L_5 = ((0), 1) \quad L_6 = (1, (0))$$

2. Wenn wir nun von einer 3-elementigen Menge $M = (0, 1, 2)$ ausgehen (vgl. Toth 2018), bekommen wir bereits für die nicht-eingebettete Menge $3! = 6$ Permutationen

$$M_1 = (0, 1, 2)$$

$$M_2 = (0, 2, 1)$$

$$M_3 = (1, 0, 2)$$

$$M_4 = (1, 2, 0)$$

$$M_5 = (2, 0, 1)$$

$$M_6 = (2, 1, 0).$$

Aus

$$E \rightarrow M^*$$

folgt also

$$(0, 1, (2)) \quad (0, 2, (1)) \quad (1, 0, (2)) \quad (1, 2, (0)) \quad (2, 0, (1)) \quad (2, 1, (0))$$

$$(0, (1), 2) \quad (0, (2), 1) \quad (1, (0), 2) \quad (1, (2), 0) \quad (2, (0), 1) \quad (2, (1), 0)$$

$$((0), 1, 2) \quad ((0), 2, 1) \quad ((1), 0, 2) \quad ((1), 2, 0) \quad ((2), 0, 1) \quad ((2), 1, 0)$$

$$(0, (1, 2)) \quad (0, (2, 1)) \quad (1, (0, 2)) \quad (1, (2, 0)) \quad (2, (0, 1)) \quad (2, (1, 0))$$

$$((0), 1, (2)) \quad ((0), 2, (1)) \quad ((1), 0, (2)) \quad ((1), 2, (0)) \quad ((2), 0, (1)) \quad ((2), 1, (0))$$

$$((0, 1), 2) \quad ((0, 2), 1) \quad ((1, 0), 2) \quad ((1, 2), 0) \quad ((2, 0), 1) \quad ((2, 1), 0)$$

$$((0, 1, 2)) \quad ((0, 2, 1)) \quad ((1, 0, 2)) \quad ((1, 2, 0)) \quad ((2, 0, 1)) \quad ((2, 1, 0))$$

d.h. wir haben ein 48-tupel für M^* , während wir für L^* ein 6-tupel bekommen hatten.

3. Ontotopologische Strukturen

3.1. $R^1 = (0, 1, 2)$



3.2. $R^2 = (0, 2, 1)$



3.3. $R^3 = (1, 0, 2)$



3.4. $R^4 = (1, 2, 0)$



3.5. $R^5 = (2, 0, 1)$



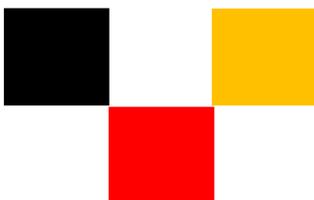
3.6. $R^6 = (2, 1, 0)$



3.7. $R^7 = (0, 1, (2))$



3.8. $R^8 = (0, (1), 2)$



3.9. $R^9 = ((0), 1, 2)$



3.10. $R^{10} = (0, (1, 2))$



3.11. $R^{11} = ((0), 1, (2))$



3.12. $R^{12} = ((0, 1), 2)$



3.13. $R^{13} = ((0, 1, 2))$



3.14. $R^{14} = (0, 2, (1))$



3.15. $R^{15} = (0, (2), 1)$



3.16. $R^{16} = ((0), 2, 1)$



3.17. $R^{17} = (0, (2), 1)$



3.18. $R^{18} = ((0), 2, (1))$



$$3.19. R^{19} = ((0, 2), 1)$$



$$3.20. R^{20} = ((0, 2), 1)$$



$$3.21. R^{21} = (1, 0, (2))$$



$$3.22. R^{22} = (1, (0), 2)$$



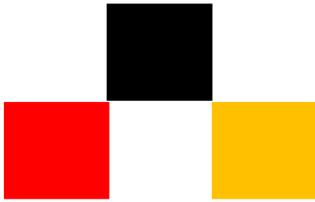
$$3.23. R^{23} = ((1), 0, 2)$$



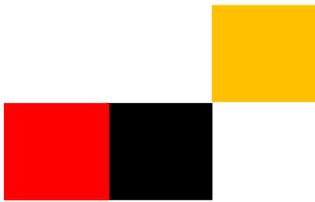
3.24. $R^{24} = (1, (0, 2))$



3.25. $R^{25} = ((1), 0, (2))$



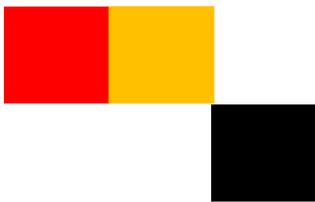
3.26. $R^{26} = ((1, 0), 2)$



3.27. $R^{27} = ((1, 0, 2))$



3.28. $R^{28} = (1, 2, (0))$



$$3.29. R^{29} = (1, (2), 0)$$



$$3.30. R^{30} = ((1), 2, 0)$$



$$3.31. R^{31} = (1, (2), 0)$$



$$3.32. R^{32} = ((1), 2, (0))$$



$$3.33. R^{33} = ((1, 2), 0)$$



$$3.34. R^{34} = ((1, 2, 0))$$



$$3.35. R^{35} = (2, 0, (1))$$



$$3.36. R^{36} = (2, (0), 1)$$



$$3.37. R^{37} = ((2), 0, 1)$$



$$3.38. R^{38} = (2, (0), 1)$$



$$3.39. R^{39} = ((2), 0, (1))$$



$$3.40. R^{40} = ((2, 0), 1)$$



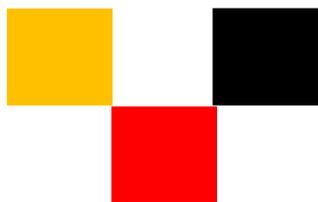
$$3.41. R^{41} = ((2, 0), 1)$$



$$3.42. R^{42} = (2, 1, (0))$$



$$3.43. R^{43} = (2, (1), 0)$$



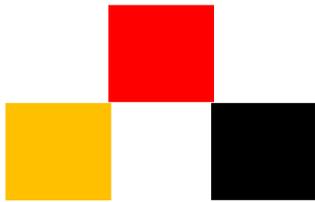
3.44. $R^{44} = ((2), 1, 0)$



3.45. $R^{45} = (2, (1, 0))$



3.46. $R^{46} = ((2), 1, (0))$



3.47. $R^{47} = ((2, 1), 0)$



3.48. $R^{48} = ((2, 1, 0))$



Literatur

Toth, Alfred, Die Logik von Hermann Hermann. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Das qualitativ-arithmetische Sextupel 5. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018a

Toth, Alfred, Die L^* -Logik für dreielementige Mengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018b

Eine neue Zahlenfolge der L*-Logiken für n-elementige Mengen

1. Bekanntlich basiert die klassische aristotelische Logik auf der dichotomischen Relation

$$L = (0, 1),$$

d.h. es gibt keine Vermittlung der beiden Werte, da das Grundgesetz des Tertium non datur einen dritten Wert ausschließt. Wie wir allerdings in Toth (2015) gezeigt hatten, kann man statt eines materiellen Wertes einen relationalen Einbettungsoperator E einführen

$$E: \quad x \rightarrow (x)$$

$$E^2: \quad x \rightarrow ((x))$$

$$E^3: \quad x \rightarrow (((x))), \text{ usw.,}$$

d.h. wir erhalten

$$E(L) =$$

$$L_1 = (0, (1)) \quad L_1^{-1} = ((1), 0)$$

$$L_2 = ((0), 1] \quad L_2^{-1} = (1, (0)),$$

denn es gelten

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0).$$

Falls also $0 \neq 1$ gilt, bekommen wir statt L das folgende qualitativ-arithmetische Sextupel

$$L_1 = (0, 1) \quad L_2 = (1, 0)$$

$$L_3 = (0, (1)) \quad L_4 = ((1), 0)$$

$$L_5 = ((0), 1) \quad L_6 = (1, (0))$$

2. Wenn wir nun von einer 3-elementigen Menge $M = (0, 1, 2)$ ausgehen, bekommen wir bereits für die nicht-eingebettete Menge $3! = 6$ Permutationen

$$M_1 = (0, 1, 2)$$

$$M_2 = (0, 2, 1)$$

$$M_3 = (1, 0, 2)$$

$$M_4 = (1, 2, 0)$$

$$M_5 = (2, 0, 1)$$

$$M_6 = (2, 1, 0).$$

Aus

$$E \rightarrow M^*$$

folgt also

$$(0, 1, (2)) \quad (0, 2, (1)) \quad (1, 0, (2)) \quad (1, 2, (0)) \quad (2, 0, (1)) \quad (2, 1, (0))$$

$$(0, (1), 2) \quad (0, (2), 1) \quad (1, (0), 2) \quad (1, (2), 0) \quad (2, (0), 1) \quad (2, (1), 0)$$

$$((0), 1, 2) \quad ((0), 2, 1) \quad ((1), 0, 2) \quad ((1), 2, 0) \quad ((2), 0, 1) \quad ((2), 1, 0)$$

$$(0, (1, 2)) \quad (0, (2, 1)) \quad (1, (0, 2)) \quad (1, (2, 0)) \quad (2, (0, 1)) \quad (2, (1, 0))$$

$$((0), 1, (2)) \quad ((0), 2, (1)) \quad ((1), 0, (2)) \quad ((1), 2, (0)) \quad ((2), 0, (1)) \quad ((2), 1, (0))$$

$$((0, 1), 2) \quad ((0, 2), 1) \quad ((1, 0), 2) \quad ((1, 2), 0) \quad ((2, 0), 1) \quad ((2, 1), 0)$$

$$((0, 1, 2)) \quad ((0, 2, 1)) \quad ((1, 0, 2)) \quad ((1, 2, 0)) \quad ((2, 0, 1)) \quad ((2, 1, 0))$$

d.h. wir haben ein 48-tupel für M^* , während wir für L^* ein 6-tupel bekommen hatten (vgl. Toth 2018).

3. Man kann diese Abbildung der Formen

$$E \rightarrow (0) \quad \text{1-tupel}$$

$$E \rightarrow (0, 1) \quad \text{6-tupel}$$

$$E \rightarrow (0, 1, 2) \quad \text{48-tupel}$$

für auf n -elementige Mengen verallgemeinern. Dann erhalten wir

$$E \rightarrow (0, 1, 2, 3) \quad \text{192-tupel}$$

$E \rightarrow (0, 1, 2, 3, 4)$	960-tupel
$E \rightarrow (0, 1, 2, 3, 4, 5)$	5760-tupel
$E \rightarrow (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)$	40320-tupel
$E \rightarrow (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$	322560-tupel, usw.

Nun gibt es laut OEIS (The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences) keine Zahlenfolge der quantiativen Mathematik, welchen die oben angegebenen Werte erfüllt, welche aufgrund von Voraussetzungen der qualitativen Mathematik gewonnen wurde. Wir haben somit eine neue Zahlenfolge entdeckt, die Zahlenfolge der L^* -Logiken für n-elementige geordnete Mengen.

Literatur

Toth, Alfred, Die Logik von Hermann Hermann. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Das qualitativ-arithmetische Sextupel 1-5. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018

Von deiktischen Zahlen zu Relationalzahlen

1. In der quantitativen Mathematik gibt es nur eine einzige Zählweise, die lineare, welche durch die Peano-Axiome festgelegt ist (vgl. zuletzt Toth 2018). Weshalb dies so ist, ist auch den meisten Mathematikern nicht bewußt. Der Grund liegt darin, daß die zweiwertige aristotelische Logik, welche die Grundlage für die quantitative Mathematik bildet, in ihrer Basisdichotomie

$$L = [0, 1]$$

keine Vermittlung zwischen den Werten 0 und 1 zuläßt, d.h. sie sind absolut. Nun hatte bereits Günther festgestellt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.). Damit gilt natürlich

$$L = [0, 1] = [1, 0] = L^{-1}.$$

0 oder Position und 1 oder Negation (bzw. umgekehrt) stehen also erkenntnistheoretisch für das objektive Objekt einerseits und für das subjektive Subjekt andererseits.

2. Tatsächlich ist es aber so, daß die Begriffe Objekt und Subjekt ohne einander sinnlos sind. Ein Objekt kann nur dann ein solches sein, wenn es ein solches für ein Subjekt ist. Und ein Subjekt kann es nur dann geben, wenn es ein Objekt gibt, von dem es sich unterscheidet. Ontisch gesehen ist es daher nur dann sinnvoll, von einem Objekt zu sprechen, wenn es von einem Subjekt wahrgenommen wird. Durch die Wahrnehmung erhält aber das Objekt – als vom Subjekt Wahrgenommenes – Subjektanteile, und das Subjekt – als das das Objekt Wahrnehmendes - erhält Objektanteile. Es ist daher, wie bereits in Toth (2015a) ausgeführt, nötig, statt von L von einem Quadrupel von L-Funktionen der Form

$$L_1 = [0, [1]] \quad L_1^{-1} = [[1], 0]$$

$$L_3 = [[0], 1] \quad L_2^{-1} = [1, [0]]$$

auszugehen, die im Gegensatz zu $L = L^{-1}$ paarweise ungleich sind. Man kann diese vier L-Funktionen unter Vernachlässigung der Positionen der Werte in den vier Gleichungen durch

$$0 = f(1)$$

$$1 = f(0)$$

ausdrücken. Je nachdem, ob man 0 oder 1 die erkenntnistheoretische Funktion des Objektes und 1 oder 0 diejenige des Subjektes zuweist, formalisieren daher die beiden letzten Gleichungen das subjektive Objekt und das objektive Subjekt. Rein formal wird für die Transformation

$$\tau: L \rightarrow (L_1, L_1^{-1}, L_2, L_2^{-1})$$

lediglich ein Einbettungsoperator der Form

$$E: x \rightarrow [x] \text{ (mit } x \in (0, 1))$$

benötigt, d.h. kein dritter Wert, welcher als (substantielles) Tertium die aristotelische Basis der Logik zerstört. Wenn man E als Tertium bezeichnen will, dann handelt es sich um ein differentielles Tertium, das tatsächlich innerhalb der aristotelischen Logik nicht vorgesehen ist.

3. Wie man sieht, spielt innerhalb des Quadrupels von L-Funktionen allerdings nicht nur die Tatsache, ob ein Wert eingebettet oder nicht-eingebettet ist, eine Rolle, sondern auch, wo der Wert, d.h. die Zahl, steht, denn wie bereits gesagt, gilt

$$[0, [1]] \neq [[1], 0]$$

$$[[0], 1] \neq [1, [0]]$$

$$[1, [0]] \neq [[0], 1]$$

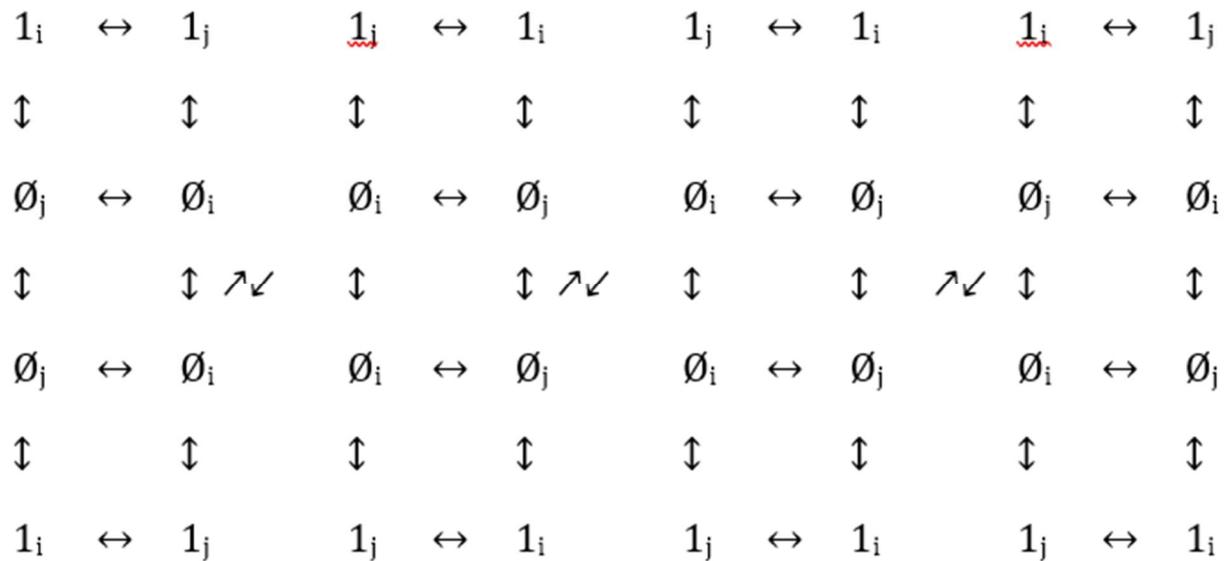
$$[[1], 0] \neq [0, [1]].$$

Jede Zahl ist somit nicht nur von E, sondern auch von einem Ort ω abhängig, d.h. für jede Peanozahl x gilt

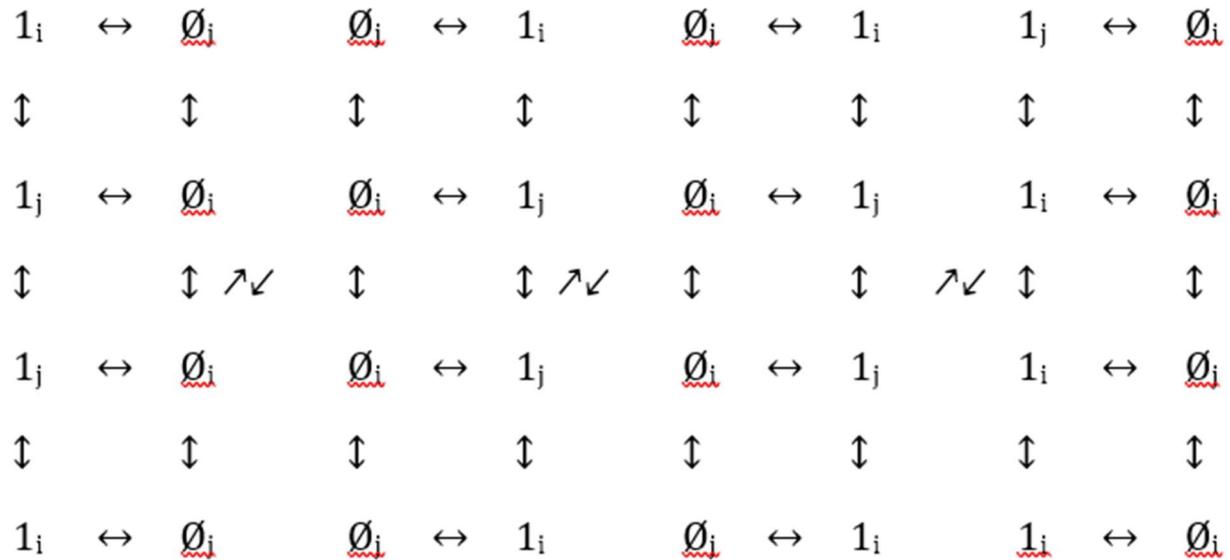
$$x = f(E, \omega),$$

und diese Abhängigkeit ist es, was sie zur qualitativen Zahl macht (vgl. Toth 2015b-d) und nicht etwa die Orthogonalität von Paaren von Peanozahlen (vgl. Günther 1991, S. 419 ff.). In der im folgenden skizzierten qualitativen Arithmetik erhält man für Paare von Peanozahlen $P = (x, y)$ unter Anwendung von $x = f(E, \omega)$ und $y = f(E, \omega)$ statt der einen, linearen Zählweise der quantitativen Arithmetik drei Zählweisen mit je acht verschiedenen qualitativen Zahlen.

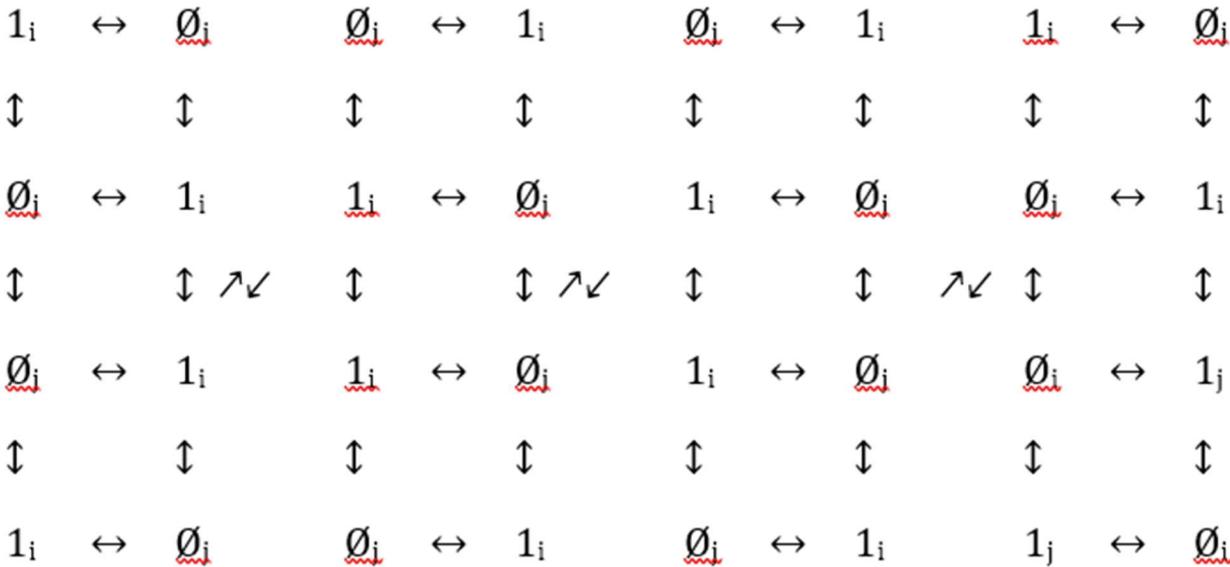
3.1. Sind x und y linear, so liegt die adjazente Zählweise vor.



3.2. Sind x und y orthogonal, so liegt die subjazente Zählweise vor.



3.3. Sind x und y diagonal, so liegt die transjuzente Zählweise vor.



In diesen Schemata referieren die Indizes auf die Subjektstandpunkte. Diese ermöglichen die Kompatibilisierung unserer qualitativen Arithmetik mit der von Kronthaler geschaffenen Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986), die auf der polykontexturalen Logik beruht, welche ein Verbundsystem von zweiwertigen aristotelischen Logiken ist und jedem Subjekt seine eigene zweiwertige Logik zugesteht. Da dort aber nur das Subjekt iterierbar ist, während das Objekt, wie Hegel sagte, totes Objekt bleibt, gibt es in der Mathematik der Qualitäten im Gegensatz zu unserer qualitativen Arithmetik keine Ver-

mittlung der Werte innerhalb der auch in der Mathematik der Qualitäten un-
 angetasteten Dichotomie $L = [0, 1]$.

4. In der qualitativen Arithmetik kann also jede Peanozahl x vermöge $x = f(E, \omega)$ entweder adjazent, subjazent oder transjazent gezählt werden, wobei es acht Möglichkeiten in jeder der drei Zählweisen gibt. Das bedeutet, daß bereits die elementare und nur quantitativ eindeutige Peano-Addition $(0 + 1)$ qualitativ in 24 Möglichkeiten mehrdeutig ist. Jede qualitative Zahl ist somit in der allgemeinen Form

$X_{n, m}$

notierbar, darin n den Wert von E und m den Wert von ω angibt. Die quantitative Addition $(0 + 1)$ ist somit ein Spezialfall für $n = m$. Beschränken wir uns zur Illustration auf das L-Quadrupel, so erhält man zunächst die folgenden Ungleichungen

$$[0, [1]] \neq [[1], 0] \rightarrow (0, 1_{-1}) \neq (1_{-1}, 0)$$

$$[[0], 1] \neq [1, [0]] \rightarrow (0_{-1}, 1) \neq (1, 0_{-1})$$

$$[1, [0]] \neq [[0], 1] \rightarrow (1, 0_{-1}) \neq (0_{-1}, 1)$$

$$[[1], 0] \neq [0, [1]] \rightarrow (1_{-1}, 0) \neq (0, 1_{-1}).$$

Damit entsteht allerdings eine Ambiguität zwischen Subjazenzenz und Transjazenzenz, denn z.B. kann $(0, 1_{-1})$

0

1

oder

0

1

bedeuten. Daher muß auch bei Zahlenpaaren mit festgelegter Ordnung nicht nur die E -, sondern auch die ω -Position indiziert werden, d.h.

0

$$1 = (0_{n,m}, 1_{n-1,m}),$$

aber

0

$$1 = (0_{n,m}, 1_{n-1,m+1}),$$

wogegen

0

$$1 = (0_{n,m}, 1_{n-1,m-1}), \text{ usw.}$$

Es ist somit möglich, alle 3 mal 8 Zählweisen der qualitativen Arithmetik für jede quantitative Peanozahl x durch $x = f(E, \omega)$ qualitativ darzustellen. Da ferner alle 24 Zählweisen paarweise voneinander verschieden sind, ist die Abbildung von quantitativen auf qualitative Zahlen bijektiv. Man braucht also nicht wie in der Mathematik der Qualitäten auf die Korzybski-Mehrdeutigkeit auszuweichen, welche dazu führt, daß kein einziger Satz der Mathematik der Qualitäten beweisbar ist. Dagegen werden alle Sätze einer qualitativen Mathematik, welche auf der Basis der qualitativen Arithmetik errichtet werden wird, auch beweisbar sein.

SATZ DER ADJAZENZ. Eine Zählweise ist adjazent gdw. $\omega_m \neq \omega_{m\pm 1}$ gilt.

SATZ DER SUBJAZENZ. Eine Zählweise ist subjazent gdw. $E_n \neq E_{n\pm 1}$ gilt.

SATZ DER TRANSJAZENZ. Eine Zählweise ist transjazent gdw. $\omega_m \neq \omega_{m\pm 1}$ und $E_n \neq E_{n\pm 1}$ gilt.

Wenn wir nun noch die subjektperspektivische Indizierung der drei qualitativen Zahlenfeldern, wie sie oben dargestellt wurden, hinzunehmen, können wir die drei ortsfunktionalen Zahlenfelder wie folgt in Form von Feldern von sowohl subjektal (i, j) als auch objektal (n, m) indizierten Relationalzahlen darstellen.

5.1. Adjazente Zählweise

$0_{0,0,i}$	$1_{0,1,j}$	$1_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$1_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$0_{0,0,i}$	$1_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$\emptyset_{-1,0,j}$	$\emptyset_{-1,1,i}$	$\emptyset_{-10,i}$	$\emptyset_{-1,1,j}$	$\emptyset_{-10,i}$	$\emptyset_{-1,1,j}$	$\emptyset_{-1,0,j}$	$\emptyset_{-1,1,i}$
↕	↕ ↗ ↘	↕	↕ ↗ ↘	↕	↕ ↗ ↘ ↕	↕	
$\emptyset_{0,0,j}$	$\emptyset_{0,1,i}$	$\emptyset_{0,0,i}$	$\emptyset_{1,1,j}$	$\emptyset_{0,0,i}$	$\emptyset_{1,1,j}$	$\emptyset_{0,0,i}$	$\emptyset_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$0_{-1,0,i}$	$1_{-1,1,j}$	$1_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$1_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$

5.2. Subjazente Zählweise

$0_{0,0,i}$	$\emptyset_{0,1,j}$	$\emptyset_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$\emptyset_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$0_{0,0,i}$	$\emptyset_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$1_{-1,0,j}$	$\emptyset_{-1,1,i}$	$\emptyset_{-10,i}$	$1_{-1,1,j}$	$\emptyset_{-10,i}$	$1_{-1,1,j}$	$1_{-1,0,j}$	$\emptyset_{-1,1,i}$
↕	↕ ↗ ↘	↕	↕ ↗ ↘	↕	↕ ↗ ↘ ↕	↕	
$1_{0,0,j}$	$\emptyset_{0,1,i}$	$\emptyset_{0,0,i}$	$1_{1,1,j}$	$\emptyset_{0,0,i}$	$1_{1,1,j}$	$1_{0,0,i}$	$\emptyset_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$0_{-1,0,i}$	$\emptyset_{-1,1,j}$	$\emptyset_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$\emptyset_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$

5.3. Transjazente Zählweise

$0_{0,0,i}$	$\emptyset_{0,1,j}$	$\emptyset_{0,0,i}$	$0_{1,1,i}$	$\emptyset_{0,0,j}$	$0_{1,1,i}$	$0_{0,0,i}$	$\emptyset_{0,1,j}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$\emptyset_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$	$1_{-10,i}$	$\emptyset_{-1,1,j}$	$1_{-10,i}$	$\emptyset_{-1,1,j}$	$\emptyset_{-1,0,j}$	$1_{-1,1,i}$
↕	↕ ↗ ↘	↕	↕ ↗ ↘	↕	↕ ↗ ↘ ↕	↕	↕
$\emptyset_{0,0,j}$	$1_{0,1,i}$	$1_{0,0,i}$	$\emptyset_{1,1,j}$	$1_{0,0,i}$	$\emptyset_{1,1,j}$	$\emptyset_{0,0,i}$	$1_{0,1,i}$
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
$0_{-1,0,i}$	$\emptyset_{-1,1,j}$	$\emptyset_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$\emptyset_{-10,j}$	$0_{-1,1,i}$	$0_{-1,0,j}$	$\emptyset_{-1,1,i}$

Da man durch Entfernung von ω und E diese ortsfunktionalen Einbettungszahlen in Peanozahlen zurückverwandeln kann und da die Peircezahlen eine Teilmenge der Peanozahlen sind (vgl. Bense 1975, S. 167 ff.), gelten diese hier kreierten deiktischen Relationalzahlen für alle drei Arten von Zahlen, in Sonderheit also nicht nur für die qualitativen, sondern auch für die quantitativen Zahlen.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Jenseits von wahr und falsch. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle.
In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Toth, Alfred, Qualitative Zählweisen und Relationalzahlen. In: Electronic
Journal of Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Von deiktischen Zahlen zu Relationalzahlen. In: Electronic
Journal of Mathematical Semiotics, 2018